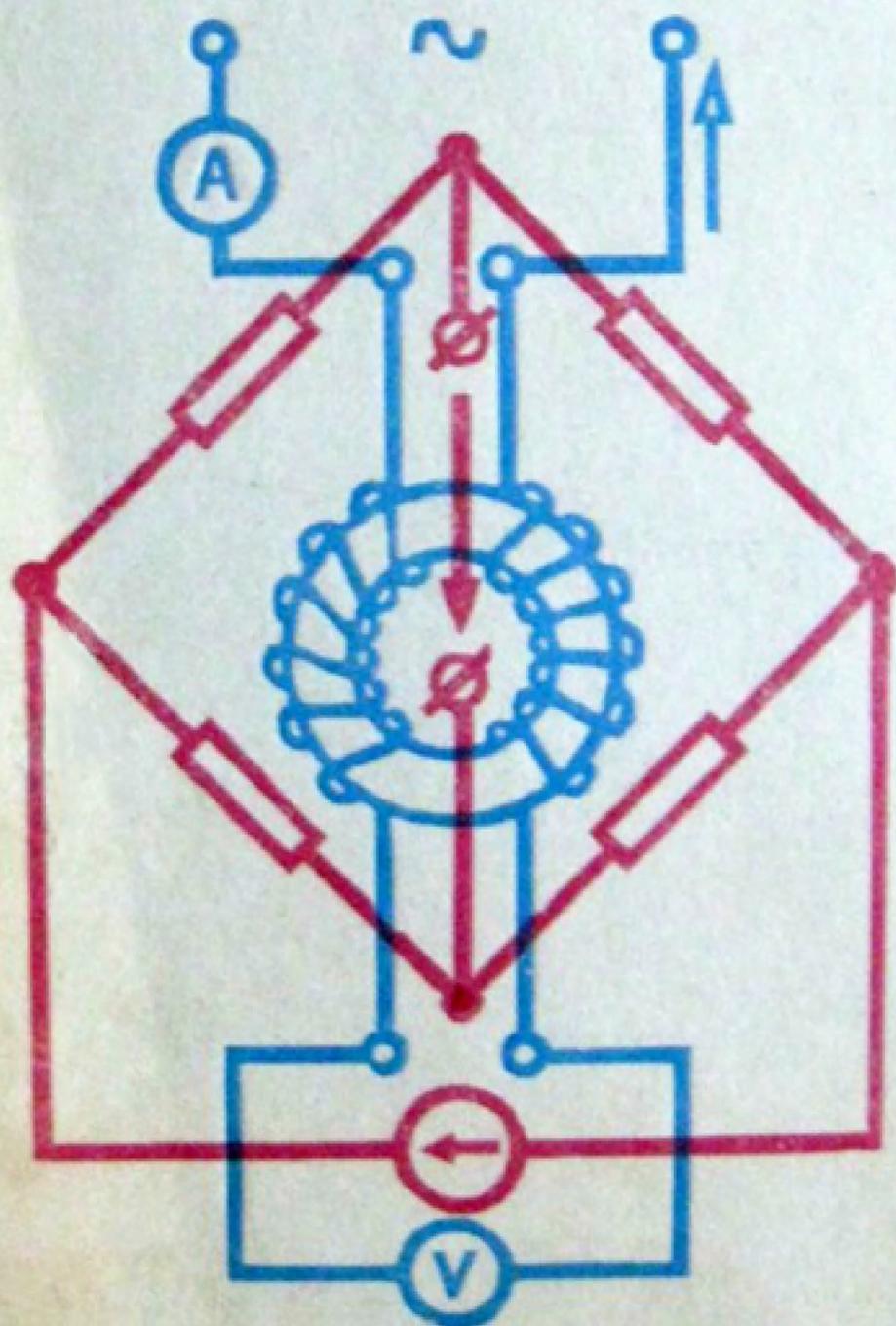


СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОНИКИ



СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОНИКИ

Под редакцией
проф. **В. С. ПАНТЮШИНА**

Издание третье,
переработанное и дополненное

Допущено Министерством высшего
и среднего специального
образования СССР
в качестве учебного пособия
для студентов
неэлектротехнических специальностей
высших учебных заведений



МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1979

ББК 31.2
С23
УДК 621.3(075)

М. Ю. Анвельт, В. Г. Герасимов, В. П. Данильченко, Х. Э. Зайдель,
В. В. Коген-Далин, В. В. Крымов, Л. Ф. Лебедев, В. С. Пантюшин,
В. Г. Хлебников, М. С. Цепляева, А. Я. Шихин, Я. А. Шнейберг

Рецензент — зав. кафедрой электротехники и электрооборудования Все-
союзного заочного машиностроительного института проф. Б. А. Волынский

Сборник задач по электротехнике и основам электроники:
С 23 Учеб. пособие для вузов/М. Ю. Анвельт, В. Г. Герасимов,
В. П. Данильченко и др.; Под ред. В. С. Пантюшина. — 3-е
изд., перераб. и доп. — М.: Высш. школа, 1979. — 253 с., ил.
В пер.: 65 к.

Авт. указаны на обороте тит. л.

Сборник состоит из 17 глав; в каждой есть примеры и задачи, относящиеся к
определенной теме курса; многие задачи даны с численными решениями и пояснениями;
приложения к отдельным главам позволяют решать задачи без дополнительного спра-
вочного материала; по сравнению со вторым изданием сборник дополнен новым мате-
риалом.

Предназначается для студентов неэлектротехнических специальностей, изучающих
курс электротехники и основ электроники.

С $\frac{30306-940}{001(01)-79}$ 111-79

2302010000

6П2.1
ББК 31.2

© Издательство «Высшая школа», 1973
© Издательство «Высшая школа», 1979, с изменениями

В предлагаемом учебном пособии, которое является третьим изданием «Сборника задач по общей электротехнике» под редакцией проф. Пантюшина В. С., главы расположены так, что они соответствуют учебнику «Электротехника» под ред. В. С. Пантюшина. В главах «Простейшие нелинейные цепи» и «Основы электроники» во многих задачах электронные лампы заменены полупроводниковыми приборами. Ряд задач переработан, включены задачи с источниками тока.

Для активизации самостоятельной работы студентов над курсом в большинстве глав помещены типовые многовариантные задачи (отмеченные звездочками).

Многие примеры и задачи, сопровождаемые подробными решениями и пояснениями, могут быть полезны студентам-заочникам, а также студентам тех вузов, где упражнения по электротехнике предусмотрены в малом объеме.

Авторы выражают благодарность доц. В. Л. Шатуновскому, предоставившему ряд задач, которые были использованы в пособии.

Авторы считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность рецензенту рукописи — зав. кафедрой электротехники и электрооборудования Всесоюзного заочного машиностроительного института проф. Б. А. Волынскому за полезные указания и замечания, учтенные авторами при окончательной подготовке рукописи.

Работа по написанию сборника была распределена между авторами следующим образом: гл. 1 «Линейные электрические цепи постоянного тока» — написали В. С. Пантюшин, Я. А. Шнейберг; гл. 2 «Простейшие нелинейные электрические цепи постоянного тока» — В. С. Пантюшин, Я. А. Шнейберг; гл. 3 «Неразветвленные электрические цепи синусоидального тока» — В. С. Пантюшин, В. Г. Хлебников; гл. 4 «Разветвленные электрические цепи синусоидального тока» — Л. Ф. Лебедев, В. С. Пантюшин; гл. 5 «Электрические цепи синусоидального тока с магнитной связью. Четырехполюсники» — М. Ю. Анвельт, В. С. Пантюшин; гл. 6 «Трехфазные цепи» — В. С. Пантюшин, В. Г. Хлебников, Я. А. Шнейберг; гл. 7 «Переходные процессы в простейших электрических цепях» — В. С. Пантюшин, М. С. Цепляева; гл. 8 «Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях» — М. С. Цепляева; гл. 9 «Магнитные цепи с постоянной магнитодвижущей силой» — Х. Э. Зайдель, В. В. Крымов; гл. 10 «Магнитные цепи с переменной магнитодвижущей силой» — В. В. Коген-Далин; гл. 11 «Трансформаторы» — В. В. Коген-Далин; гл. 12 «Электрические измерения» — Х. Э. Зайдель, В. В. Крымов; гл. 13 «Основы электроники» — В. Г. Герасимов; гл. 14 «Машины постоянного тока» и гл. 15

«Трёхфазные асинхронные двигатели»—М. Ю. Анвельт; гл. 16 «Синхронные машины»—В. В. Коген-Далин; гл. 17 «Принципы выбора электродвигателей. Аппаратура управления и защиты электротехнических устройств»—В. П. Данильченко, А. Я. Шихин.

Авторы будут благодарны читателям, которые пришлют свои пожелания и замечания по содержанию сборника по адресу: Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14, издательство «Высшая школа».

Авторы

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ
ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1. Определить сопротивление двух электрических ламп накаливания для номинального режима, если их номинальные напряжения и мощности равны: $U_{1н} = 220$ В, $P_{1н} = 40$ Вт, $U_{2н} = 110$ В и $P_{2н} = 40$ Вт.

Ответ: $r_1 = 1210$ Ом, $r_2 \approx 302$ Ом.

1.2. Определить сопротивление платинового терморезистора (датчика сопротивления) при температуре 200°C , если начальное сопротивление датчика (при 0°C) было равно 46 Ом.

Указание и ответ. Зависимость сопротивления платины от температуры в диапазоне от 0 до $+650^\circ\text{C}$ определяется по формуле $r_t = r_0(1 + At + Bt^2)$, где r_0 — сопротивление платины при 0°C , A и B — коэффициенты, значения которых соответственно равны:

$$A = 3,96847 \cdot 10^{-3} / \text{град} \text{ и } B = -5,847 \cdot 10^{-7} / \text{град}^2.$$

$$r_t = 81,5 \text{ Ом.}$$

1.3. Вольтметр типа МПЛ-46 на номинальное напряжение 3 В имеет внутреннее сопротивление 400 Ом.

Определить сопротивления добавочных резисторов, которые нужно подключить к вольтметру, чтобы расширить пределы измерения до 15 и 75 В (рис. 1.3)?

Решение. Ток в вольтметре при полном отклонении стрелки

$$I_V = \frac{U_V}{r_V} = \frac{3}{400} \text{ А} = 7,5 \text{ мА.}$$

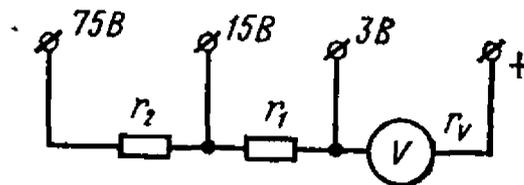


Рис. 1.3

Добавочные резисторы r_1 и r_2 при включении вольтметра на напряжения 15 и 75 В должны быть подобраны так, чтобы ток полного отклонения оставался равным $7,5$ мА.

Тогда $r_1 = 1000$ Ом и $r_2 = 8000$ Ом.

1.4. Для регулирования напряжения приемника с сопротивлением $r = 10$ Ом включен реостат (рис. 1.4).

Определить токи в цепи и напряжения приемника U_n для различных положений рукоятки реостата, если сопротивление каждой секции его $r_0 = 5$ Ом, а напряжение сети $U = 120$ В.

Ответ: I (А): $4; 4,8; 6; 8; 12$; U (В): $40; 48; 60; 80; 120$.

1.5. Для регулирования напряжения U_1 приемника с сопротивлением r_1 включен реостат с сопротивлением r_2 (рис. 1.5, а).

Построить кривые зависимости напряжений U_1 и U_2 от отношения сопротивлений $r_2/r_1 = k$.

Ответ. Кривые построены на рис. 1.5, б в соответствии с уравнениями

$$U_1 = \frac{1}{1+k} U \text{ и } U_2 = \frac{k}{1+k} U.$$

1.6. Подобрать проволочный реостат (рис. 1.6) для регулирования напряжения приемника в пределах от 60 до 100 В, если сопротивление приемника 100 Ом, а напряжение сети 110 В.

Указание и решение. На реостатах указываются их сопротивление и допустимый ток. Следовательно, выбор реостата сводится к определению сопротивления и тока.

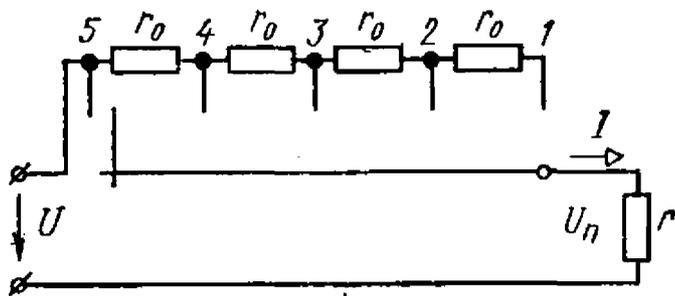


Рис. 1.4

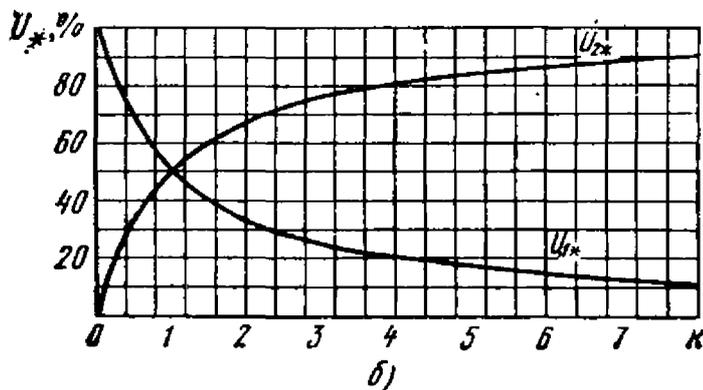
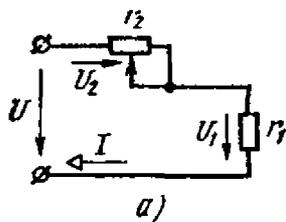


Рис. 1.5

При напряжении на приемнике $U_n = 60$ В ток $I = 60/100 = 0,6$ А. Напряжение на реостате $U_p = 50$ В, а его сопротивление $r'_p = 50/0,6 = 83,5$ Ом.

Аналогично, при $U_n = 100$ В ток $I = 1$ А и сопротивление $r''_p = 10$ Ом.

Следовательно, нужно взять реостат, сопротивление которого должно быть не менее 83,5 Ом, а номинальный ток — не менее 1 А.

1.7. При последовательном соединении двух резисторов с сопротивлениями r_1 и r_2 полное сопротивление $r_{12} = 50$ Ом, а при параллельном соединении тех же резисторов эквивалентное сопротивление $r_{\text{эКВ}} = 12$ Ом.

Определить величины сопротивлений r_1 и r_2 .

Ответ. $r_1 = 30$ Ом и $r_2 = 20$ Ом.

1.8. Миллиамперметр М-45 на номинальный ток $I_n = 30$ мА имеет нормированное падение напряжения $U = 75$ мВ и ток полного отклонения подвижной системы 3 мА.

Определить внутреннее сопротивление прибора. Какое сопротивление должен иметь наружный шунт к этому прибору для расширения предела измерения по току до $I = 3$ А?

Решение. Внутреннее сопротивление прибора

$$r_n = \frac{U}{I_n} = \frac{75 \cdot 10^{-3}}{30 \cdot 10^{-3}} = 2,5 \text{ Ом.}$$

Ток шунта

$$I_{\text{ш}} = I - I_n = 3 - 0,03 = 2,97 \text{ А.}$$

Сопротивление шунта

$$R_{\text{ш}} = \frac{U}{I_{\text{ш}}} = \frac{75 \cdot 10^{-3}}{2,97} = 25,3 \cdot 10^{-3} \text{ Ом.}$$

1.9. Определить величину сопротивления добавочного резистора, который нужно включить последовательно с миллиамперметром М-45 (см. задачу 1.8), чтобы им можно было измерить напряжение 150 В.

Ответ. $r_d = 5000$ Ом.

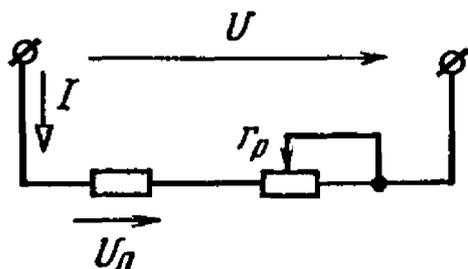


Рис. 1.6

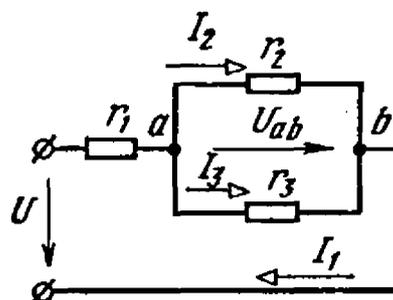


Рис. 1.10

1.10. На рис. 1.10 показана схема электрической цепи с резисторами, сопротивления которых $r_1 = 18$ Ом, $r_2 = 30$ Ом; $r_3 = 20$ Ом. Определить токи в ветвях, если напряжение $U = 120$ В.

Решение. Эквивалентное сопротивление разветвленного участка

$$r_{23} = \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = 12 \text{ Ом.}$$

Общее сопротивление цепи

$$r = r_1 + r_{23} = 18 + 12 = 30 \text{ Ом.}$$

Ток

$$I_1 = \frac{U}{r} = \frac{120}{30} = 4 \text{ А.}$$

Напряжение на зажимах параллельных ветвей

$$U_{ab} = r_{23} I_1 = 12 \cdot 4 = 48 \text{ В}$$

или

$$U_{ab} = U - r_1 I_1 = 120 - 18 \cdot 4 = 48 \text{ В.}$$

Токи ветвей

$$I_2 = U_{ab} / r_2 = 48 / 30 = 1,6 \text{ А, } I_3 = U_{ab} / r_3 = 48 / 20 = 2,4 \text{ А.}$$

Эти токи можно определить, пользуясь формулами разброса, в соответствии с которыми ток в одной из параллельных ветвей равен произведению тока в неразветвленной части цепи и отношения сопротивления другой ветви к сумме сопротивлений параллельных ветвей:

$$I_2 = I_1 \frac{r_3}{r_2 + r_3} = 4 \cdot \frac{20}{30 + 20} = 1,6 \text{ А,}$$

$$I_3 = I_1 \frac{r_2}{r_2 + r_3} = 4 \cdot \frac{30}{30 + 20} = 2,4 \text{ А.}$$

1.11. Определить токи, напряжение и мощность цепи (см. рис. 1.10), если заданы сопротивления $r_1=12$ Ом, $r_2=30$ Ом, $r_3=20$ Ом и ток $I_2=2$ А.

Ответ. $I_1=5$ А, $I_3=3$ А, $U=120$ В, $P=600$ Вт.

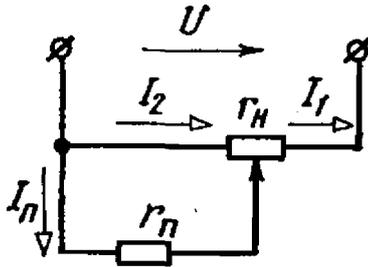


Рис. 1.12

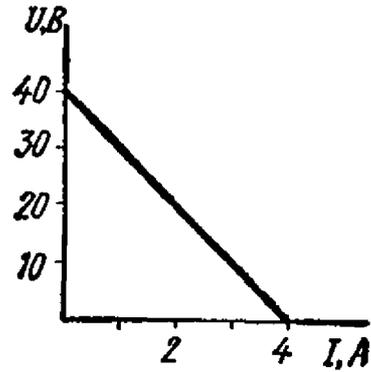
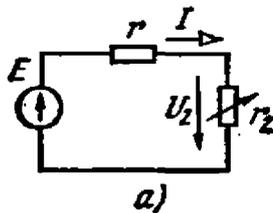


Рис. 1.14

1.12. Напряжение приемника с сопротивлением $r_n=100$ Ом нужно плавно регулировать в пределах от 10 до 100 В. Напряжение сети $U=110$ В.

Можно ли воспользоваться для этого реостатом с номинальными величинами $r_n=200$ Ом и $I_n=0,6$ А, включив его в качестве делителя напряжения (рис. 1.12)?



а)

Ответ. Нельзя, так как ток I_1 может быть больше номинального тока реостата.

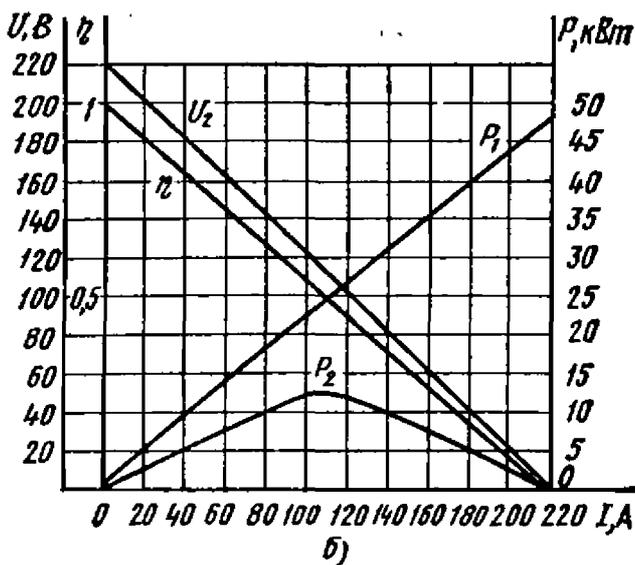


Рис. 1.15

1.13. До какой величины можно регулировать напряжение приемника (задача 1.12), повышая его от нуля с помощью делителя напряжения, при условии, что ток I_1 не будет превышать 0,6 А?

Ответ. Приблизительно до 20 В.

1.14. На рис. 1.14 изображена внешняя характеристика источника питания. Изобразить схемы замещения с источником э. д. с. и тока и определить их параметры.

Ответ. $E=U_x=40$ В; $I_k=4$ А; $r=E/I_k=10$ Ом; $g=0,1$ См.

1.15. Для электрической цепи, схема которой приведена на рис. 1.15, а, построить кривые изменения напряжения U_2 , мощности источника питания P_1 , мощности приемников P_2 и к. п. д. η в зависимости от тока I при изменении эквивалентного сопротивления приемников r_2 от бесконечности (холостой ход) до нуля (короткое замыкание). Э. д. с. источника питания $E=220$ В, а сопротивление $r=1$ Ом включает внутреннее сопротивление источ-

ника питания и сопротивление проводов, соединяющих источник питания и приемники энергии.

Ответ. На рис. 1.15, б построены графики U_2 ; P_1 ; P_2 ; $\eta(I)$.

1.16. Определить входные сопротивления r_{ab} цепей, схемы которых изображены на рис. 1.16.

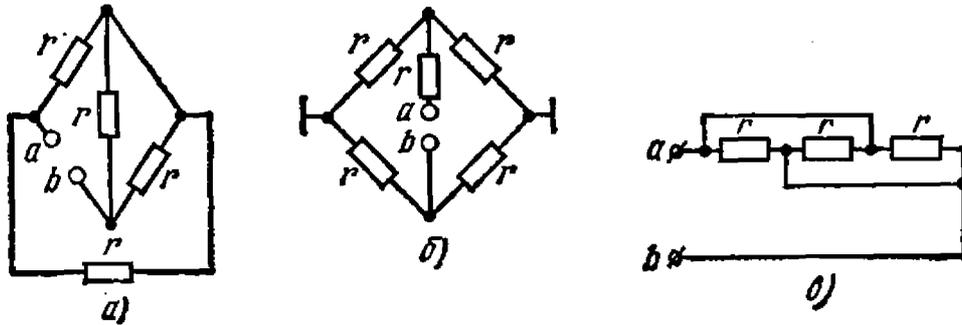


Рис. 1.16

Ответ. а) $r_{ab} = r$, б) $r_{ab} = 2r$, в) $r_{ab} = r/3$.

1.17. Изменятся ли входное сопротивление цепи схемы рис. 1.17, а и мощность потребления энергии каждым сопротивлением цепи, если сопротивления $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$ будут соединены по схеме 1.17, б?

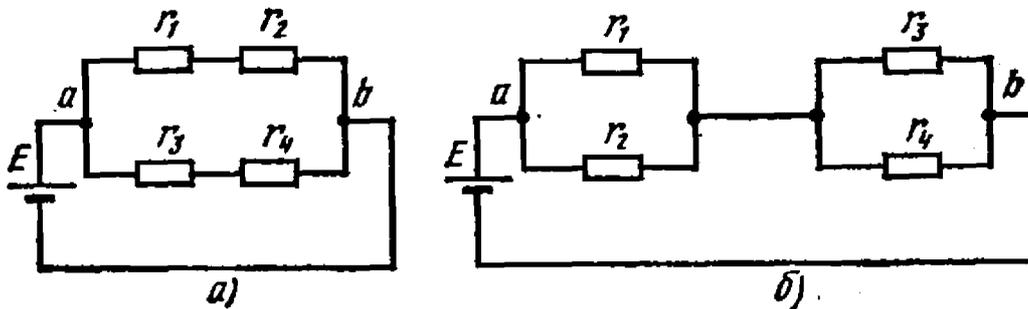


Рис. 1.17

Ответ. Не изменятся.

1.18. Найти распределение токов в цепи схемы рис. 1.18, если $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом; $r_3 = 6$ Ом; $r_4 = 6$ Ом; $r_5 = r_6 = 1$ Ом; $r_7 = 2$ Ом, а напряжение на входе $U = 120$ В.

Решение. Определим общее сопротивление всей цепи, заменяя отдельные участки ее эквивалентными сопротивлениями

$$r_{ab} = \frac{(r_6 + r_7) r_4}{r_6 + r_7 + r_4} = 2 \text{ Ом},$$

$$r_{ac} = \frac{(r_{ab} + r_5) r_3}{r_{ab} + r_5 + r_3} = 2 \text{ Ом}.$$

Общее или входное сопротивление цепи $r_{вх} = r_{ac} + r_1 + r_2 = 3$ Ом. Ток в неразветвленной части цепи, т. е. на участках с резисторами r_1 и r_2 , $I = 120/3 = 40$ А.

Напряжение U_{ac} можно определить двумя способами: 1) $U_{ac} = U - (r_1 + r_2) I = 80$ В или 2) $U_{ac} = r_{ac} I = 80$ В.

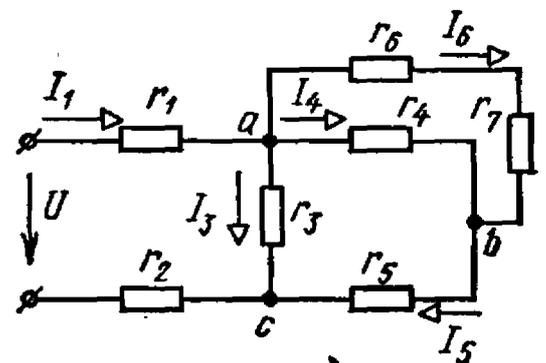


Рис. 1.18

В резисторе r_3 ток

$$I_3 = U_{ac}/r_3 = 13,33 \text{ А.}$$

В резисторе r_5 ток

$$I_5 = \frac{U_{ac}}{r_{ab} + r_5} = 26,7 \text{ А.}$$

Проверка: $I = I_3 + I_5$, или $40 = 26,7 + 13,3$.

Напряжение на участке ab $U_{ab} = r_{ab}I_5 = 53,3 \text{ В}$ или $U_{ab} = U_{ac} - r_5I_5 = 80 - 26,7 = 53,3 \text{ В}$.

В резисторе r_4 ток

$$I_4 = U_{ab}/r_4 = 8,9 \text{ А.}$$

В резисторах r_6 и r_7 ток

$$I_6 = \frac{U_{ab}}{r_6 + r_7} = 17,8 \text{ А.}$$

Проверка: $I_5 = I_4 + I_6$, или $26,7 = 8,9 + 17,8$.

1.19. Найти токи в схеме рис. 1.18, пользуясь методом пропорциональных величин.

Ответ. Если за исходный взять ток $I'_9 = 1 \text{ А}$, то напряжение на входе $U' = 60 \text{ В}$. Коэффициент пропорциональности $K = U/U' = 3,84$. Значения токов известны из предыдущей задачи.

1.20. Найти распределение токов схемы рис. 1.20, если сопротивления ветвей $r_1 = 2 \text{ Ом}$, $r_2 = 6 \text{ Ом}$, $r_3 = 3 \text{ Ом}$, $r_4 = 3 \text{ Ом}$, $r_5 = 1 \text{ Ом}$, $r_6 = 5 \text{ Ом}$, $r_7 = 4 \text{ Ом}$ и напряжение на входе $U = 220 \text{ В}$.

Ответ. $I_1 = I_2 = 22 \text{ А}$; $I_3 = 14,66 \text{ А}$; $I_4 = 4,88 \text{ А}$; $I_{5-6} = 2,44 \text{ А}$; $I_7 = 7,33 \text{ А}$.

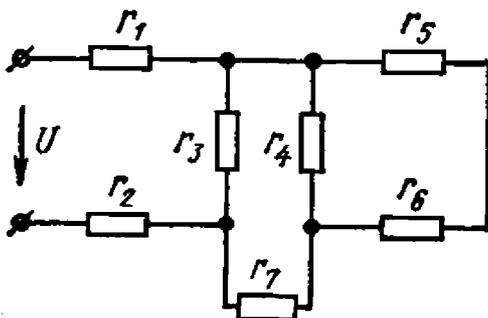


Рис. 1.20

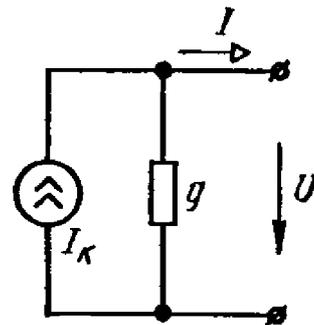


Рис. 1.21

1.21. Определить напряжение на зажимах источника тока схемы рис. 1.21, если $J_k = 0,1 \text{ А}$, $g = 1 \cdot 10^{-3} \text{ См}$, $I = 90 \text{ мА}$.

Ответ. $U = 10 \text{ В}$.

1.22*. Найти U_{ab} в схемах рис. 1.22.

Ответ. а) 48 В; б) 8 В; в) 16 В.

1.23. Определить величину и направление э.д.с. E в схеме рис. 1.23, если $J_k = 5 \text{ А}$, $I = 5 \text{ А}$, $r = 1 \text{ Ом}$.

Ответ. $E = 6,67 \text{ В}$. Направление э.д.с. совпадает с направлением тока I , указанного на схеме.

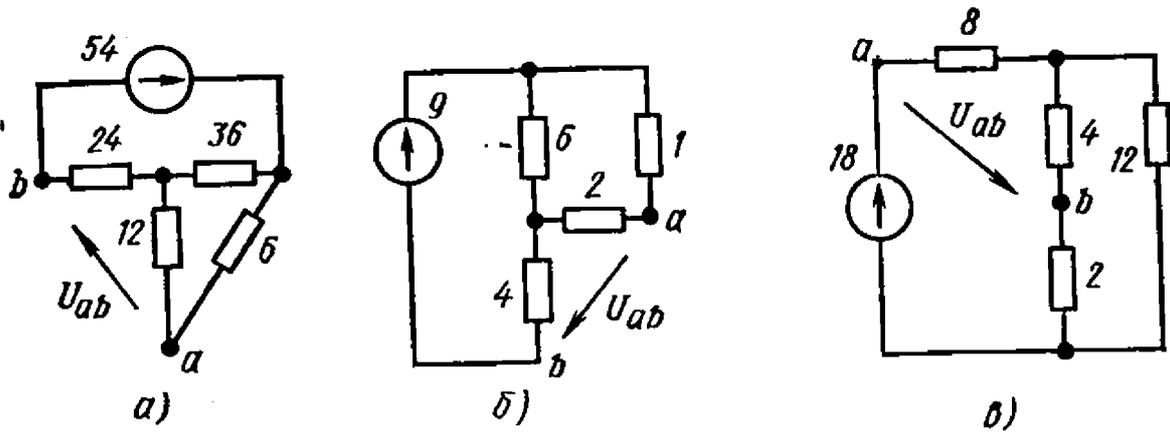


Рис. 1.22

1.24. В цепи схемы рис. 1.24 определить ток I_{cd} (по величине и направлению), если $E=48$ В, $r_1=r_3=8$ Ом, $r_2=r_4=4$ Ом, $r_5=r_6=2$ Ом.

Ответ. $I_{cd}=10$ А.

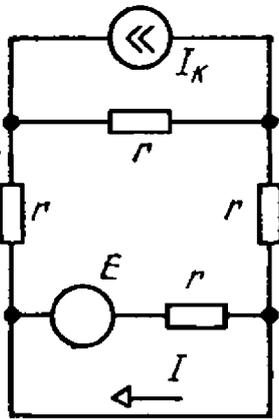


Рис. 1.23

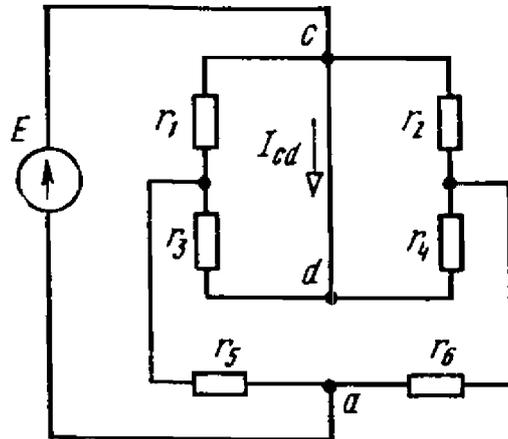


Рис. 1.24

1.25. В цепи (рис. 1.25, а) заданы э. д. с. $E=20$ В и сопротивления $r_1=4$ Ом, $r_2=1$ Ом, $r_3=1$ Ом, $r_4=2$ Ом, $r_5=4$ Ом, $r_6=5$ Ом.

Определить токи. Составить баланс мощностей.

Указание. Расчет токов целесообразно осуществить, преобразовав предварительно звезду $r_4 r_5 r_6$ в треугольник по схеме рис. 1.25, б.

Ответ. $I=18,03$ А, $I_1=5$ А, $I_2=9,63$ А, $I_3=10,35$ А, $I_4=3,4$ А, $I_5=0,72$ А, $I_6=-2,68$ А.

Баланс мощности для всей цепи

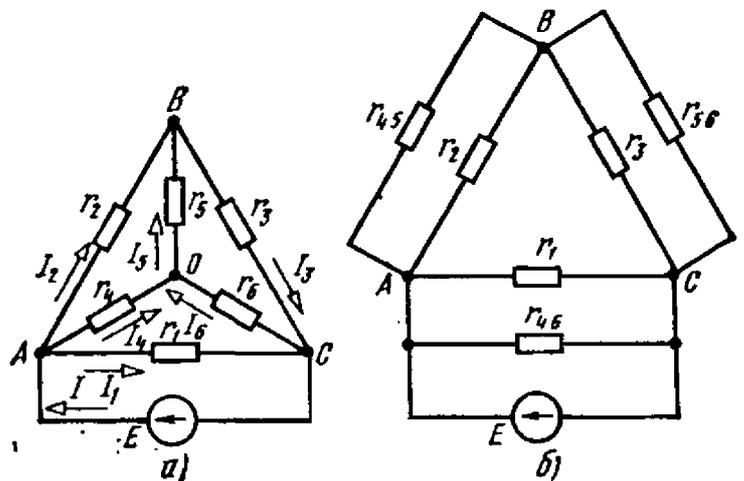


Рис. 1.25

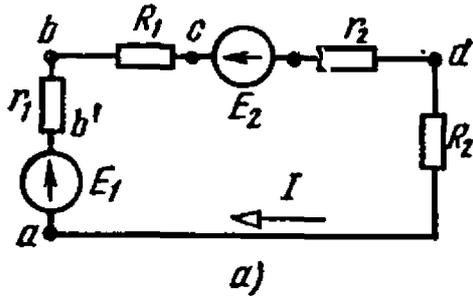
$$EI = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 + r_3 I_3^2 + r_4 I_4^2 + r_5 I_5^2 + r_6 I_6^2;$$

$$20 \cdot 18,03 = 4 \cdot 5^2 + 1 \cdot 9,63^2 + 1 \cdot 10,35^2 + 2 \cdot 3,4^2 + 4 \cdot 0,72^2 + 5 \cdot 2,68^2,$$

или

$$360,6 = 100 + 92,7 + 107 + 23,1 + 2,1 + 35,8 = 360,7.$$

1.26. На рис. 1.26, а показана схема цепи с двумя источниками электрической энергии и двумя резисторами $R_1 = 3 \text{ Ом}$ и $R_2 = 2,25 \text{ Ом}$. Э. д. с. источников $E_1 = 12 \text{ В}$, $E_2 = 6 \text{ В}$, а их внутренние сопротивления $r_1 = 0,5 \text{ Ом}$, $r_2 = 0,25 \text{ Ом}$.



Построить график изменения потенциала в цепи.

Решение. Ток в цепи

$$I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + R_1 + r_2 + R_2} = \frac{12 - 6}{0,5 + 3 + 0,25 + 2,25} = 1 \text{ А.}$$

Для построения графика примем одну из точек этой цепи, например точку a , за исходную и ее потенциал будем считать равным нулю. Тогда потенциалы остальных точек определяются выражениями

$$\begin{aligned} \varphi_b &= \varphi_a + E_1 - r_1 I = 0 + 12 - 0,5 \cdot 1 = 11,5 \text{ В,} \\ \varphi_c &= \varphi_b - R_1 I = 11,5 - 3 \cdot 1 = 8,5 \text{ В,} \\ \varphi_d &= \varphi_c - E_2 - r_2 I = 8,5 - 6 - 0,25 \cdot 1 = 2,25 \text{ В.} \end{aligned}$$

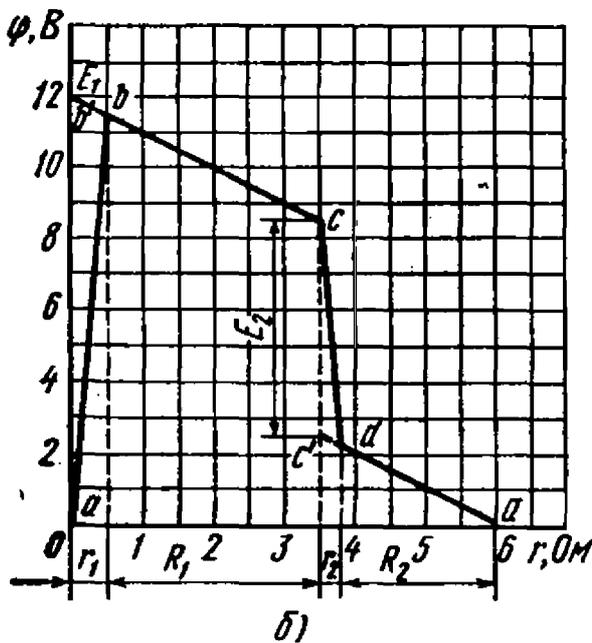


Рис. 1.26

На оси абсцисс рис. 1.26, б отложим величины сопротивлений отдельных участков цепи, а на оси ординат — значения потенциалов в соответствующих точках той же цепи. При переходе из точки a в точку b потенциал сначала повышается на величину э. д. с. E_1 , а затем снижается на величину падения напряжения в сопротивлении (рис. 1.26, б, ломаная линия $ab'b$).

Изменение потенциала между теми же точками a и b можно показать и в виде прямой ab , изображающей как бы непрерывный рост потенциала на внутреннем сопротивлении источника э. д. с. E_1 . Потенциал точки c ниже потенциала точки b на величину падения напряжения в сопротивлении R_1 .

При переходе из точки c в точку d потенциал снижается скачком на величину э. д. с. E_2 и одновременно с этим уменьшается за счет падения напряжения в сопротивлении r_2 . Непрерывное понижение потенциала на этом участке показано прямой cd . Потенциал точки a ниже потенциала точки d на величину падения напряжения в сопротивлении R_2 и равен нулю.

1.27. Как изменится потенциальная диаграмма цепи схемы рис. 1.26, а, если принять равным нулю потенциал точки d ?

Ответ. Ось абсцисс рис. 1.26, б поднимется по вертикали на величину падения напряжения в сопротивлении R_2 и пройдет через точку d .

1.28. В цепи схемы рис. 1.28 э. д. с. аккумуляторов и их внутренние сопротивления равны: $E_1=12$ В, $r_1=2$ Ом, $E_2=30$ В, $r_2=2$ Ом, $E_3=7,2$ В, $r_3=1,2$ Ом, $E_4=12$ В, $r_4=1$ Ом.

Построить потенциальную диаграмму цепи. Указать, в каком режиме работает каждый из аккумуляторов. Составить баланс мощностей.

Ответ. Аккумуляторы E_1 и E_3 находятся в режиме короткого замыкания, поэтому развиваемые ими мощности равны мощностям расхода энергии во внутренних сопротивлениях:

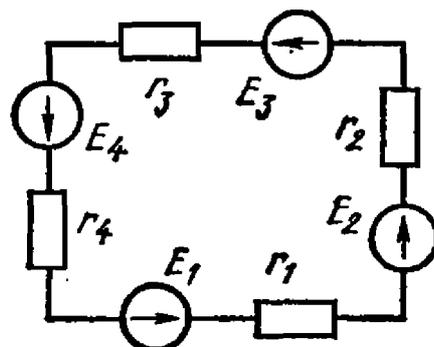


Рис. 1.28

$$E_1 I = 72 \text{ Вт и } r_1 I^2 = 72 \text{ Вт,}$$

$$E_3 I = 43,2 \text{ Вт и } r_3 I^2 = 43,2 \text{ Вт.}$$

Аккумулятор E_2 генерирует энергию. Его мощность $E_2 I = 180$ Вт, а мощность расхода энергии во внутреннем сопротивлении $r_2 I^2 = 72$ Вт.

Аккумулятор E_4 работает в режиме приемника (заряжается). Мощность потребления им энергии $E_4 I + r_4 I^2 = 108$ Вт.

Баланс мощностей

$$E_2 I + E_1 I + E_3 I = E_4 I + (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) I^2,$$

$$30 \cdot 6 + 12 \cdot 6 + 7,2 \cdot 6 = 12 \cdot 6 + (2 + 2 + 1,2 + 1) \cdot 36;$$

$$295,2 = 295,2.$$

1.29. В замкнутом контуре, состоящем из четырех ветвей CD , DA , AB и BC (рис. 1.29), известны э. д. с., сопротивления резисторов и токи ветвей: $E_1=5$ В, $E_4=10$ В, $r_1=20$ Ом, $r_2=40$ Ом, $r_3=10$ Ом, $r_4=5$ Ом, $I_1=3$ А, $I_2=1$ А, $I_4=2$ А.

Определить ток в резисторе r_3 и токи I_A , I_B , I_C , I_D ветвей, при помощи которых контур $ABCD$ присоединен к части схемы, не изображенной на рисунке. Найти напряжения U_{BD} , U_{AB} и U_{DA} . Составить баланс мощностей участков AB и AD .

Ответ. $I_3 = -2,5$ А, $I_B = I_{CD} = -2,5$ А, $I_A = 1$ А, $I_C = -4$ А, $I_D = 4,5$ А, $U_{BD} = -65$ В, $U_{AB} = 65$ В, $U_{DA} = 0$.

На участке DA направления э. д. с. E_4 и тока I_4 совпадают, следовательно, источник э. д. с. E_4 работает в режиме генератора. Равенство $U_{DA} = 0$ показывает, что на данном участке цепи вся генерируемая источником энергия $E_4 I_4 = 10 \cdot 2 = 20$ Вт расходуется в резисторе этого же участка $r_4 I_4^2 = 5 \cdot 2^2 = 20$ Вт.

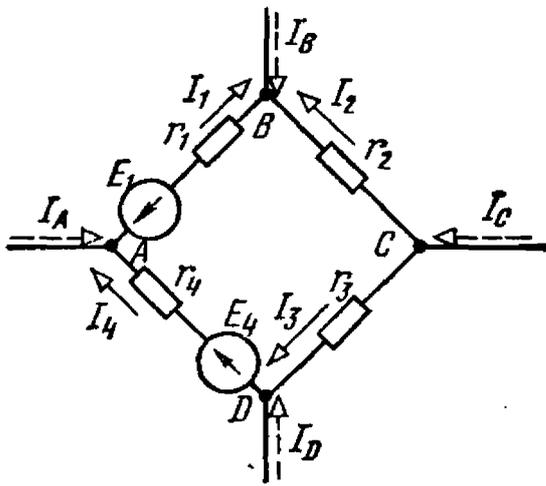


Рис. 1.29

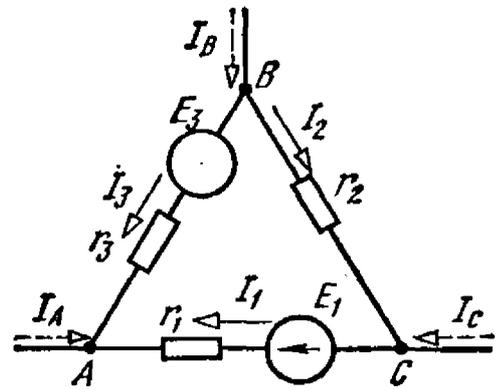


Рис. 1.30

1.30. Определить величину и направление э. д. с. E_3 замкнутого контура, образованного ветвями AC , CB и BA схемы рис. 1.30, если заданы: $r_1 = 4$ Ом, $r_2 = 10$ Ом, $r_3 = 4$ Ом, $E_1 = 18$ В, $I_1 = 2$ А, $I_2 = 5$ А, $I_3 = 8$ А. Составить баланс мощностей участков и определить токи I_A , I_B и I_C ветвей, при помощи которых контур $ABCA$ подключен к части схемы, не изображенной на рисунке.

Ответ. Э. д. с. $E_3 = 8$ В и направлена от узла A к узлу B . Мощность участка AB (приемника) $P_{AB} = 320$ Вт. Мощность участка AC (источника) $P_{AC} = 20$ Вт. Токи $I_A = 10$ А (направлен от узла A), $I_B = 13$ А (направлен к узлу B) и $I_C = 3$ А (направлен от узла C).

Решить эту же задачу при $I_1 = 6$ А.

1.31. На рис. 1.31, *a* приведена схема соединения аккумуляторной батареи и генератора постоянного тока, присоединенных

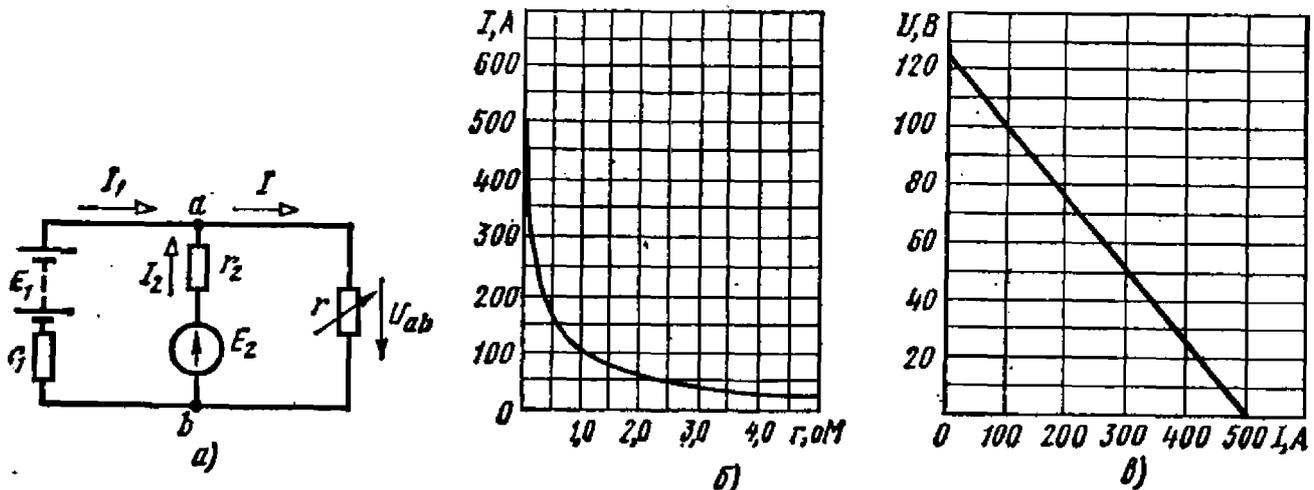


Рис. 1.31

параллельно приемнику, сопротивление которого непрерывно изменяется от $r = 0$ до $r = \infty$. Изобразить схему замещения цепи и построить кривую зависимости тока I от сопротивления r и кривую зависимости напряжения U от тока I при $E_1 = 120$ В, $E_2 = 130$ В и $r_1 = r_2 = 0,5$ Ом.

Решение. Определим напряжение между узлами a и b :

$$U = U_{ab} = \frac{g_1 E_1 + g_2 E_2}{g_1 + g_2 + g} = \frac{\frac{120}{0,5} + \frac{130}{0,5}}{\frac{1}{0,5} + \frac{1}{0,5} + \frac{1}{r}} = \frac{125r}{0,25 + r}.$$

Подставим вместо r его значение $r = U/I$, получим $U = 125 - 0,25I$.

Ток приемника

$$I = \frac{U}{r} = \frac{125}{0,25 + r}.$$

На рис. 1.31, б, в построены кривые $I(r)$ и $U(I)$, при этом максимальное значение тока I равно току короткого замыкания

$$I_k = 125/0,25 = 500 \text{ А.}$$

1.32. В условиях задачи 1.31 определить величину э. д. с. E_1 аккумуляторной батареи, если при сопротивлении приемника $r = 9,5 \text{ Ом}$ ток $I_1 = 0$. Э. д. с. E_2 и внутреннее сопротивление обоих источников остаются неизменными.

Ответ. $E_1 = 123,5 \text{ В}$.

1.33. Определить величину э. д. с. E_2 в цепи схемы рис. 1.33 при условии, что ток в сопротивлении r равен нулю, а внутренние сопротивления источников $r_1 = 0,2 \text{ Ом}$, $r_2 = 0,6 \text{ Ом}$ и э. д. с. $E_1 = 6 \text{ В}$.

В каких режимах работают при этом источники э. д. с. E_1 и E_2 ?

Ответ. $E_2 = 18 \text{ В}$. В режимах короткого замыкания.

1.34. Определить ток в измерительной диагонали неуравновешенного моста (рис. 1.34, а), воспользовавшись методом экви-

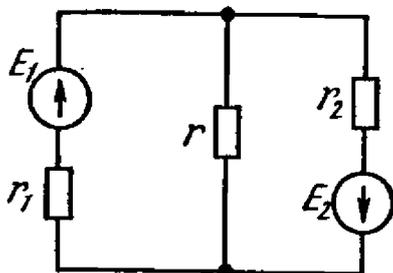


Рис. 1.33

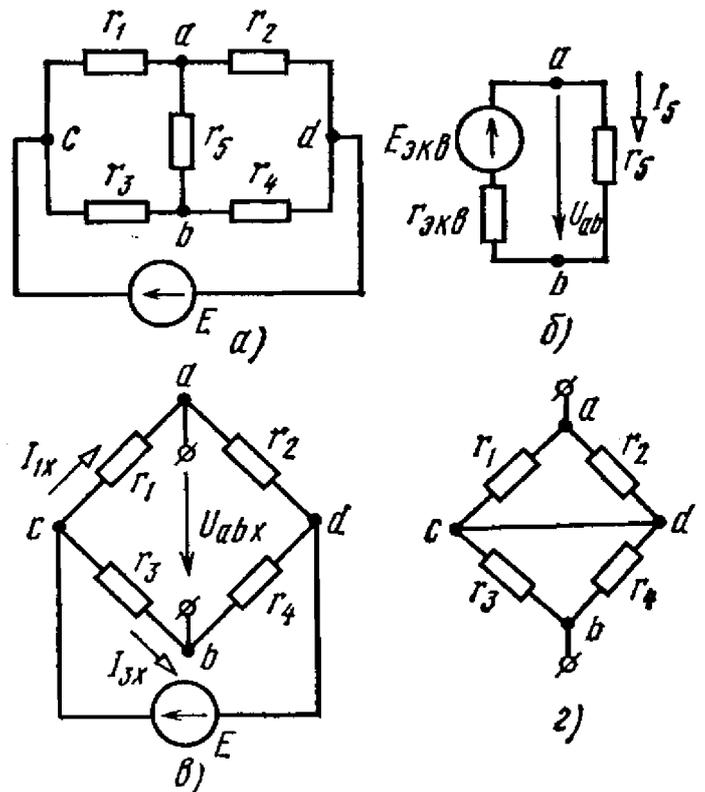


Рис. 1.34

валентного генератора, если $E = 6 \text{ В}$, $r_1 = r_2 = 1 \text{ кОм}$, $r_3 = 4 \text{ кОм}$, $r_4 = 2 \text{ кОм}$ и $r_5 = 2,17 \text{ кОм}$.

Решение. В соответствии с теоремой об эквивалентном генераторе воздействие всей цепи на рассматриваемую ветвь с рези-

стором r_5 можно заменить воздействием эквивалентного генератора (рис. 1.34, б), у которого $E_{\text{экв}} = U_{abx}$; $r_{\text{экв}} = r_{abvx}$.

Для определения напряжения U_{abx} разомкнем ветвь ab с r_5 (рис. 1.34, в):

$$U_{abx} = r_3 I_{3x} - r_1 I_{1x} = \frac{r_3}{r_3 + r_4} E - \frac{r_1}{r_1 + r_2} E = \frac{4}{4+2} \cdot 6 - \frac{1}{1+1} \cdot 6 = 1 \text{ В.}$$

Сопротивление $r_{\text{экв}}$ определим по схеме рис. 1.34, г:

$$r_{\text{экв}} = r_{abvx} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} + \frac{r_3 r_4}{r_3 + r_4} = \frac{1 \cdot 1}{1+1} + \frac{4 \cdot 2}{4+2} = 1,83 \text{ кОм.}$$

Ток диагонали находим из схемы рис. 1.34, б:

$$I_5 = \frac{E_{\text{экв}}}{r_{\text{экв}} + r_5} = \frac{1}{(1,83 + 2,17) \cdot 10^3} = 0,25 \text{ мА.}$$

Ответ. $I_5 = 0,25 \text{ мА.}$

1.35. При какой величине сопротивления r_3 схемы рис. 1.35 в нем выделяется максимальная мощность, если сопротивления $r_1 = 6 \text{ Ом}$, $r_2 = 8 \text{ Ом}$, а напряжение $U = 110 \text{ В}$?

Ответ. $r_3 = 3,43 \text{ Ом.}$

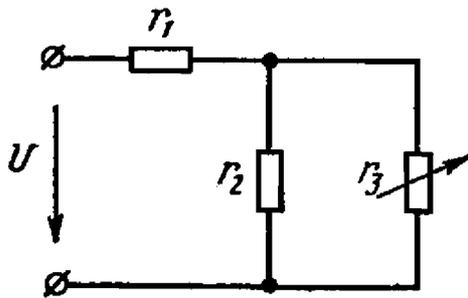


Рис. 1.35

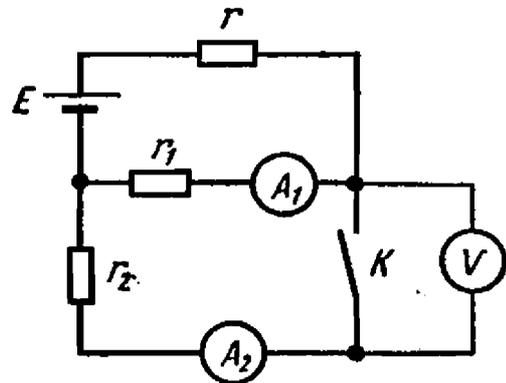


Рис. 1.36

1.36. Определить показания амперметров (рис. 1.36) при разомкнутом и замкнутом выключателе K , если при разомкнутом выключателе электростатический вольтметр показывает 100 В , а э. д. с. $E = \text{const}$. Сопротивления $r = 2 \text{ Ом}$, $r_1 = 10 \text{ Ом}$, $r_2 = 15 \text{ Ом}$. Сопротивлениями амперметров следует пренебречь.

Ответ. При разомкнутом выключателе показание первого амперметра равно 10 А , второго — нулю. При замкнутом выключателе показание первого амперметра равно 9 А , второго — 6 А .

1.37. Определить ток в ветви ab (рис. 1.37), если $E = 20 \text{ В}$, $J_k = 10 \text{ А}$, $r_1 = 4 \text{ Ом}$, $r_2 = 2 \text{ Ом}$, $r_3 = 6 \text{ Ом}$, $r_4 = 4 \text{ Ом}$, $r_5 = 10 \text{ Ом}$.

Ответ и указание. При размыкании ветви ab токи $I_3 = I_5 = J_k / 2 = 5 \text{ А}$; $U_{abvx} = 50 \text{ В}$; $r_{abvx} = 8,2 \text{ Ом}$; $I_{ab} = 4,9 \text{ А}$.

1.38*. Определить U_{ab} и I_{kab} в схемах рис. 1.38, а—в. Величины э. д. с. указаны в вольтах, сопротивления резисторов — в омах.

Ответ. а) $U_{ab} = 40 \text{ В}$, $I_k = 9,8 \text{ А}$; б) $U_{ab} = 17,5 \text{ В}$, $I_k = 2,63 \text{ А}$; в) $U_{ab} = 24 \text{ В}$, $I_k = 9,8 \text{ А}$.

1.39. Определить токи в термочувствительном элементе r_t и измерительной диагонали моста с сопротивлением r_4 (рис. 1.39, а) при температуре $t = 80^\circ\text{C}$, если заданы э. д. с. $E = U_{\text{вх}} = 1\text{ В}$ и сопротивления $r_1 = 100\text{ Ом}$, $r_3 = 1000\text{ Ом}$; термочувствительный элемент выполнен из меди и при 0°C имеет сопротивление $r_0 = 53\text{ Ом}$.

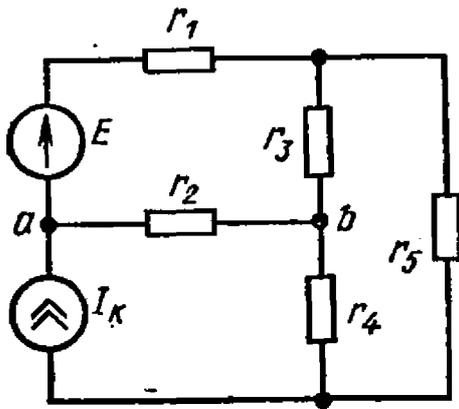


Рис. 1.37

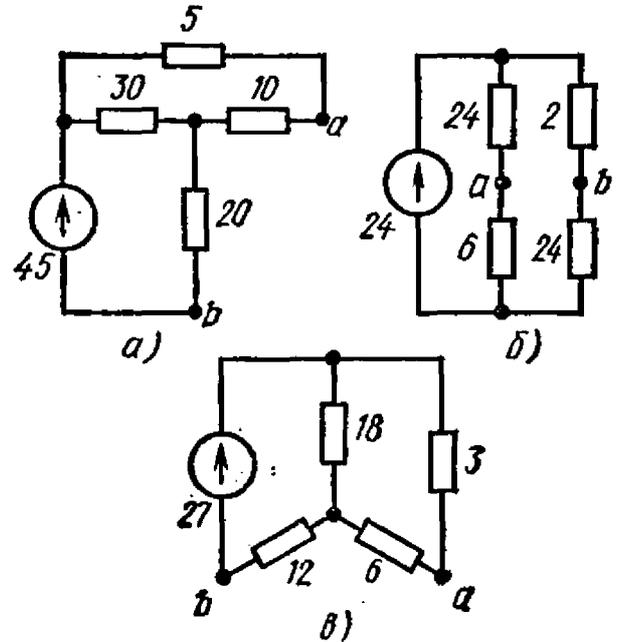


Рис. 1.38

Сопротивление r_2 определяется из условий равновесия моста при $t = 0$, а сопротивление r_4 равно выходному сопротивлению моста при $t = 0$.

Решение.

$$r_2 = \frac{r_t r_3}{r_1} = \frac{53 \cdot 1000}{100} = 530\text{ Ом};$$

$$r_4 = \frac{r_t r_1}{r_t + r_1} + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} = \frac{53 \cdot 100}{53 + 100} + \frac{530 \cdot 1000}{530 + 1000} = 380,6\text{ Ом}.$$

Для определения тока I_t воспользуемся методом эквивалентного генератора. Разомкнем ветвь ac (рис. 1.39, б) и определим

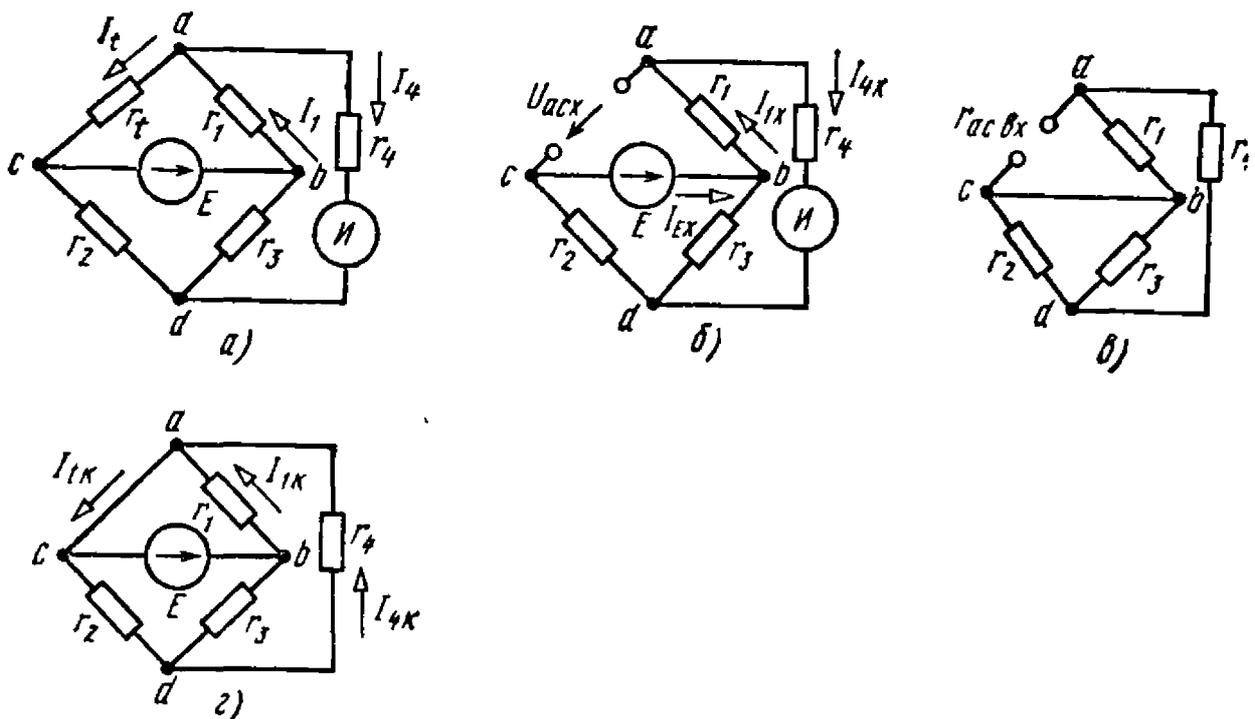


Рис. 1.39

напряжение холостого хода U_{acx} :

$$U_{acx} = E - r_1 I_{1x}; \quad I_{1x} = \frac{r_2}{r_3 + r_1 + r_4} I_{Ex};$$

$$I_{Ex} = \frac{E}{r_2 + \frac{r_3(r_1 + r_4)}{r_3 + r_1 + r_4}} = \frac{1}{530 + \frac{1000(100 + 380,6)}{1000 + 100 + 380,6}} = 1,17 \text{ мА};$$

$$I_{1x} = \frac{1000}{1000 + 100 + 380,6} \cdot 1,17 = 0,79 \text{ мА};$$

$$U_{acx} = 1 - 100 \cdot 0,79 \cdot 10^{-3} = 0,92 \text{ В}.$$

Из схемы рис. 1.39, в определяем сопротивление r_{acvx} :

$$r_{acvx} = \frac{\left(\frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} + r_4\right) r_1}{\frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} + r_4 + r_1} = \frac{\left(\frac{530 \cdot 1000}{530 + 1000} + 380,6\right) \cdot 100}{\frac{530 \cdot 1000}{530 + 1000} + 380,6 + 100} = 87 \text{ Ом}.$$

Сопротивление и ток термочувствительного элемента при $t = 80^\circ\text{C}$

$$r_t = r_0 (1 + \alpha t) = 53 (1 + 0,000427 \cdot 80) = 71 \text{ Ом},$$

$$I_t = \frac{U_{acx}}{r_{acvx} + r_t} = \frac{0,92}{87 + 71} = 5,8 \text{ мА}.$$

Для определения тока I_4 найдем ток I_1 :

$$I_1 = \frac{E - r_t I_t}{r_1} = \frac{1 - 71 \cdot 5,8 \cdot 10^{-3}}{100} = 5,9 \text{ мА},$$

$$I_4 = I_1 - I_t = 5,9 - 5,8 = 0,1 \text{ мА}.$$

Если бы источник питания E имел внутреннее сопротивление, то тогда, зная ток I_t , можно было бы определить ток I_4 , воспользовавшись принципом линейности. По этому принципу ток I_n ветви n и ток I_m ветви m связаны линейным уравнением

$$I_n = a + b I_m, \quad (1.1)$$

где a и b — постоянные, значения которых определяются из опытов холостого хода и короткого замыкания ветви m .

Так, при холостом ходе ветви m ток $I_{mx} = 0$, а ток $I_{nx} = a$. Тогда уравнение (1.1) можно записать в виде

$$I_n = I_{nx} + b I_m. \quad (1.2)$$

Если ветвь m находится в режиме короткого замыкания, то токи I_{nk} и I_{mk} ветвей будут связаны уравнением

$$I_{nk} = I_{nx} + b I_{mk}. \quad (1.3)$$

По известным токам I_{nk} , I_{nx} и I_{mk} можно определить постоянную b :

$$b = \frac{I_{nk} - I_{nx}}{I_{mk}}. \quad (1.4)$$

Подставляя это значение постоянной в уравнение (1.2), получим

$$I_n = I_{nx} + \frac{I_{нк} - I_{nx}}{I_{mk}} I_m. \quad (1.5)$$

Для схемы рис. 1.39, а ток измерительной ветви пусть будет неизвестным током $I_4 = I_n$, а ток ветви с термометром $I_t = I_m = 5,8$ мА. Тогда уравнение (1.5) можно записать в таком виде:

$$I_4 = I_{4x} + (I_{4к} - I_{4x}) \frac{I_t}{I_{tk}}, \quad (1.6)$$

где I_{4x} и $I_{4к}$ — токи в ветви с сопротивлением r_4 при холостом ходе и коротком замыкании ветви с сопротивлением r_t .

Значение тока I_{4x} было определено ранее при рассмотрении схемы рис. 1.39, б: $I_{4x} = I_{1x} = 0,79$ мА. Для определения токов короткого замыкания $I_{4к}$ и I_{tk} замкнем накоротко ветвь с сопротивлением r_1 (рис. 1.39, в):

$$I_{4к} = \frac{E}{\frac{r_4 r_2}{r_4 + r_2} + r_3} \cdot \frac{r_2}{r_2 + r_4} = \frac{1}{\frac{380,6 \cdot 530}{380,6 + 530} + 1000} \cdot \frac{530}{530 + 380,6} = 0,47 \text{ мА};$$

$$I_{1к} = \frac{E}{r_1} = \frac{1}{100} = 10 \text{ мА};$$

$$I_{tk} = I_{1к} + I_{4к} = 10 + 0,47 = 10,47 \text{ мА}.$$

Подставляя полученные значения токов в уравнение (1.6), находим ток ветви измерительной диагонали:

$$I_4 = I_{4x} + (-I_{4к} - I_{4x}) \frac{I_t}{I_{tk}} = 0,79 + (-0,47 - 0,79) \frac{5,8}{10,47} = 0,093 \text{ мА}.$$

1.40. Определить токи в измерительной диагонали моста предыдущей задачи при сопротивлениях термочувствительного элемента $r_t = 76$ и 87 Ом.

Указание. В том случае, когда требуется определить зависимость тока в одной ветви от переменного сопротивления в другой, целесообразно формулу (1.5) преобразовать следующим образом: согласно методу эквивалентного генератора, ток $I_m = \frac{E_{\text{ЭКВ}}}{r_{\text{ЭКВ}} + r_m}$.

Если ток в термочувствительном элементе обозначить через I_m , тогда

$$I_m = \frac{U_{acvx}}{r_{acvx} + r_t}; \quad I_{mk} = \frac{E_{\text{ЭКВ}}}{r_{acvx}} = \frac{U_{acvx}}{r_{acvx}};$$

но $\frac{I_m}{I_{mk}} = \frac{r_{acvx}}{r_{acvx} + r_t}$ и выражение для тока I_n можно записать в виде

$$I_n = I_{nx} + (I_{нк} - I_{nx}) \frac{r_{acvx}}{r_{acvx} + r_t}. \quad (1.7)$$

При этом токи $I_{нк}$ и I_{nx} считаем совпадающими по направлению.

В соответствии с формулой (1.7) уравнение для тока I_4 в измерительной диагонали моста в зависимости от сопротивления будет

$$I_4 = I_{4x} + (I_{4к} - I_{4x}) \frac{r_{асвх}}{r_{асвх} + r_t}$$

Значение входного сопротивления $r_{асвх}$ определим из схемы рис. 1.39, в.

Ответ. Ток I_4 равен 0,12 и 0,16 мА.

1.41. Определить токи в кремниевом тензодатчике r_d и в измерительной диагонали моста (рис. 1.41), если заданы напряжение $U = 15$ В и сопротивления $r_2 = r_4 = 270$ Ом; $r_1 = 30$ Ом; $r_5 = 54$ Ом. Сопротивление датчика с учетом деформации $r_d = 40$ Ом.

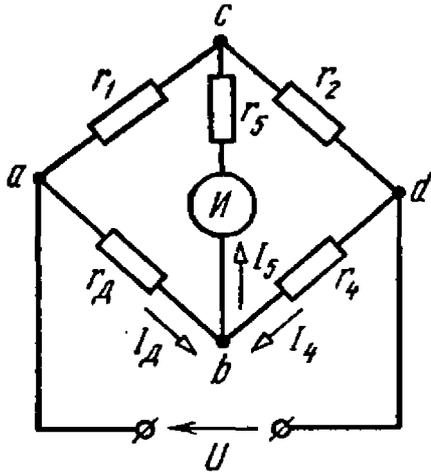


Рис. 1.41

Ответ. $I_d = 45$ мА, $I_b = 49$ мА.

1.42. Определить зависимость величины выходного напряжения линейного потенциометра, сопротивление которого $r_0 = 5$ кОм (рис. 1.42, а), от положения подвижного контакта для трех значений сопротивления нагрузки $r_n = \beta r_0$ при $\beta = 0, 1; 1; 10$. Напряжение на входе схемы $U_{вх} = 20$ В.

Решение. Рассматриваемому потенциометру соответствует схема замещения (рис. 1.42, б), из которой следует, что

$$U_{вых} = \frac{r_n}{r_{экр} + r_n} E_{экр}$$

Величины $E_{экр}$ и $r_{экр}$ зависят от положения подвижного контакта.

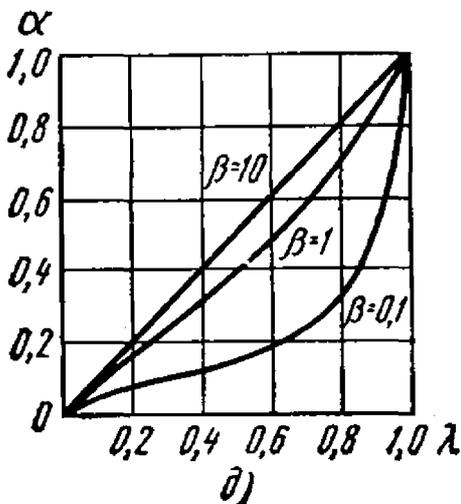
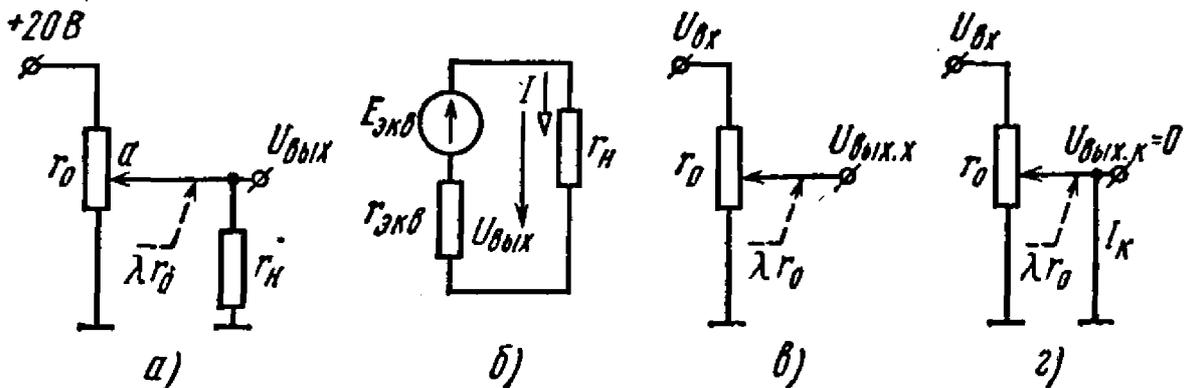


Рис. 1.42

Для определения $E_{\text{экв}}$ и $r_{\text{экв}}$ воспользуемся режимами холостого хода (рис. 1.42, в) и короткого замыкания (рис. 1.42, г):

$$U_{\text{вых. х}} = \frac{U_{\text{вх}}}{r_0} r' = \frac{U_{\text{вх}}}{r_0} \lambda r_0 = \lambda U_{\text{вх}} = E_{\text{экв}};$$

$$I_{\text{к}} = \frac{U_{\text{вх}}}{r_0 - r'} = \frac{U_{\text{вх}}}{(1-\lambda)r_0}, \quad r_{\text{э}} = \frac{U_{\text{вых}}}{I_{\text{к}}} = \lambda(1-\lambda)r_0.$$

Выходное напряжение потенциометра

$$U_{\text{вых}} = r_{\text{н}} \frac{\lambda U_{\text{вх}}}{\lambda(1-\lambda)r_0 + r_{\text{н}}} = \frac{\beta U_{\text{вх}}}{1-\lambda + \beta/\lambda}.$$

На рис. 1.42, д построены кривые относительного выходного напряжения $\alpha(\lambda) = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{\beta}{1-\lambda + \beta/\lambda}$ для $\beta = 0,1; 1; 10$.

1.43. Определить зависимость величины выходного напряжения линейного потенциометра от положения подвижного контакта (рис. 1.43, а), если $\beta = 0,5$ ($r_{\text{н}} = \beta r_0$), а сопротивление потенциометра $r_0 = 2$ кОм.

Ответ. Кривая $U_{\text{вых}}(\lambda)$ построена на рис. 1.43, б.

1.44. Определить выходное напряжение линейного потенциометра (рис. 1.44, а) при $\lambda = 0,6$, если $r_0 = 1$ кОм, $r_{\text{н}} = 0,5$ кОм.

Решение. Рассматриваемому потенциометру соответствует схема замещения (рис. 1.44, б). Напряжение $U_{\text{AB}} = r_{\text{н}} I$ определяется по формуле узлового напряжения

$$U_{\text{AB}} = \frac{g_0(E_1 + E_2 - E_3)}{3g_0 + g_{\text{н}}} = \frac{1 \cdot 10^{-3}(20 + 15 - 5)}{3 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3}} = 6 \text{ В},$$

следовательно,

$$U_{\text{вых}} = \lambda r_{\text{н}} \frac{U_{\text{AB}}}{r_{\text{н}}} = \lambda U_{\text{AB}} = 0,6 \cdot 6 = 3,6 \text{ В}.$$

С т в е т. $U_{\text{вых}} = 3,6 \text{ В}.$

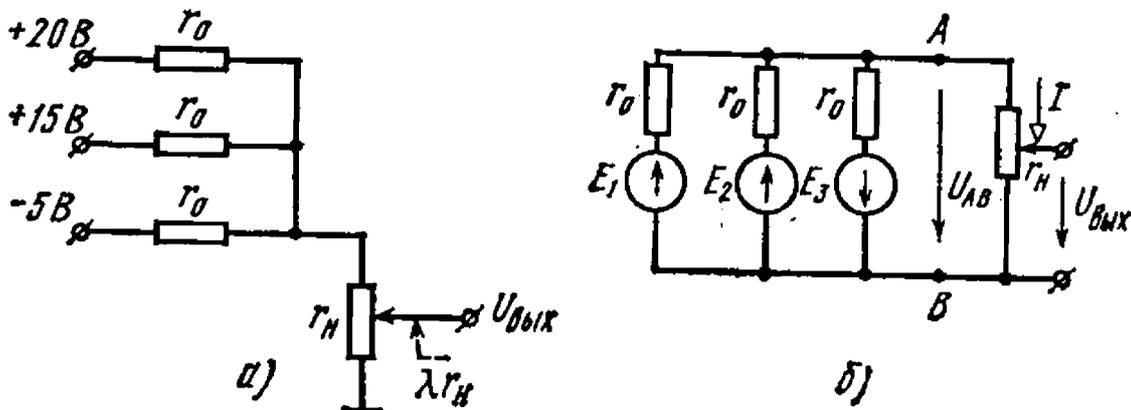


Рис. 1.43

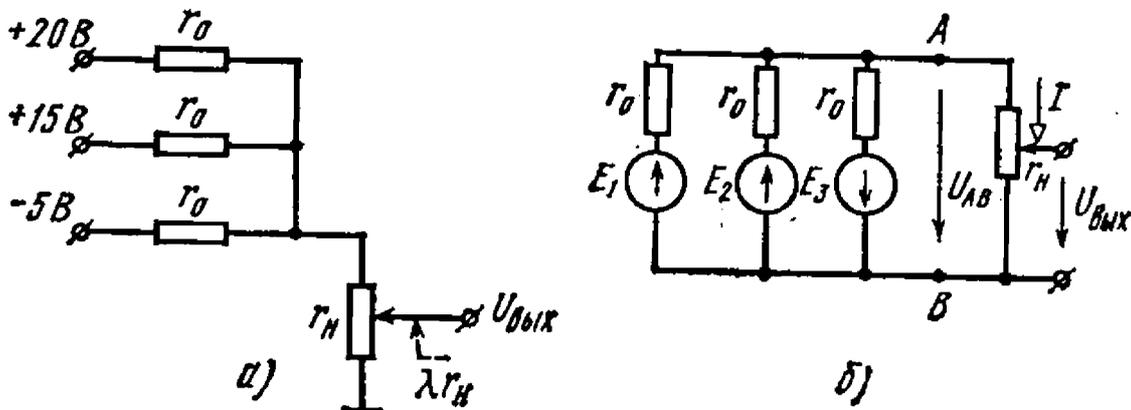


Рис. 1.44

1.45. Определить выходное напряжение линейного потенциометра (рис. 1.45) при $\lambda = 0,5$, если $r_1 = 3$ кОм, $r_0 = r_n = 4$ кОм, $r_d = 2$ кОм.

Ответ. $U_{\text{вых}} = 5$ В.

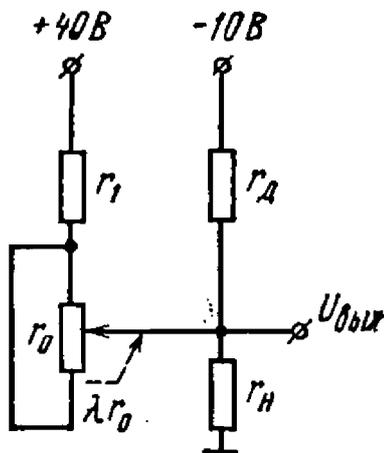


Рис. 1.45

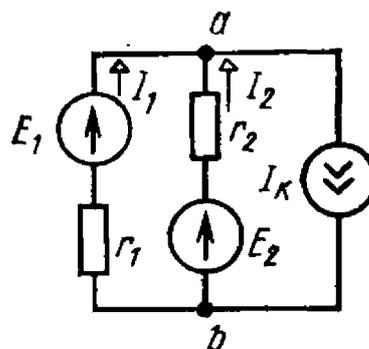


Рис. 1.46

1.46. Определить токи в схеме рис. 1.46, если $E_1 = 11$ В, $E_2 = 2$ В, $r_1 = 1$ Ом, $r_2 = 2$ Ом и $J_k = 3$ А.

Решение. Пользуясь формулой узлового напряжения, найдем

$$U_{ab} = \frac{g_1 E_1 + g_2 E_2 - J_k}{g_1 + g_2} = 6 \text{ В},$$

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{r_1} = 5 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{r_2} = -2 \text{ А},$$

т. е. ток I_2 направлен от a к b .

Проверка: $I_1 + I_2 = J_k$; $5 - 2 = 3$.

1.47. Определить токи всех ветвей цепи схемы рис. 1.47, если э. д. с. $E_1 = E_2 = 30$ В и сопротивления $r_1 = r_2 = 1$ Ом, $r_3 = 4$ Ом, $r_4 = 2$ Ом, $r_5 = 3$ Ом.

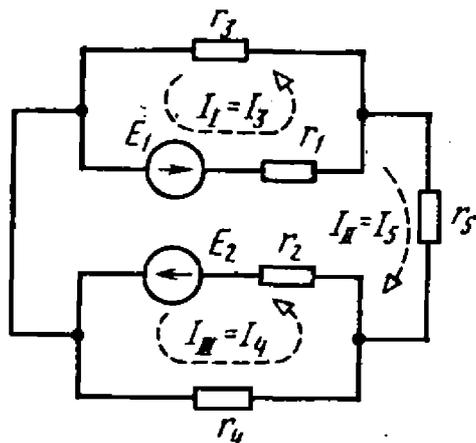


Рис. 1.47

Решение. Схема содержит пять ветвей. Следовательно, имеем пять неизвестных токов. Выберем условно положительные направления токов (на схеме указаны стрелками), для определения которых по законам Кирхгофа необходимо составить пять уравнений. Число узлов схемы равно трем, поэтому по первому закону Кирхгофа составим два уравнения: $I_1 = I_3 + I_5$ и $I_2 = I_4 + I_5$.

Для составления недостающих трех уравнений разбиваем схему на три независимых контура и составляем для каждого из них уравнение, пользуясь вторым законом Кирхгофа:

$$E_1 = r_1 I_1 + r_3 I_3,$$

$$E_2 = r_2 I_2 + r_4 I_4,$$

$$0 = r_3 I_3 + r_4 I_4 - r_5 I_5.$$

В результате совместного решения этих уравнений и подстановки числовых значений в них получим:

$$I_1 = 14 \text{ А}, I_2 = 16,67 \text{ А}, I_3 = 4 \text{ А}, I_4 = 6,67 \text{ А} \text{ и } I_5 = 10 \text{ А}.$$

1.48. Найти токи всех ветвей цепи схемы рис. 1.47, пользуясь методом контурных токов. Составить баланс мощностей.

Решение. Допустим, что токи I_3 , I_4 и I_5 внешних ветвей цепи рис. 1.47 являются контурными токами, замыкающимися, как указано на схеме рис. 1.48 пунктиром, $I_I = I_3$, $I_{II} = I_5$, $I_{III} = I_4$. В смежных ветвях с резисторами r_1 и r_2 этой схемы проходят по два контурных тока, поэтому токи таких ветвей определяются алгебраическим суммированием соответствующих контурных токов.

Составим систему уравнений контурных токов:

$$\begin{aligned}(r_1 + r_3) I_I + r_1 I_{II} &= E_1, \\ r_1 I_I + (r_1 + r_2 + r_3) I_{II} + r_2 I_{III} &= E_1 + E_2, \\ r_2 I_{II} + (r_2 + r_4) I_{III} &= E_2.\end{aligned}$$

Подставляя числовые значения сопротивлений и э. д. с., а затем решая полученную систему уравнений, найдем значения контурных токов: $I_I = I_3 = 4,02 \text{ А}$, $I_{II} = I_5 = 9,85 \text{ А}$, $I_{III} = I_4 = 6,72 \text{ А}$.

Токи смежных ветвей:

$$\begin{aligned}I_1 &= I_I + I_{II} = 4,02 + 9,85 = 13,87 \text{ А}, \\ I_2 &= I_{III} + I_{II} = 6,72 + 9,85 = 16,57 \text{ А}.\end{aligned}$$

Мощности источников питания:

$$P_{1r} = E_1 I_1 = 416 \text{ Вт}, P_{2r} = E_2 I_2 = 497 \text{ Вт}.$$

Мощности приемников энергии:

$$\begin{aligned}P_1 &= r I_1^2 = 192 \text{ Вт}, P_2 = r_2 I_2^2 = 274 \text{ Вт}, P_3 = r_3 I_3^2 = 64,6 \text{ Вт}, \\ P_4 &= r_4 I_4^2 = 90,4 \text{ Вт}, P_5 = r_5 I_5^2 = 291 \text{ Вт}.\end{aligned}$$

Баланс мощностей

$$\begin{aligned}\sum EI &= \sum r I^2, \\ 912 &\approx 913.\end{aligned}$$

1.49. Пользуясь законами Кирхгофа или методом контурных токов, определить токи в ветвях цепи, схема которой показана на рис. 1.49, если $E_1 = 24 \text{ В}$, $E_2 = 96 \text{ В}$, $E_3 = 48 \text{ В}$, $r_2 = 16 \text{ Ом}$, $r_3 = 8 \text{ Ом}$, $r_4 = 16 \text{ Ом}$, $r_5 = 8 \text{ Ом}$.

Найти значения мощностей источников и приемников.

Ответ. $I_1 = 0$, $I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = 3 \text{ А}$.

Мощности источников и приемников равны 432 Вт.

1.50. Как изменятся токи в цепи схемы рис. 1.49, если э. д. с. E_3 будет увеличена вдвое, т. е. станет равной $E'_3 = 96 \text{ В}$?

Решение. В этом случае для определения токов целесообразно воспользоваться принципом наложения. При этом достаточно

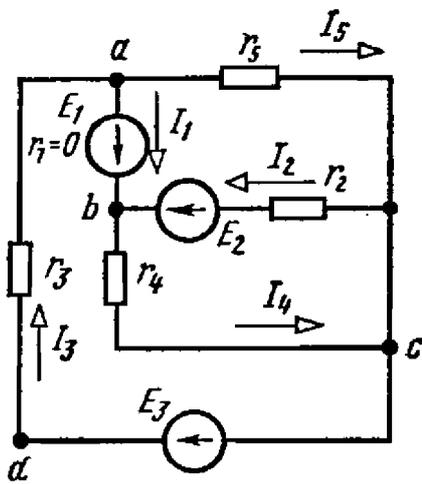


Рис. 1.49

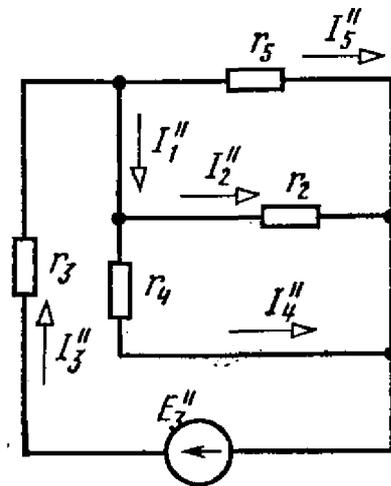


Рис. 1.50

определить токи в ветвях схемы рис. 1.50 от источника э. д. с. $E_3'' = E_3' - E_3 = 48$ В, имеющей то же направление, что и э. д. с. E_3 в схеме рис. 1.50, и наложить токи этой схемы на токи соответствующих ветвей схемы рис. 1.49.

Определим эквивалентное сопротивление схемы рис. 1.49:

$$r_{\text{экр}} = r_3 + \frac{r_2 r_4 r_5}{r_2 r_5 + r_5 r_4 + r_4 r_2} = 12 \text{ Ом.}$$

Общий ток

$$I_3'' = \frac{E_3''}{r_{\text{экр}}} = \frac{48}{12} = 4 \text{ А.}$$

В резисторах r_5 , r_2 и r_4 токи от источника э. д. с. E_3'' будут равны: $I_5'' = 2$ А, $I_4'' = I_2'' = 1$ А и $I_1'' = 2$ А.

Резльтирующие токи заданной схемы:

$$I_1' = 0 + I_1'' = 2 \text{ А, } I_2' = I_2 - I_2'' = 3 - 1 = 2 \text{ А, } I_3' = I_3 + I_3'' = 3 + 4 = 7 \text{ А,}$$

$$I_4' = I_4 + I_4'' = 3 + 1 = 4 \text{ А, } I_5' = I_5 + I_5'' = 3 + 2 = 5 \text{ А.}$$

1.51. На рис. 1.51, а показана схема цепи, э. д. с. источников и сопротивления резисторов которой заданы равными $E_1 = 120$ В;

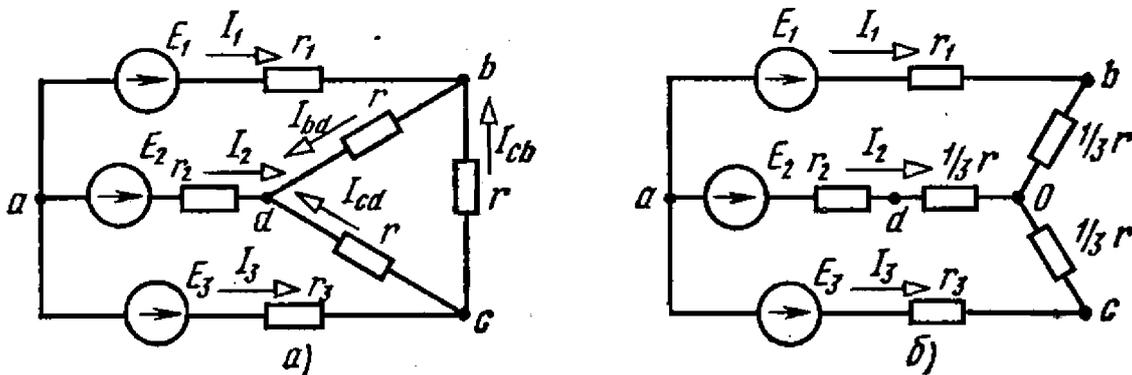


Рис. 1.51

$E_2 = 60$ В, $E_3 = 140$ В, $r_1 = 10$ Ом, $r_2 = 0,5$ Ом, $r_3 = 0,4$ Ом, $r = 3$ Ом.

Определить токи всех ветвей цепи.

Указание. Для решения задачи целесообразно преобразовать треугольник bcd в эквивалентную звезду (рис. 1.51, б).

Ответ. $I_1 = 6,8 \text{ А}$, $I_2 = -30,9 \text{ А}$, $I_3 = 24,1 \text{ А}$, $I_{bd} = 12,6 \text{ А}$,
 $I_{cd} = 18,3 \text{ А}$, $I_{cb} = 5,8 \text{ А}$.

1.52. Методом эквивалентного генератора найти ток в одной из ветвей цепи схемы рис. 1.52, зная который, можно, используя законы Кирхгофа и Ома, определить токи во всех остальных ветвях.

Задано: $E_1 = E_3 = 48 \text{ В}$, $E_2 = 24 \text{ В}$,
 $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = 8 \text{ Ом}$.

Ответ. $I_1 = 3,37 \text{ А}$, $I_2 = 0,37 \text{ А}$,
 $I_3 = 4,87 \text{ А}$, $I_4 = 1,12 \text{ А}$, $I_5 = 3,75 \text{ А}$.

1.53*. Определить ток в ветви ab . Величины э. д. с. на схемах рис. 1.53, a — b указаны в вольтах, сопротивления резисторов — в омах.

Ответ. а) 12 А; б) 3 А; в) 0,7 А.

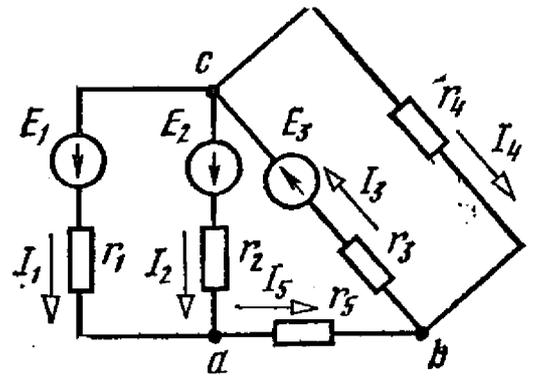


Рис. 1.52

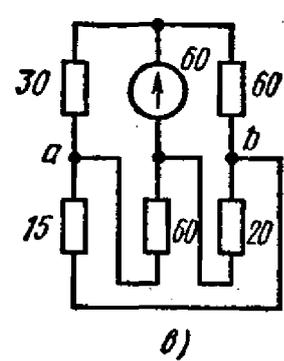
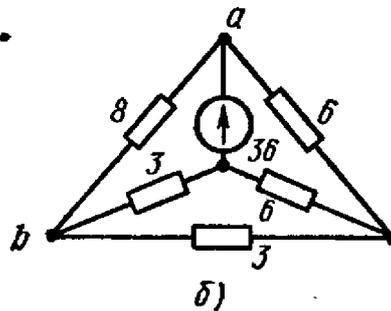
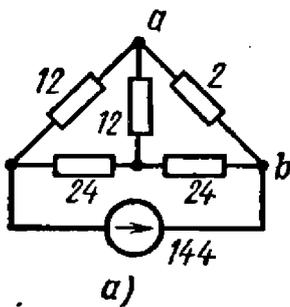


Рис. 1.53

Глава 2

ПРОСТЕЙШИЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

2.1. Два нелинейных элемента (н. э.), ампер-вольтные характеристики (а. в. х.) 1 и 2 которых изображены на рис. 2.1, соединены последовательно.

Определить напряжение U на входе схемы, если ток первого н. э. $I_1 = 100 \text{ мА}$.

Ответ. $U = 25 \text{ В}$.

Чему равен общий ток в цепи при параллельном соединении этих же элементов, если ток второго н. э. $I_2 = 200 \text{ мА}$?

Ответ. $I = 336 \text{ мА}$.

2.2. Линейный элемент с сопротивлением $r = 200 \text{ Ом}$ и н. э., а. в. х. которого задана данными, приведенными в табл. 2.1, соединены последовательно и подключены к источнику питания с э. д. с. $E = 200 \text{ В}$ (рис. 2.2, а).

Определить ток в цепи и напряжение на н. э.

Решение. Воспользуемся методом пересечения характеристик — графическим решением системы из двух уравнений, выражающих связь между напряжением и током н. э.

$U, \text{В}$	0	20	40	60	80	100	120	160	200	240
$I, \text{А}$	0	0,22	0,36	0,45	0,53	0,60	0,76	0,76	0,85	0,90

Зависимость $U_2(I)$ выражается, с одной стороны, а. в. х. н. э., заданной в табл. 2.1 (рис. 2.2, б), и с другой — уравнением $U_2(I) = U - U_1(I) = U - rI$, составленным по второму закону Кирхгофа. Последнее уравнение является прямой, проходящей через точки с координатами: $U = 0; I_{\kappa} = E/r = 1 \text{ А}$ и $I = 0, U = E = 200 \text{ В}$ (рис. 2.2, б). Точка с пересечения характеристик определяет корни этой системы уравнений: $I = 55 \text{ А}$ и $U_2 = 85 \text{ В}$.

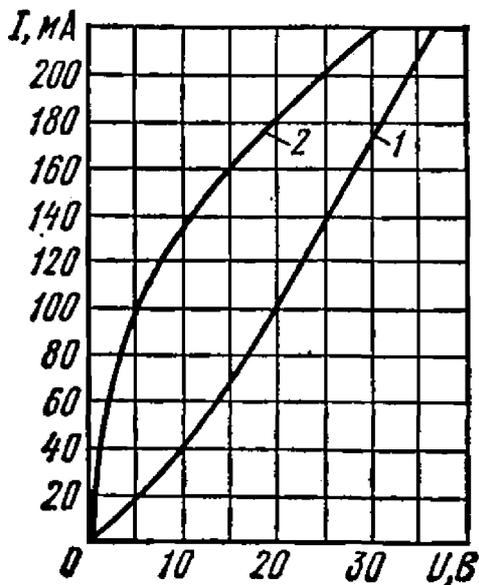


Рис. 2.1

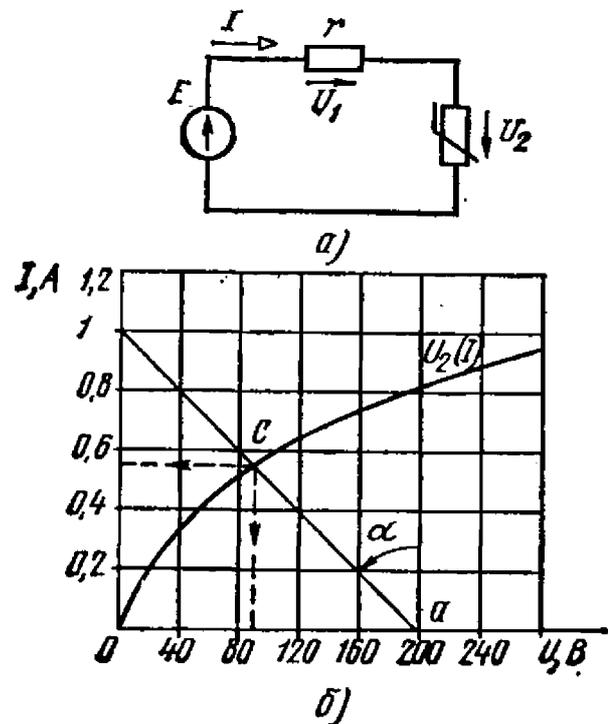


Рис. 2.2

Указанную прямую называют опрокинутой характеристикой линейного элемента с сопротивлением r и ее можно построить по-другому: провести прямую из точки a под углом α к вертикали (см. задачу 2.5); откуда получим

$$\operatorname{tg} \alpha = r \frac{m_I}{m_U} = 200 \cdot \frac{0,02}{4} = 1; \alpha = 45^\circ.$$

Масштабы тока и напряжения соответственно равны:

$$m_I = 0,02 \text{ А/мм} \text{ и } m_U = 4 \text{ В/мм}.$$

2.3. Определить ток в цепи и напряжение U_2 на нелинейном элементе (рис. 2.2, а), если $E = 6 \text{ В}$, $r = 10 \text{ Ом}$, ампер-вольтная характеристика нелинейного элемента задана в табл. 2.2.

Таблица 2.2

I, A	0	0,15	0,25	0,3	0,4	0,45
U, B	0	2	3	4	5,5	6

Ответ. $I = 0,28 A$; $U_2 = 3,2 B$.

2.4. Найти напряжения на каждом из двух последовательно соединенных н.э., а.в.х. которых показаны на рис. 2.1, если напряжение на входе схемы $U = 40 B$.

Указание. Воспользуемся методом пересечения характеристик, построив из точки k с абсциссой $U = 40 B$ (рис. 2.4) опрокинутую характеристику $I(U_2)_{\text{опр}}$ второго элемента в соответствии с уравнением $U_1(I) = U - U_2(I)$.

Точка с пересечения этих характеристик определит искомые значения напряжений: $U_1 = 27 B$ и $U_2 = 13 B$.

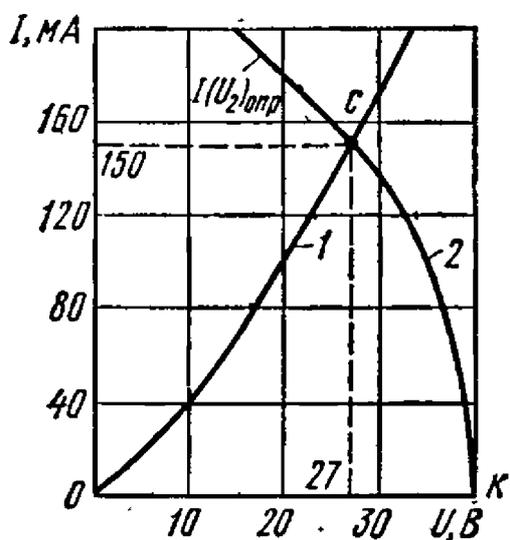


Рис. 2.4

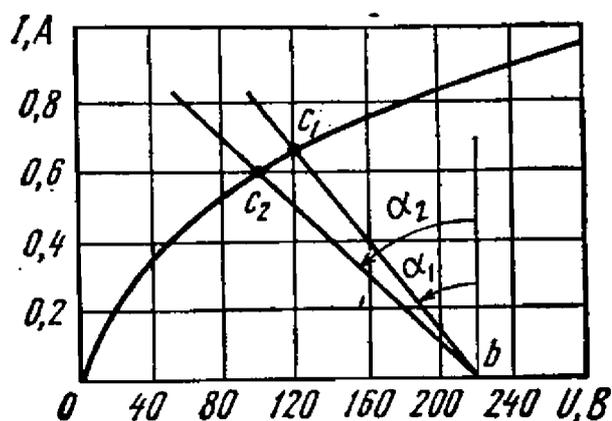


Рис. 2.5

2.5. Линейный элемент с сопротивлением r и нелинейный элемент, а.в.х. которого задана в задаче 2.2, соединены последовательно и подключены к источнику питания напряжением $U = 220 B$.

Определить токи и напряжения н.э. при $r = r_1 = 150 \text{ Ом}$ и $r = r_2 = 200 \text{ Ом}$.

Указание. Ампер-вольтная характеристика по данным табл. 2.1 задачи 2.2 построена на рис. 2.2. Масштабы тока и напряжения взяты равными $m_I = 0,02 A/\text{мм}$ и $m_U = 4 B/\text{мм}$. Углы наклона α_1 и α_2 опрокинутых характеристик линейных элементов с сопротивлениями r_1 и r_2 к вертикали определены из соотношений

$$\text{tg } \alpha_1 = r_1 \frac{m_I}{m_U} = 150 \cdot \frac{0,02}{4} = 0,75; \quad \alpha_1 = 37^\circ;$$

$$\text{tg } \alpha_2 = r_2 \frac{m_I}{m_U} = 200 \cdot \frac{0,02}{4} = 1; \quad \alpha_2 = 45^\circ.$$

Ответ. Токи и напряжения н.э.: $U_1 = 120$ В и $I_1 = 0,66$ А; $U_2 = 100$ В и $I_2 = 0,6$ А.

2.6. Найти пределы изменения напряжения и тока н.э. в схеме предыдущей задачи, если при сопротивлении линейного элемента $r_2 = 200$ Ом напряжение на входе схемы изменяется от 200 до 240 В.

Указание и ответ. Для определения напряжения и тока н.э. на рис. 2.5 необходимо провести прямые, параллельные прямой bc_2 , которые должны проходить через точки b_2 ($U = 200$ В) и b'_2 ($U = 240$ В). Точки пересечения этих прямых с характеристикой н.э. определяют пределы изменения напряжения $U_{н.э.} = 88 - 112$ В и тока $I_{н.э.} = 0,56 - 0,64$ А.

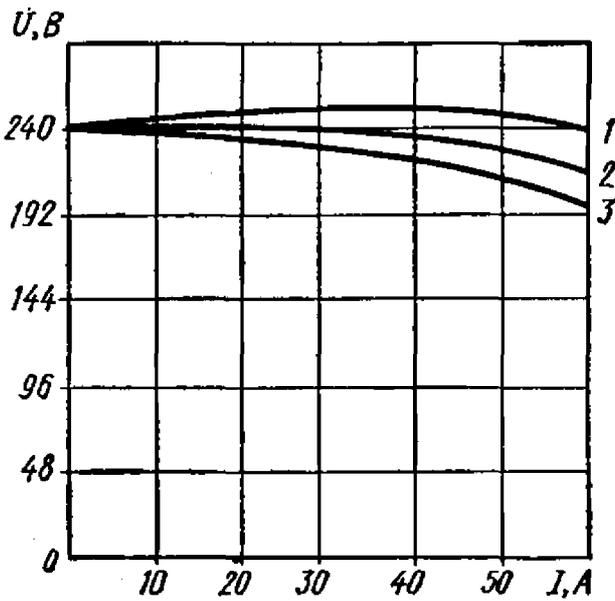


Рис. 2.7

2.7. К зажимам генератора постоянного тока, семейство вольт-амперных характеристик (в. а. х.) которого изображено на рис. 2.7, подключается батарея аккумуляторов ($E = 192$ В). В режиме 1 ток зарядки $I_1 = 55$ А. Определить токи зарядки в режимах 2 и 3 и $r_{вн}$ батареи.

Ответ. $I_2 = 42$ А; $I_3 = 35$ А; $r_{вн} = 1$ Ом.

2.8. На рис. 2.8, а приведена эквивалентная а. в. х., составленная из двух прямых, заменяющих два участка действительной а. в. х. нелинейного элемента.

Найти статическое и дифференциальное сопротивления участков. Составить эквивалентные схемы участков.

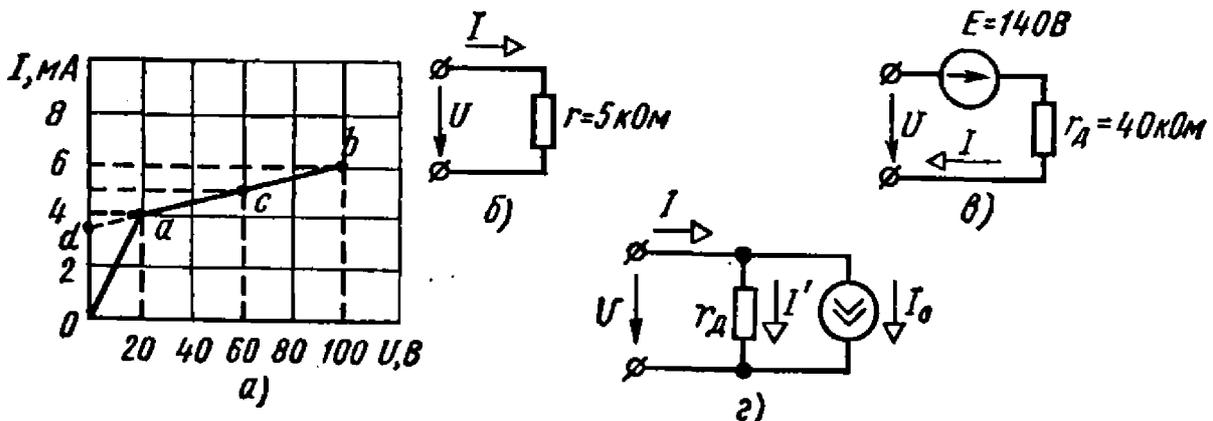


Рис. 2.8

Решение. Для прямой Oa , проходящей через начало координат, статическое сопротивление $r_{ст}$ равно дифференциальному сопротивлению r_d , так как для любой ее точки $\Delta U / \Delta I = U / I$.

Возьмем, например, точку a характеристики, для которой $U_a = 20$ В и $I_a = 4$ мА. Сопротивления

$$r_d = r_{ст} = \frac{U_a}{I_a} = \frac{20 \text{ В}}{4 \text{ мА}} = 5 \text{ кОм.}$$

Участок ab характеризуется прямой, не проходящей через начало координат. Поэтому для него $r_{ст} \neq r_d$. Определим статические сопротивления для точек c и b характеристики:

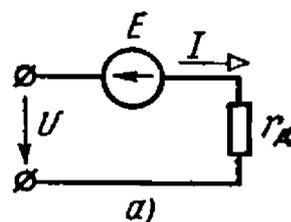
$$r_{c ст} = \frac{U_c}{I_c} = \frac{60 \text{ В}}{5 \text{ мА}} = 12 \text{ кОм} \text{ и } r_{b ст} = \frac{U_b}{I_b} = \frac{100 \text{ В}}{6 \text{ мА}} = 16,7 \text{ кОм}.$$

Дифференциальное сопротивление этого участка

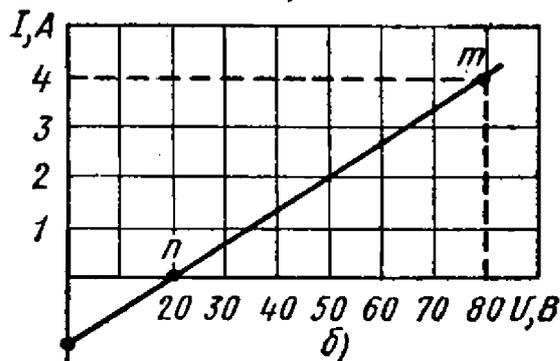
$$r_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_b - U_a}{I_b - I_a} = \frac{100 - 20}{6 - 4} = \frac{80 \text{ В}}{2 \text{ мА}} = 40 \text{ кОм}.$$

Эквивалентная схема нелинейного элемента на участке Oa показана на рис. 2.8, б. Она не имеет э. д. с. фиктивного источника, так как линейная характеристика проходит через начало координат.

Эквивалентная схема нелинейного элемента на участке ab имеет э. д. с. $E = E_\phi = U_0$ фиктивного источника, совпадающую по направлению с направлением тока, так как продолжение прямой ab отсекает отрезок U_0 на отрицательной полуоси напряжения (на рис. 2.8, а не показано). Величину этого напряжения можно подсчитать по току $I_0 = I_{0d}$, измеряемому отрезком, отсекаемым продолжением прямой ab на оси токов. Значение этого тока $I_{0d} = 3,5 \text{ мА}$. Поэтому $U_0 = r_d I_{0d} = 140 \text{ В}$. Таким образом, эквивалентная схема нелинейного элемента с напряжением, изменяющимся от 20 до 100 В, состоит из э. д. с. $E = E_\phi = 140 \text{ В}$ фиктивного источника и дифференциального сопротивления r_d , равного 40 кОм (рис. 2.8, в).



Схему рис. 2.8, в составим из уравнения $I = I_0 + \frac{U}{r_d}$, откуда $r_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U}{I - I_0}$.



2.9. На рис. 2.9, а приведена эквивалентная схема нелинейного элемента, соответствующая определенному линейному участку его а. в. х.

Определить, какой прямой можно заменить участок нелинейной характеристики нелинейного элемента, если $U = 80 \text{ В}$, $E = 20 \text{ В}$ и $r_d = 15 \text{ Ом}$.

Решение. Ток в цепи

$$I = \frac{U - E}{r_d} = \frac{80 - 20}{15} = 4 \text{ А}.$$

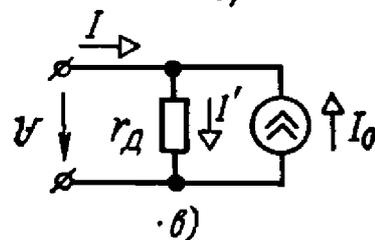


Рис. 2.9

Следовательно, можно утверждать, что нелинейная характеристика заменена прямой, проходящей через точку m с координатами $I = 4 \text{ А}$ и $U = 80 \text{ В}$.

Э. д. с. фиктивного источника схемы противоположна по направлению току, поэтому прямая должна пройти через точку n на оси абсцисс, для которой $U_0 = E = 20 \text{ В}$ (рис. 2.9, б).

Этому же графику соответствует и схема замещения рис. 2.9, в, составленная на основании уравнения $I = -I_0 + \frac{U}{r_d}$, где $r_d = \frac{U}{I + I_0}$.

2.10. На рис. 2.10, а приведена а. в. х. полупроводникового кремниевого стабилитрона—прибора, применяемого для стабилизации напряжения.

Определить статическое и дифференциальное сопротивление стабилитрона для прямолинейного участка АВ характеристики. Найти его эквивалентную схему.

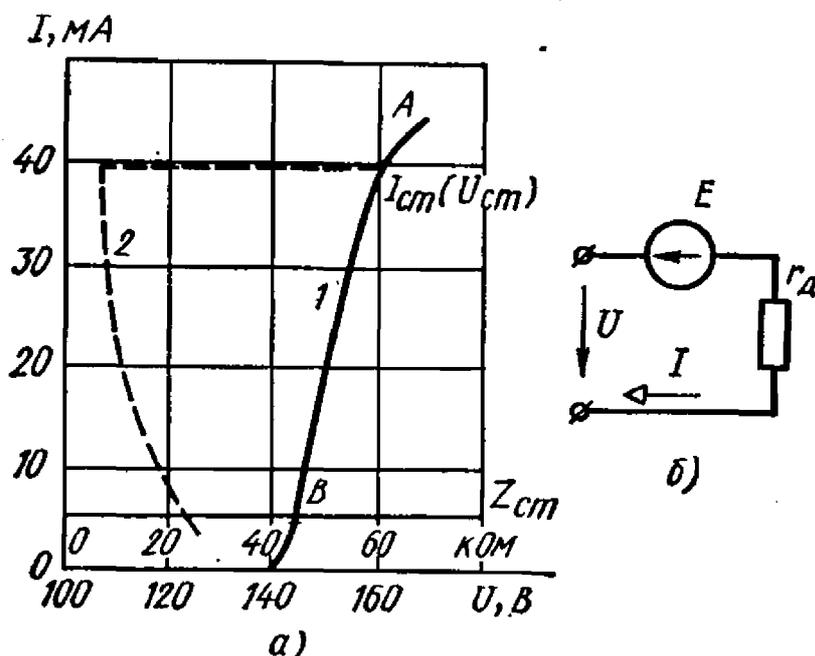


Рис. 2.10

Решение. Зависимость статического сопротивления от тока дана на рис. 2.10, а (кривая 2). Сопротивление стабилитрона на этом участке уменьшается от 27 до 4,56 кОм.

Для определения дифференциального сопротивления найдем по кривой $I_{ст}(U_{ст})$ приращения напряжения ΔU и тока ΔI на этом участке:

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_A - U_B = 162 - 145 = 17 \text{ В}, \\ \Delta I &= I_A - I_B = 40 - 5 = 35 \text{ мА}.\end{aligned}$$

Дифференциальное сопротивление стабилитрона

$$r_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{17 \text{ В}}{35 \text{ мА}} = 0,496 \text{ кОм}.$$

Продолжение прямой АВ отсекает на положительной полуоси напряжений отрезок, определяющий э. д. с. $E = 142 \text{ В}$ фиктивного источника эквивалентной схемы (рис. 2.10, б).

2.11. Для получения стабилизированного напряжения $U_n = 150 \text{ В}$ на нагрузке $r_n = 30 \text{ кОм}$ параллельно ей (рис. 2.11) подключен стабилитрон, а. в. х. которого приведена на рис. 2.10, а.

Определить величину балластного сопротивления r_6 и его мощность, если напряжение источника питания $U = 250 \text{ В}$.

Решение. Из характеристики стабилитрона видно, что на прямолинейном участке ток его может изменяться в диапазоне

$I_{ст} = 5 - 40$ мА. Выбираем режим работы стабилитрона, соответствующий току $I_{ст} = 20$ мА. Ток нагрузки

$$I_n = \frac{U_n}{r_n} = \frac{150 \text{ В}}{30 \text{ кОм}} = 5 \text{ мА.}$$

Падение напряжения на балластном сопротивлении $U_б = U - U_n = 250 - 150 = 100$ В.

Тогда

$$r_б = \frac{U - U_n}{I_{ст} + I_n} = 4 \text{ кОм.}$$

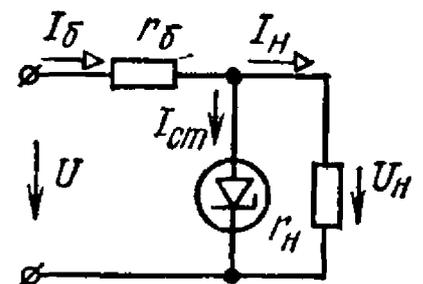


Рис. 2.11

Мощность балластного сопротивления $P = r_б (I_{ст} + I_n)^2 = 2,5$ Вт.

2.12. Определить изменение напряжения на нагрузке в задаче 2.11, если напряжение на входе изменится на $\Delta U = \pm 10$ В. Найти коэффициент стабилизации напряжения схемы.

Решение. Для графического решения на рис. 2.12 в масштабах $m_I = 5$ мА/см и $m_U = 20$ В/см построены прямолинейный участок AB ампер-вольтной характеристики стабилитрона (взято с рис. 2.10) и нагрузочная характеристика $I_n(U_{ст})$, проведенная через точку с координатами $I_n = 5$ мА и $U_n = 150$ В. В результате сложения ординат прямых $I(U_{ст})$ и AB получим прямую A_1B_1 , являющуюся участком ампер-вольтной характеристики $I_б(U_{ст})$.

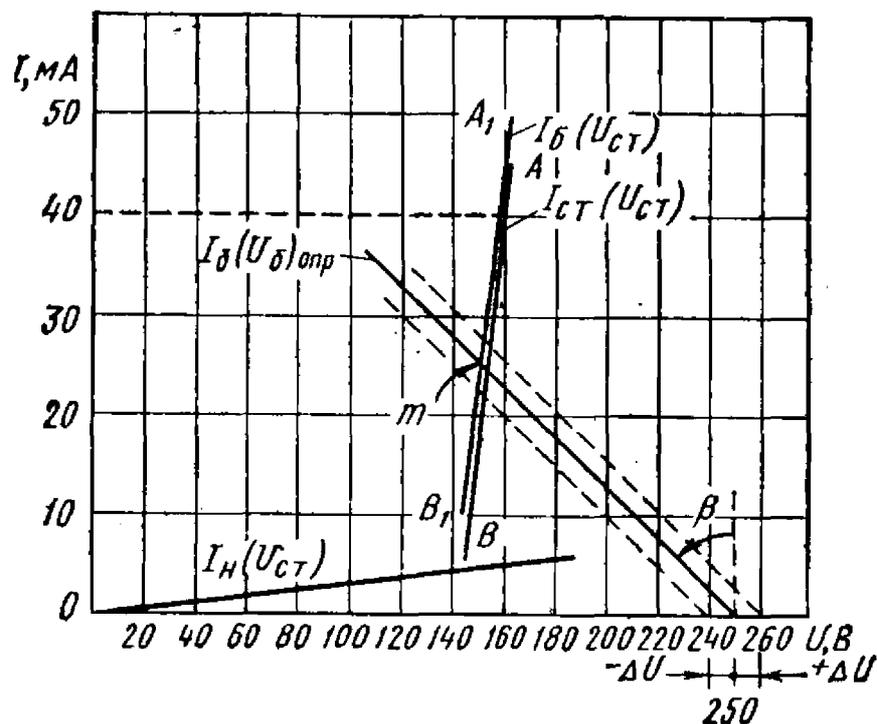


Рис. 2.12

Для того чтобы построить опрокинутую характеристику $I_б(U_б)_{опр}$ для линейного участка с сопротивлением $r_б = 4$ кОм, находим

$$\operatorname{tg} \beta = r_б \frac{m_I}{m_U} = 4 \cdot 10^3 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{20} = 1; \quad \beta = 45^\circ.$$

Пересечение прямой $I_6(U_6)_{\text{опр}}$ с прямой A_1B_1 определяет ток $I_6 = 25$ мА и напряжение на стабилитроне $U_{\text{ст}} = 150$ В (точка m на рис. 2.12). При изменении входного напряжения на ± 10 В напряжение на стабилитроне изменяется на $\Delta U_{\text{ст}} = \pm 1$ В (см. прямые, параллельные прямой $I_6(U_6)_{\text{опр}}$).

Коэффициент стабилизации напряжения

$$K_U = \frac{\frac{\Delta U}{U}}{\frac{\Delta U_{\text{ст}}}{U_{\text{ст}}}} = \frac{\Delta U}{\Delta U_{\text{ст}}} \cdot \frac{U_{\text{ст}}}{U} = \frac{10}{1} \cdot \frac{150}{250} = 6.$$

2.13. Определить ток I_3 цепи (рис. 2.13, б) с нелинейным элементом, а.в.х. которого $I_3(U_{\text{н.э.}})$ задана на рис. 2.13, а. Сопротивления элементов цепи и напряжение на ее входе равны: $r_1 = r_2 = 4$ кОм, $r_3 = 1$ кОм и $U = 12$ В.

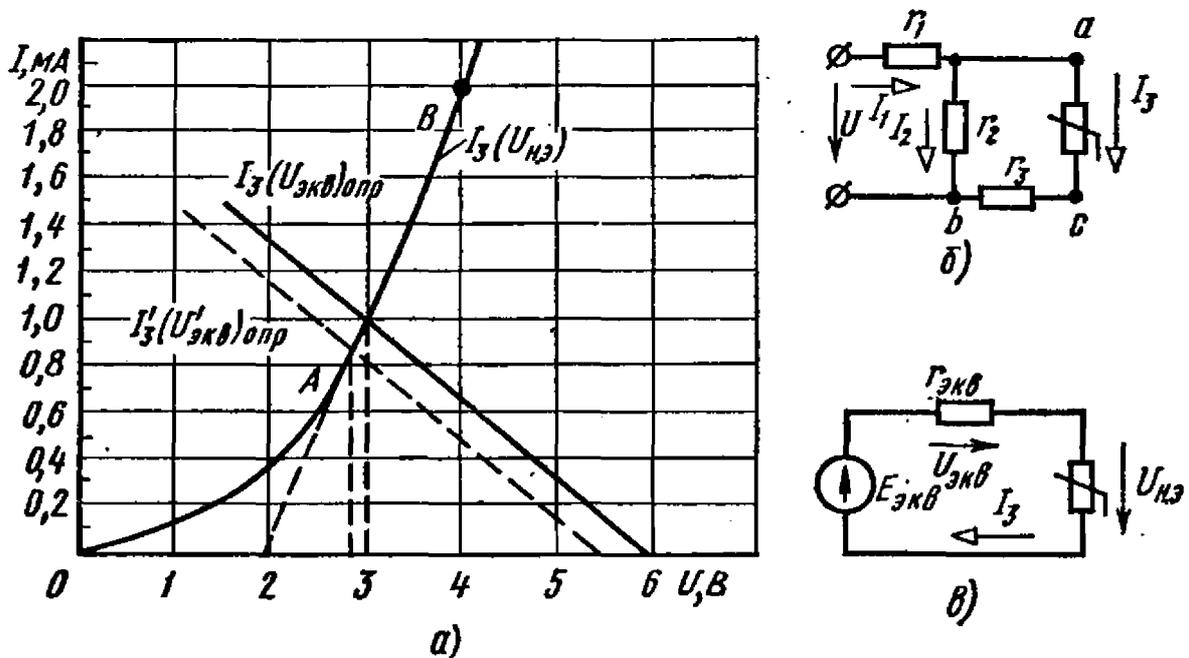


Рис. 2.13

Решение. Для определения тока в любой из ветвей цепи с нелинейным элементом удобно воспользоваться методом эквивалентного генератора. Для этого размыкаем ветвь с нелинейным элементом и определяем напряжение холостого хода между точками a и c :

$$U_{\text{а.с.х.}} = \frac{U}{r_1 + r_2} r_2 = \frac{U \cdot 4 \cdot 10^3}{(4 + 4) \cdot 10^3} = 0,5U = 6 \text{ В.}$$

Находим сопротивление эквивалентного генератора

$$r_{\text{экв}} = r_3 + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = 1 + \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 3 \text{ кОм}$$

и составляем схему рис. 2.13, в.

Для определения тока I_3 на рис. 2.13, а строим опрокинутую характеристику $I_3(U_{\text{экв}})_{\text{опр}}$ и находим координаты точки пересечения ее с характеристикой $I_3(U_{\text{н.э.}})$: $I_3 = 1$ мА и $U_{\text{н.э.}} = 3$ В.

Возвращаясь к исходной схеме рис. 2.13, б, находим напряжение и ток участка с сопротивлением r_2 :

$$U_2 = r_3 I_3 + U_{н.э} = 1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} + 3 = 4 \text{ В},$$

$$I_2 = \frac{U_2}{r_2} = \frac{4 \text{ В}}{4 \text{ кОм}} = 1 \text{ мА}.$$

2.14. Как изменится ток I_2 цепи (рис. 2.13, б), если напряжение на входе снизить на $\Delta U = 1 \text{ В}$?

Решение. При снижении напряжений на входе цепи до $U = 11 \text{ В}$ напряжение холостого хода также уменьшится и будет равно

$$U'_{асх} = 0,5U = 0,5 \cdot 11 = 5,5 \text{ В}.$$

Проводя прямую $I'_3 (U'_{эқв})_{опр}$, проходящую через точку $U = U'_{асх} = 5,5 \text{ В}$ на осях координат (рис. 2.13, а), находим $I'_3 = 0,88 \text{ мА}$ и $U'_{н.э} = 2,85 \text{ В}$.

Напряжение и ток участка с сопротивлением r_2 :

$$U'_2 = r_3 I'_3 + U'_{н.э} = 1 \cdot 10^3 \cdot 0,88 \cdot 10^{-3} + 2,85 = 3,75 \text{ В},$$

$$I'_2 = \frac{U'_2}{r_2} = \frac{3,75 \text{ В}}{4 \text{ кОм}} = 0,94 \text{ мА}.$$

2.15. Решить задачи 2.13 и 2.14 аналитически, пользуясь методом линеаризации нелинейных характеристик.

Решение. Заменяем участок AB характеристики нелинейного элемента $I_3 (U_{н.э})$ прямой линией, продолжив ее до пересечения с осью абсцисс в точке $E_\phi = U_0 = 2 \text{ В}$ (рис. 2.13, а). Начальные и конечные точки A и B прямолинейного участка кривой характеризуются следующими напряжениями и токами: $U_A = 2,7 \text{ В}$, $U_B = 4 \text{ В}$, $I_A = 0,7 \text{ мА}$, $I_B = 2 \text{ мА}$.

Дифференциальное сопротивление участка

$$r_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_B - U_A}{I_B - I_A} = \frac{4 - 2,7}{2 - 0,7} = 1 \text{ кОм}.$$

Заменяя нелинейный элемент ветвью с э. д. с. $E_\phi = U_0 = 2 \text{ В}$ и сопротивлением $r_d = 1 \text{ кОм}$, получим схему рис. 2.15.

Определим напряжение между узлами a и b этой эквивалентной цепи в зависимости от напряжения U :

$$U_{ab} = \frac{\frac{U}{r_1} + \frac{E_\phi}{r_d + r_3}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_d + r_3} + \frac{1}{r_2}} = \frac{\frac{U}{4} + \frac{2}{1+1}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{1+1} + \frac{1}{4}} = 1 + 0,25U.$$

Для $U = 12 \text{ В}$ напряжение $U_{ab} = 1 + 0,25 \cdot 12 = 4 \text{ В}$.

Токи ветвей:

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{r_2} = \frac{4 \text{ В}}{4 \text{ кОм}} = 1 \text{ мА},$$

$$I_3 = \frac{U_{ab} - E_\phi}{r_d + r_3} = \frac{(4 - 2) \text{ В}}{(1 + 1) \text{ кОм}} = 1 \text{ мА}.$$

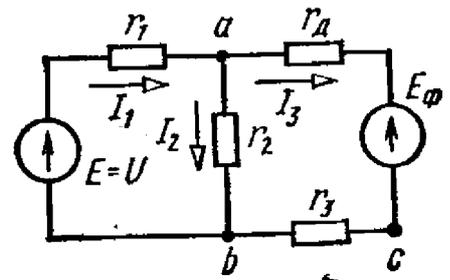


Рис. 2.15

Когда напряжение на входе понизится на 1 В (см. условие задачи 2.14), напряжения на входе и между узлами a и b будут соответственно равны $U' = 11$ В и $U'_{ab} = 1 + 0,25 \cdot 11 = 3,77$ В.

Токи ветвей:

$$I'_2 = \frac{U'_{ab}}{r_2} = \frac{3,77 \text{ В}}{4 \text{ кОм}} = 0,945 \text{ мА},$$

$$I'_3 = \frac{U'_{ab} - E_\Phi}{r_d + r_s} = \frac{(3,77 - 2) \text{ В}}{(1 + 1) \text{ кОм}} = 0,885 \text{ мА}.$$

2.16. Для стабилизации напряжения по схеме рис. 2.11 используется полупроводниковый кремниевый стабилитрон, линейный участок а. в. х. которого приведен на рис 2.16. Точкам A и B

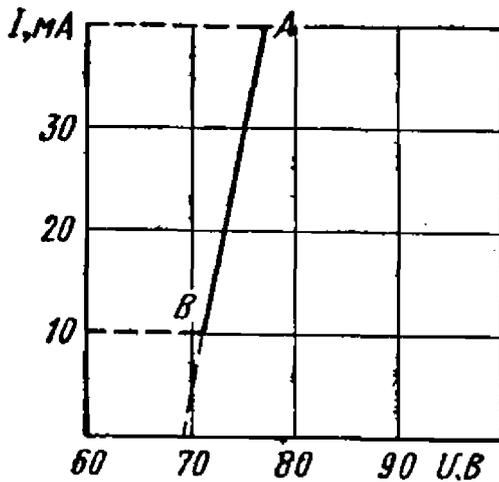


Рис. 2.16

этого участка характеристики соответствуют следующие напряжения и токи: $U_A = 77$ В, $U_B = 71$ В, $I_A = 40$ мА, $I_B = 10$ мА. Сопротивление нагрузки $r_n = 12$ кОм, балластное сопротивление $r_6 = 1,48$ кОм.

Пользуясь методом линеаризации нелинейных характеристик, найти напряжение на нагрузке, если входное напряжение $U = 110$ В.

Ответ. $U_n = 73$ В.

2.17. Как изменится напряжение на нагрузке в схеме задачи 2.16, если входное напряжение увеличится или уменьшится на 10 В?

Ответ. $U_n = (73 \pm 1)$ В.

2.18. На рис. 2.18, а приведена схема двух параллельных ветвей четырехплечного моста, в одну из ветвей которого включен нелинейный элемент с заданной на рис. 2.18, б а. в. х. $I_1(U_{н.э.})$.

Найти напряжение между точками b и a моста, если сопротивления его плеч $r_2 = 30,9$ Ом, $r_3 = 24,1$ Ом, $r_4 = 18,35$ Ом, а напряжение источника питания $U = 110$ В. При каком сопротивлении r'_4 мост будет находиться в равновесии? Можно ли получить равновесие моста, изменяя напряжение U на его входе?

Решение. Потенциал точки a относительно точки b

$$\varphi_a = \frac{U}{r_2 + r_3} r_2 = \frac{110 \cdot 30,9}{30,9 + 24,1} = 61,8 \text{ В}.$$

Потенциал точки b равен напряжению нелинейного элемента ($\varphi_b = U_{н.э.}$).

Для определения этого напряжения построим опрокинутую а. в. х. линейного элемента с сопротивлением r_4 . Для этого зададимся произвольным значением тока $I_1 = 2$ А и определим для него напряжение $U_4 = r_4 I_1 = 18,35 \cdot 2 = 36,7$ В. Проведем вертикаль через точку K (для $U = 110$ В) и отложим на ней отрезок Km , соответствующий току $I_1 = 2$ А. На горизонтали, проведенной через точку m , отложим отрезок mn , соответствующий напряжению $U_4 = 36,7$ В.

Прямая, проведенная через точки K и n , будет опрокинутой характеристикой $I_1(U_4)_{\text{опр}}$ линейного элемента с сопротивлением r_4 . Точка c пересечения характеристик $I_1(U_4)_{\text{опр}}$ и $I_1(U_{н.э.})$ определяет напряжение и ток нелинейного элемента $\varphi_b = U_{н.э.} = 66$ В и $I_1 = 2,4$ А. Разность потенциалов $U_{ba} = \varphi_b - \varphi_a = 66 - 61,8 = 4,2$ В.

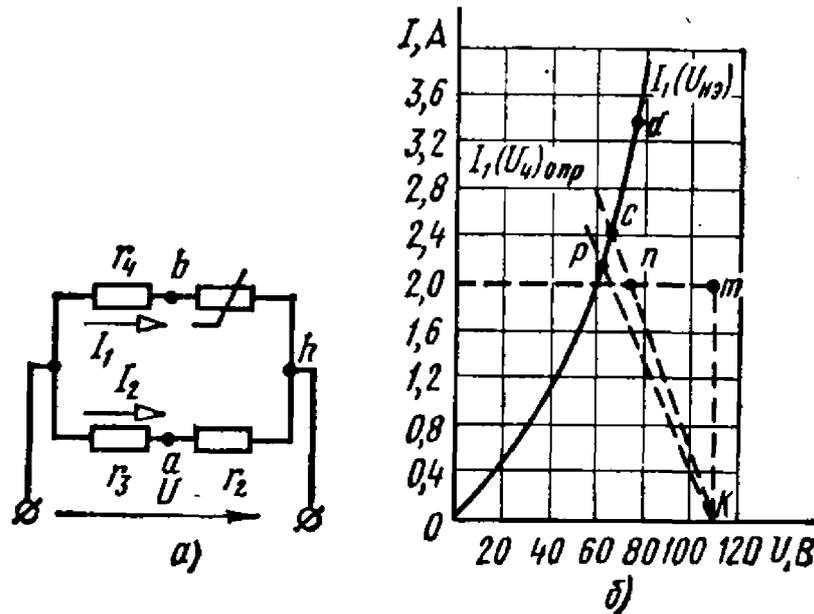


Рис. 2.18

Для того чтобы осуществить равновесие моста изменением сопротивления r_4 , потенциал точки b необходимо сделать равным потенциалу точки a . Для этого рабочую точку c характеристики нелинейного элемента надо переместить в точку p , для которой $U_{н.э.} = 61,8$ В. Наклон прямой pK к вертикали определяет величину сопротивления $r'_4 = 21,5$ Ом. Это сопротивление можно было бы определить и из условия равновесия моста, согласно которому $r_2 r'_4 = r_3 r_{н.э.}$

При изменении напряжения на входе схемы изменяется сопротивление $r_{н.э.}$. При равновесии моста $r_{н.э.} = \frac{r_2 r_4}{r_3} = \frac{30,9 \cdot 18,35}{24,1} = 23,5$ Ом.

На характеристике $I_1(U_{н.э.})$ этому сопротивлению соответствует точка d с $I_1 = 3,4$ А и $U_{н.э.} = 75$ В. Поэтому напряжение на входе моста должно быть равно $U = U_{н.э.} + r_4 I_1 = 75 + 18,35 \times 3,4 = 137$ В.

2.19. Для измерения температуры в плечо моста (рис. 2.19) включен полупроводниковый резистор типа ММТ-1, представляющий собой нелинейный элемент с заданной в табл. 2.3 а. в. х. при ($\theta = 65^\circ$).

Определить ток в диагонали моста, если напряжение источника питания $U = 12$ В, сопротивления плеч $r_2 = r_4 = 1$ кОм, $r_3 = 4$ кОм, а сопротивление прибора $r_5 = 2$ кОм. При каком напряжении U мост будет находиться в равновесии?

Ответ. $I_5 = 0,2$ мА, $U = 10$ В.

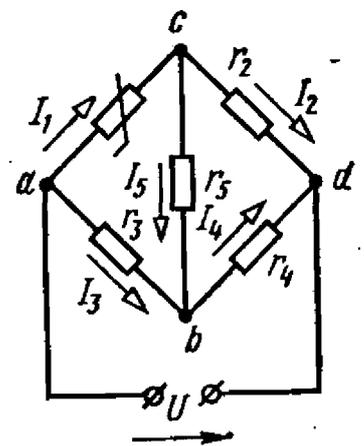


Рис. 2.19

Таблица 2.3

$U_1, \text{В}$	2	8	12	14	16
$I_1, \text{мА}$	0,25	2	4,2	5,7	10,5

2.20*. Определить ток I_T термисторов (рис. 2.20), ампер-вольтные характеристики которых заданы в табл. 2.4—2.6.

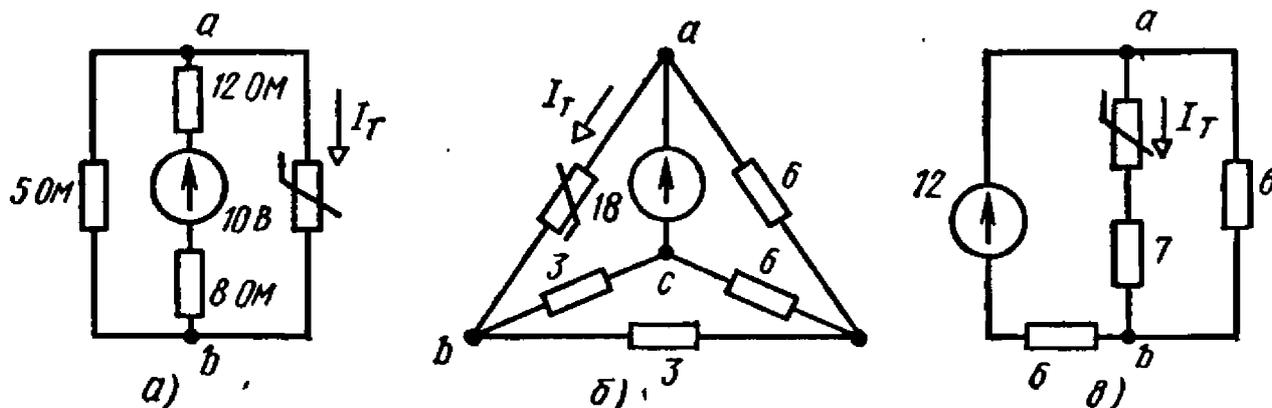


Рис. 2.20

Величины э. д. с. указаны в вольтах, сопротивления резисторов — в омах.

Ответ. а) $I_T = 0,1 \text{ А}$; б) $I_T = 0,05 \text{ А}$; в) $I_T = 0,35 \text{ А}$.

Таблица 2.4

$I_a, \text{А}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$U_a, \text{В}$	0	1	2,5	4	5,5	6

Таблица 2.5

$I_b, \text{А}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$U_b, \text{В}$	0	4	8	10	12	14

Таблица 2.6

$I_b, \text{А}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$U_b, \text{В}$	0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5

**НЕРАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА**

3.1. Написать выражения для мгновенных значений напряжения и тока, синусоиды которых изображены на рис. 3.1, приняв за начало отсчета точки O , O_1 и O_2 . При начале отсчета в точке O найти напряжение и ток для момента времени $t_1 = 0,00167$ с. Амплитуды напряжения и тока, а также частота заданы равными: $U_m = 200$ В, $I_m = 6$ А и $f = 50$ Гц.

Ответ. Для начала отсчета в точке O

$$u = 200 \sin 314t \text{ В,}$$

$$i = 6 \sin(314t - \pi/4) \text{ А.}$$

При $t_1 = 0,00167$ с угол $\alpha = \omega t = \pi/6$, напряжение $u_1 = 100$ В и ток $i = -1,55$ А.

Для начала отсчета в точке O_1

$$u = 200 \sin(314t + \pi/2) \text{ В,}$$

$$i = 6 \sin(314t + \pi/4) \text{ А.}$$

Для начала отсчета в точке O_2

$$u = 200 \sin(314t + \pi) \text{ В,}$$

$$i = 6 \sin(314t + 3/4\pi) \text{ А.}$$

3.2. На рис. 3.2, а представлена осциллограмма тока электрической цепи.

Изобразить этот ток в виде вектора в комплексной плоскости, показав его положение для $t=0$ и $t=t_1$, при котором $\omega t_1 = \pi/4$. Определить мгновенное значение тока для $t=t_1$.

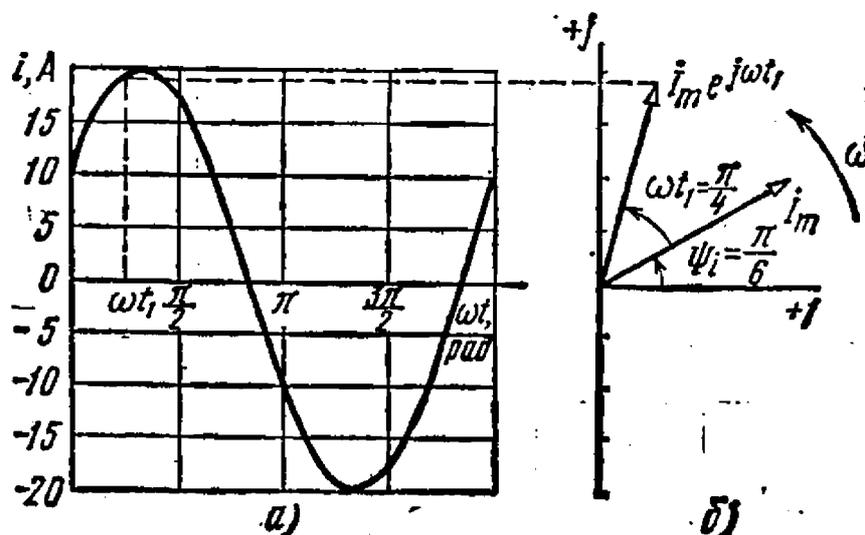


Рис. 3.2

Решение. Из графика видно, что амплитуда тока $I_m = 20$ А и начальное мгновенное значение (при $t = 0$) $i_0 = 10$ А.

Определим начальную фазу тока ψ_i из общего уравнения тока для заданной кривой $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, положив в нем $t = 0$:

$$i_0 = I_m \sin \psi_i; \sin \psi_i = i_0 / I_m = 10 / 20 = 0,5; \psi_i = 30^\circ.$$

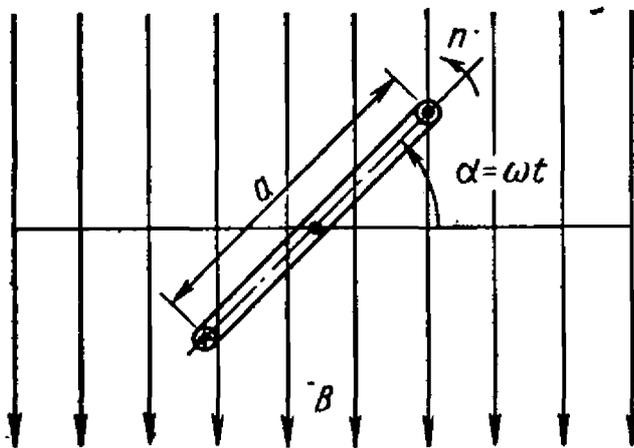
Тогда изменению тока по заданному графику соответствует выражение для мгновенных значений тока $i = 20 \sin(\omega t + 30^\circ)$ А.

На комплексной плоскости рис. 3.2, б этой тригонометрической функции соответствует вращающийся вектор, величина и положение которого для момента времени $t = 0$ определяют комплексную амплитуду

$$I_m = I_m e^{j\psi_i} = 20 e^{j30^\circ} \text{ А} = 20 \cos 30^\circ + j20 \sin 30^\circ = (17,3 + j10) \text{ А}.$$

Положение вектора комплексной амплитуды в момент времени t_1 определяется углом в 75° . Проекция этого вектора на ось мнимых величин равна мгновенному значению тока $i_1 = 19,3$ А.

3.3. Прямоугольная рамка, закрепленная на оси, вращается в равномерном магнитном поле, имеющем индукцию $B = 0,8$ Т,



с постоянной частотой вращения $n = 3000$ об/мин. Стороны рамки, параллельные плоскости чертежа (рис. 3.3, а), имеют длину $a = 16$ см и делятся осью вращения, перпендикулярной направлению линий магнитного поля, пополам: стороны рамки, перпендикулярные плоскости чертежа, имеют длину $l = 32$ см. Число витков рамки $\omega = 4$.

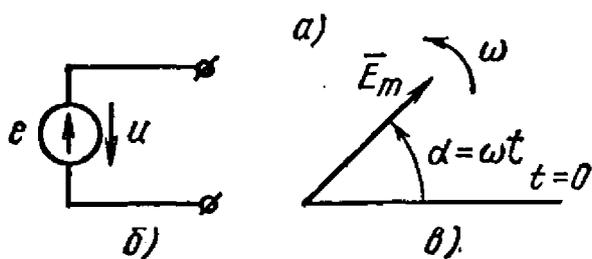


Рис. 3.3

Определить период T , частоту f и угловую частоту ω э. д. с. индуктированной в витках рамки.

Записать уравнение для мгновенной э. д. с. рамки. Изобразив вращающуюся рамку в виде генератора синусоидальной э. д. с., составить эквивалентную схему и построить векторную диаграмму.

Ответ. $T = 0,02$ с, $f = 50$ Гц, $\omega = 314$ рад/с. Если за начало отсчета времени ($t = 0$) принять момент прохождения рамки через нейтральную плоскость, т. е. плоскость, перпендикулярную линиям магнитного поля и проходящую через ось рамки, то $e = 51,4 \sin \omega t$ В.

Эквивалентная схема и векторная диаграмма приведены на рис. 3.3, б, в.

3.4. Построить векторную диаграмму и записать выражения мгновенной э. д. с. рамки задачи 3.3, если за начало отсчета принять новое положение плоскости рамки после сдвига ее относительно нейтральной оси:

а) по направлению вращения рамки на угол $\pi/2$,

б) против направления вращения на 120° .

Ответ. а) $e_a = 51,4 \sin(\omega t + \pi/2)$;

б) $e_b = 51,4 \sin(\omega t - 120^\circ)$.

Векторные диаграммы приведены на рис. 3.4, а для $t=0$ и на рис. 3.4, б для $t=t_1$.

3.5. Мгновенное значение тока электрической цепи задано уравнением $i = 14,1 \sin(\omega t + \pi/6)$ А.

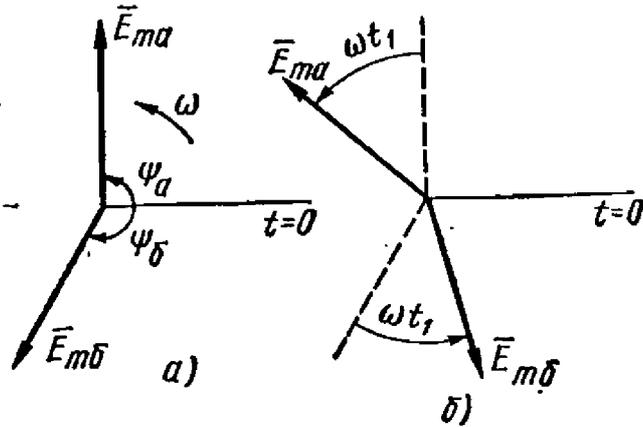


Рис. 3.4

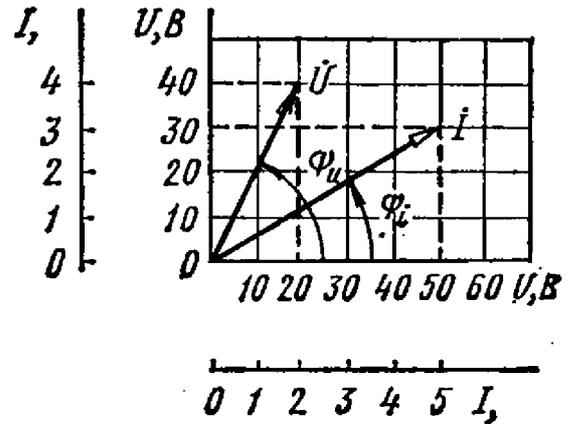


Рис. 3.7

Записать выражения для комплекса амплитуды в показательной, тригонометрической и алгебраической формах.

Ответ. $I_m = 14,1 e^{j\frac{\pi}{6}}$ А, $I_m = \left(14,1 \cos \frac{\pi}{6} + j14,1 \sin \frac{\pi}{6} \right)$ А, $I_m = (12,26 + j7,07)$ А.

3.6. Мгновенное значение тока электрической цепи задано уравнением $i = 10 \sin(\omega t + \pi/4)$ А.

Записать комплексы амплитуды и действующего значения этого тока.

Ответ. $I_m = 10 e^{j45^\circ} = (7,07 + j7,07)$ А, $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 7,07 e^{j45^\circ} = (5 + j5)$ А.

3.7. Комплексы напряжения и тока приемника равны: $\dot{U} = (20 + j40)$ В и $\dot{I} = (5 + j3)$ А.

Найти напряжение и ток и записать уравнения для их мгновенных значений.

Решение. Заданным комплексам напряжению и току на комплексной плоскости рис. 3.7 соответствуют векторы \dot{U} и \dot{I} . Их начальные фазы:

$$\operatorname{tg} \psi_u = 40/20 = 2, \quad \psi_u = 63^\circ 25',$$

$$\operatorname{tg} \psi_i = 3/5 = 0,6, \quad \psi_i = 31^\circ.$$

Модули этих векторов определяют действующие значения напряжения и тока:

$$U = \sqrt{20^2 + 40^2} = 44,7 \text{ В},$$

$$I = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5,83 \text{ А}.$$

Комплексы напряжения и тока в показательной форме:

$$\dot{U} = U e^{j\psi_u} = 44,7 e^{j63^\circ 25'} \text{ В},$$

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i} = 5,83 e^{j31^\circ} \text{ А}.$$

Комплексы амплитуд:

$$\dot{U}_m = \sqrt{2} U e^{j\psi_u} = 63,3 e^{j63^\circ 25'} \text{ В},$$

$$\dot{I}_m = \sqrt{2} I e^{j\psi_i} = 8,25 e^{j31^\circ} \text{ А}.$$

Для записи мгновенных значений в виде синусоидальных функций необходимо взять мнимую часть (Im) комплексных выражений без j :

$$u = \text{Im } \dot{U}_m e^{j\omega t} = \text{Im } 63,3 e^{j(63^\circ 25' + \omega t)} = 63,3 \sin(\omega t + 63^\circ 25') \text{ В},$$

$$i = \text{Im } \dot{I}_m e^{j\omega t} = \text{Im } 8,25 e^{j(31^\circ + \omega t)} = 8,25 \sin(31^\circ + \omega t) \text{ А}.$$

3.8. Заданы комплексы напряжений и токов электрической цепи:

а) $\dot{U} = (-20 + j40) \text{ В}$ и $\dot{I} = (-5 + j3) \text{ А}$,

б) $\dot{U} = (-20 - j40) \text{ В}$ и $\dot{I} = (-5 - j3) \text{ А}$,

в) $\dot{U} = (20 - j40) \text{ В}$ и $\dot{I} = (5 - j3) \text{ А}$.

Записать эти значения в показательной форме и построить для них векторные диаграммы.

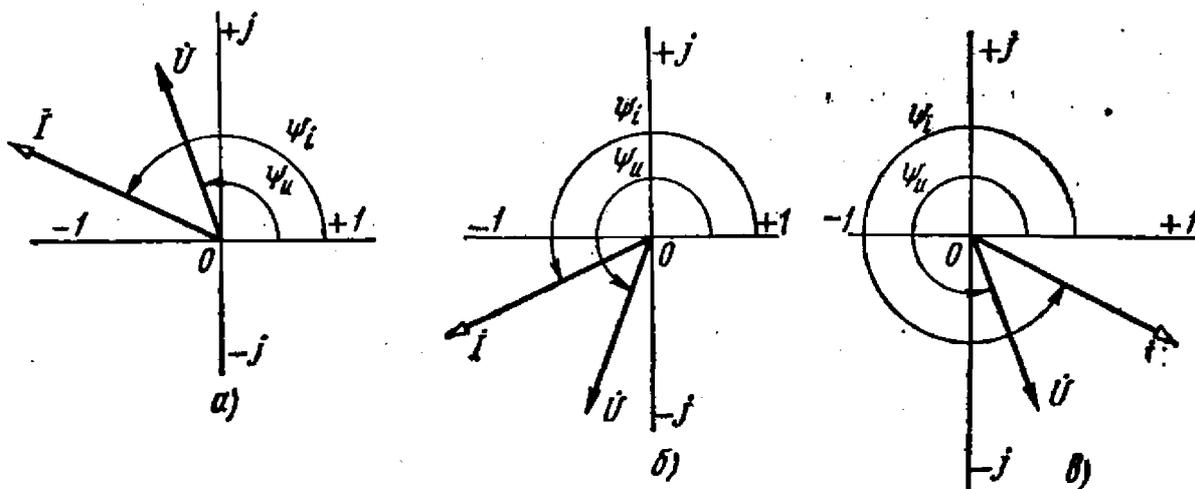


Рис. 3.8

Ответ. Векторные диаграммы приведены на рис. 3.8, а—в.

Комплексы напряжений и токов в показательной форме:

а) $\dot{U} = 44,8 e^{j116^\circ 30'} \text{ В}$ и $\dot{I} = 5,83 e^{j149^\circ} \text{ А}$,

б) $\dot{U} = 44,8 e^{j243^\circ 30'} \text{ В} = 44,8 e^{-j116^\circ 30'} \text{ В}$ и $\dot{I} = 5,83 e^{j211^\circ} \text{ А} = 5,83 e^{-j149^\circ} \text{ А}$,

в) $\dot{U} = 44,8 e^{-j63^\circ 30'} \text{ В}$ и $\dot{I} = 5,83 e^{-j31^\circ} \text{ А}$.

3.9. Комплексы напряжения и тока нагрузки равны:

а) $\dot{U} = (60 + j80) \text{ В}$ и $\dot{I} = (8 + j6) \text{ А}$,

б) $\dot{U} = 100 \text{ В}$ и $\dot{I} = (8 + j6) \text{ А}$,

в) $\dot{U} = j100 \text{ В}$ и $\dot{I} = (8 + j6) \text{ А}$.

Найти активные и реактивные составляющие напряжения и тока. Решение. Векторные диаграммы для комплексных значений напряжения \dot{U} и тока \dot{I} построены на рис. 3.9, а—в.

Для определения активных и реактивных составляющих тока векторы токов спроектированы на направления векторов напряжений.

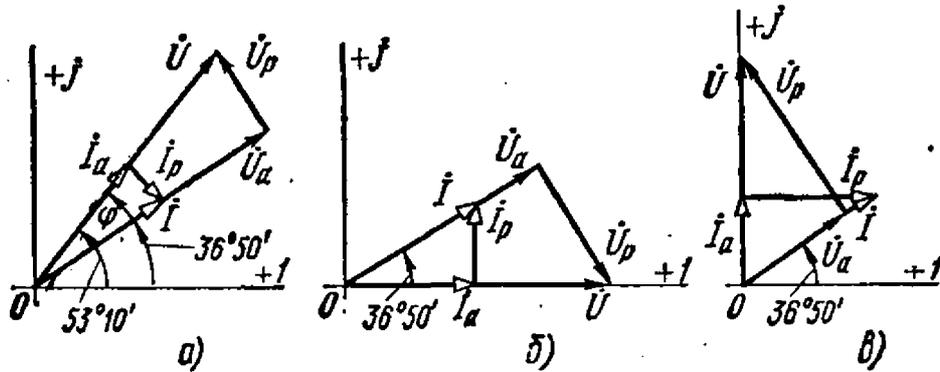


Рис. 3.9

Для определения активных и реактивных составляющих напряжения векторы напряжений спроектированы на направления соответствующих векторов токов.

Для первого случая (рис. 3.9, а)

$$\dot{U} = 100e^{j53^\circ 10'} \text{ В}, \quad \dot{I} = 10e^{j36^\circ 50'} \text{ А}, \quad \varphi = 16^\circ 20',$$

$$I_a = I \cos \varphi = 9,61 \text{ А}, \quad I_p = I \sin \varphi = 2,76 \text{ А},$$

$$U_a = U \cos \varphi = 96,1 \text{ В}, \quad U_p = U \sin \varphi = 27,6 \text{ В}.$$

Для второго случая (рис. 3.9, б)

$$\dot{U} = U = 100 \text{ В}, \quad \dot{I} = 10e^{j36^\circ 50'}, \quad \varphi = 36^\circ 50', \quad I_a = 8 \text{ А}, \quad I_p = 6 \text{ А},$$

$$U_a = 100 \cos 36^\circ 50' = 80 \text{ В}, \quad U_p = 100 \sin 36^\circ 50' = 60 \text{ В}.$$

Во втором случае вектор напряжения направлен по оси вещественных величин, поэтому активная составляющая тока равна действительной, а реактивная — мнимой составляющей комплекса тока.

Для третьего случая (рис. 3.9, в)

$$\dot{U} = 100e^{j90^\circ} \text{ В}, \quad \dot{I} = 10e^{j36^\circ 50'} \text{ А}, \quad \varphi = 53^\circ 10', \quad U_a = 100 \cos 53^\circ 10' = 60 \text{ В},$$

$$U_p = 100 \sin 53^\circ 10' = 80 \text{ В}.$$

В третьем случае активная составляющая тока равна мнимой, а реактивная — действительной составляющей комплекса тока $I_a = 6 \text{ А}$, $I_p = 8 \text{ А}$.

3.10. В сеть напряжением 220 В и частотой $f = 50 \text{ Гц}$ включен резистивный приемник с активным сопротивлением 44 Ом (рис. 3.10, а).

Найти комплексы амплитуды и действующего значения тока приемника. Записать выражения для мгновенных значений тока и напряжения, приняв начальную фазу напряжения равной 30° . Подсчитать амплитуду колебания; среднее и наибольшее значения мгновенной мощности.

Решение. Комплексы действующего и амплитудного значения напряжения: $\dot{U} = 220e^{j30^\circ}$ В; $U_m = 220\sqrt{2}e^{j30^\circ}$ В = $311e^{j30^\circ}$ В.

Комплекс сопротивления цепи $Z = r = 44$ Ом.

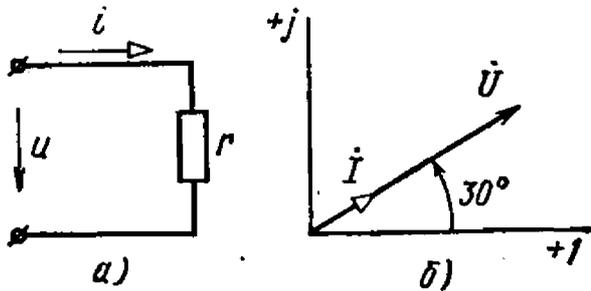


Рис. 3.10

Комплексы действующего и амплитудного значений тока:

$$I = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220e^{j30^\circ}}{44} = 5e^{j30^\circ} \text{ А;}$$

$$I_m = 5\sqrt{2}e^{j30^\circ} = 7,07e^{j30^\circ} \text{ А.}$$

На рис. 3.10, б приведена векторная диаграмма.

Мгновенные значения напряжения и тока:

$$u = 311 \sin(\omega t + 30^\circ);$$

$$i = 7,07 \sin(\omega t + 30^\circ).$$

Амплитуда колебания и среднее значение активной мощности $P = rI^2 = 1100$ Вт.

Наибольшее значение мгновенной мощности $P_{\text{наиб}} = 2P = 2200$ Вт.

3.11. В сеть напряжением $U = 220$ В и частотой $f = 50$ Гц включена индуктивная катушка с весьма малым активным сопротивлением (рис. 3.11, а) и индуктивностью $L = 70$ мГ. Определить комплекс тока и амплитуду колебания мгновенной мощности. Записать выражения для мгновенных значений тока, напряжения и э. д. с. самоиндукции. Построить для них графики и векторную диаграмму, приняв начальную фазу напряжения равной 60° .

Решение. Индуктивное сопротивление катушки

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 70 \cdot 10^{-3} = 22 \text{ Ом}$$

и комплекс сопротивления цепи $Z = jX_L = j22$.

Комплекс напряжения

$$\dot{U} = 220e^{j60^\circ}.$$

Комплекс тока

$$I = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220e^{j60^\circ}}{j22} = 10e^{-j30^\circ}.$$

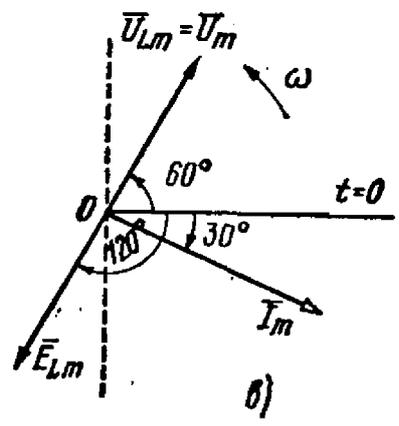
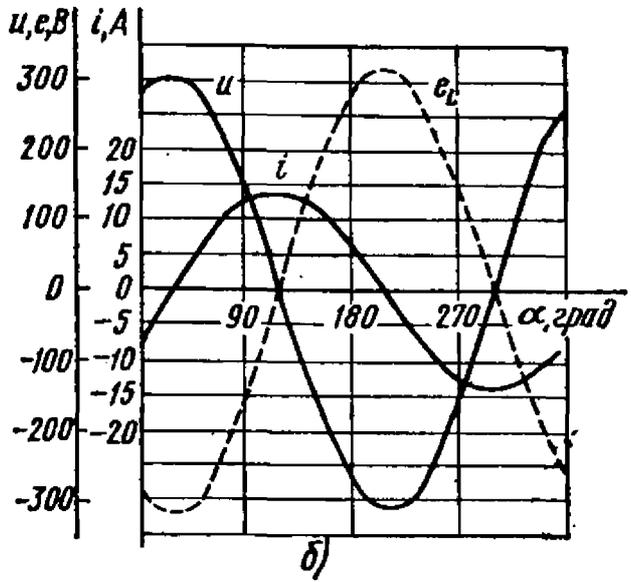
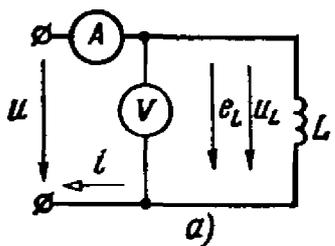


Рис. 3.11

Комплекс амплитуды тока и мгновенный ток:

$$\dot{I}_m = \sqrt{2} \dot{I} = 14,14 e^{-j30^\circ}, \quad i = 14,14 \sin(\omega t - 30^\circ).$$

Мгновенные значения напряжения и э. д. с. самоиндукции:

$$u_L = u = 311 \sin(\omega t + 60^\circ), \\ e_L = -u_L = 311 \sin(\omega t - 120^\circ).$$

Графики мгновенных значений и векторная диаграмма приведены на рис. 3.11, б, в. Вектор э. д. с. самоиндукции отстает по фазе от вектора тока на угол $\pi/2$, а вектор напряжения опережает вектор тока на $\pi/2$. Амплитуда колебаний мощности цепи, которую называют реактивной индуктивной мощностью, равна $Q_L = U_L I = X_L I^2 = 2200$ вар.

3.12. В сеть с синусоидальным напряжением $U = 220$ В и частотой $f = 50$ Гц (рис. 3.12, а) включен конденсатор емкостью $C = 79,5$ мкФ.

Определить ток, построить векторную диаграмму напряжения и тока. Записать выражения для мгновенных значений напряжения и тока, приняв начальную фазу синусоиды напряжения равной нулю.

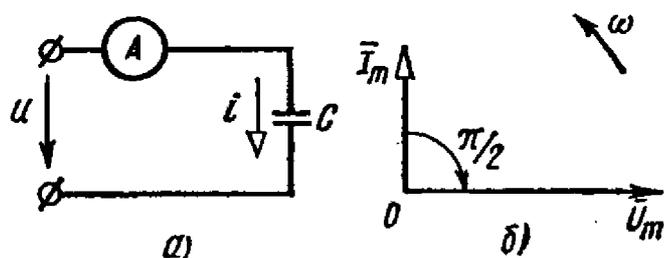


Рис. 3.12

Ответ. $I = 5,5$ А, $i = 5,5 \sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2)$ А, $u = 220 \sqrt{2} \sin \omega t$ В. Векторная диаграмма приведена на рис. 3.12, б:

3.13. В сеть напряжением $U = 120$ В и частотой $f = 50$ Гц включена индуктивная катушка с активным сопротивлением $r = 12$ Ом и с индуктивностью $L = 66,2$ мГ (рис. 3.13, а).

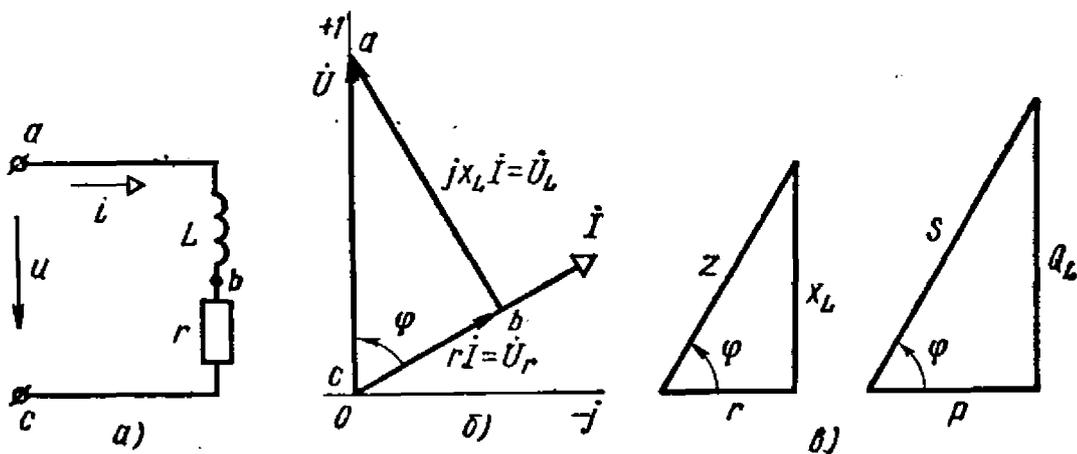


Рис. 3.13

Определить комплекс тока, величину полной, активной и реактивной мощностей, а также коэффициент мощности. Построить топографическую диаграмму напряжений, треугольники сопротивлений и мощностей.

Решение. $X_L = \omega L = 314 \cdot 66,2 \cdot 10^{-3} = 20,8$ Ом.

Комплекс сопротивления $Z = r + jX_L = 12 + j20,8 = 24e^{j60^\circ}$.

Направление вектора \dot{U} в комплексной плоскости выбираем по оси $+1$, т. е. $\dot{U} = 120$.

Комплекс тока $\dot{I} = \dot{U}/Z = 120/24e^{-j60^\circ} = 5e^{-j60^\circ}$.

Комплекс полной мощности $\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = 120 \cdot 5e^{j60^\circ} = 600 \cos 60^\circ + j600 \sin 60^\circ = 300 + j520$.

Полная мощность $S = UI = 600$ ВА.

Активная мощность $P = UI \cos \varphi = rI^2 = 300$ Вт.

Реактивная индуктивная мощность $Q_L = UI \sin \varphi = X_L I^2 = 520$ вар.

Напряжения на резистивном элементе

$$U_r = rI = 60 \text{ В};$$

на индуктивном

$$U_L = X_L I = 104 \text{ В}.$$

Вектор тока и топографическая диаграмма напряжений построены на рис. 3.13, б, а треугольники сопротивлений и мощностей приведены на рис. 3.13, в.

3.14. По данным задачи 3.13 записать выражения для мгновенных значений тока, активной и реактивной составляющих напряжения, приняв начальную фазу напряжения равной 60° .

Ответ. $u = 170 \sin(314t + 60^\circ)$ В, $i = 7,07 \sin 314t$ А, $u_r = 85 \sin 314t$ В, $u_L = 147 \sin(314t + 90^\circ)$ В.

3.15. В сеть напряжением 127 В включены последовательно батарея конденсаторов емкостью 290 мкФ и резистор с сопротивлением 5 Ом (рис. 3.15, а).

Определить комплекс тока, активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить топографическую диаграмму.

Решение. Емкостное сопротивление

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 290} = 11 \text{ Ом}.$$

Комплекс сопротивления цепи

$$Z = r - jX_c = 5 - j11 = 12,1e^{-j65^\circ 35'}.$$

Комплексы напряжения и тока:

$$\dot{U} = 127 \text{ В};$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{127}{12,1e^{-j65^\circ 35'}} = 10,5e^{j65^\circ 35'}.$$

Комплекс полной мощности

$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = 127 \cdot 10,5e^{-j65^\circ 35'} = 550 - j1210.$$

Полная, активная и реактивная мощности:

$$S = 1340 \text{ В} \cdot \text{А}, P = 550 \text{ Вт}, Q_c = 1210 \text{ вар}.$$

Для построения топографической диаграммы (рис. 3.15, б) определяем:

$$U_r = rI = 5 \cdot 10,5 = 52,5 \text{ В},$$

$$U_c = X_c I = 11 \cdot 10,5 = 115,5 \text{ В}.$$

3.16. Для цепей, схемы которых приведены на рис. 3.16, а, записать выражение комплексов сопротивлений. Найти комплексы токов и комплекс полной мощности, если напряжение $U = 100 \text{ В}$. Построить векторные диаграммы. Ответ дан в табл. 3.1.

Векторные диаграммы приведены на рис. 3.16, б.

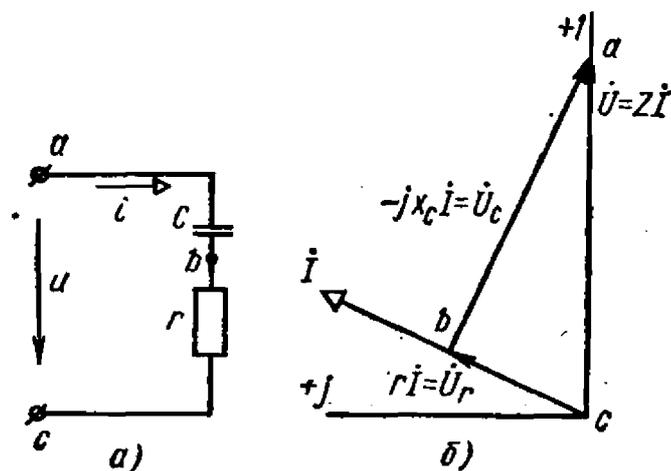
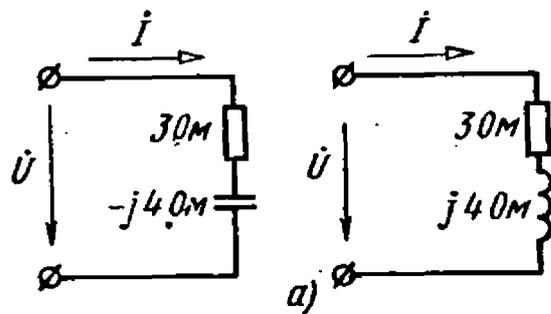


Рис. 3.15

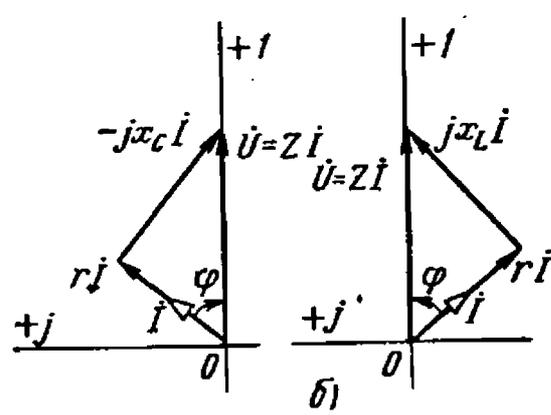


Рис. 3.16

3.17. Определить параметры последовательной двухэлементной схемы замещения приемника, для которого были получены осциллограммы напряжения и тока (рис. 3.17, а).

Таблица 3.1

$Z, \text{ Ом}$	$\dot{U}, \text{ В}$	$i, \text{ А}$	$\bar{S}, \text{ кВ}\cdot\text{А}$
$3 - j4 = 5e^{-j53^\circ 10'}$	100	$20e^{j53^\circ 10'} = 12 + j16$	$2e^{-j53^\circ 10'} = 1,2 - j1,6$
$3 + j4 = 5e^{j53^\circ 10'}$	100	$20e^{-j53^\circ 10'} = 12 - j16$	$2e^{j53^\circ 10'} = 1,2 + j1,6$

Решение. По данным осциллограммы, период $T = 0,02 \text{ с}$, частота $f = 1/T = 50 \text{ Гц}$.

Если за начало отсчета времени принять момент прохождения тока через максимум, то начальные фазы тока и напряжения можно записать так: $\psi_i = \pi/2$, $\psi_u = \pi/6$. Фазовый сдвиг между напряжением и током $\varphi = \psi_u - \psi_i = -\pi/3$. Кривая тока опережает напряжением.

жение на угол φ , что соответствует схеме замещения с элементами r, C (рис. 3.17, б).

Полное сопротивление $z = \frac{U_m}{I_m} = 10 \text{ Ом}$,
 активное сопротивление $r = z \cos \varphi = 5 \text{ Ом}$,
 реактивное сопротивление $X_c = z \sin \varphi = 8,66 \text{ Ом}$.

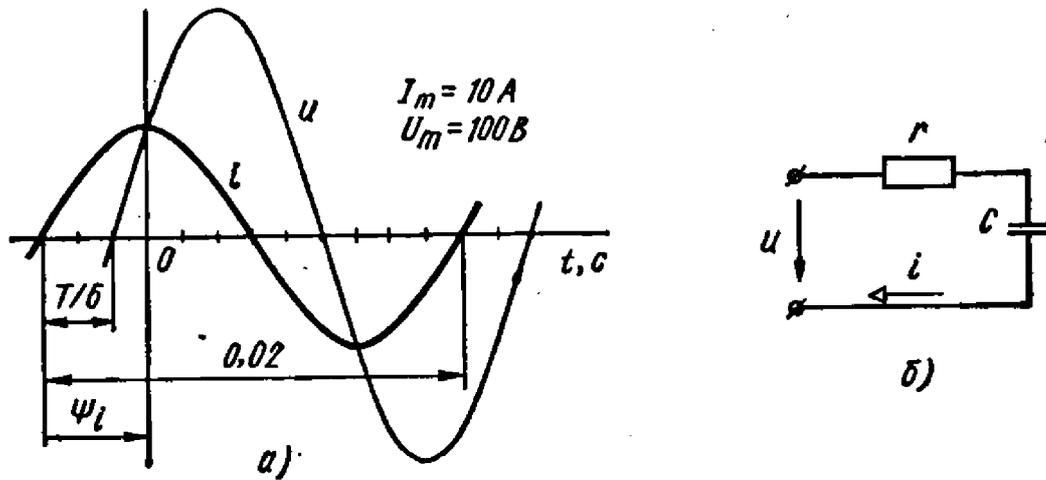


Рис. 3.17

Емкость эквивалентного конденсатора

$$C = \frac{1}{X_c \omega} = \frac{1}{8,66 \cdot 314} = 368 \text{ мкФ}.$$

3.18. По векторной диаграмме, приведенной на рис. 3.18, определить род приемника и его параметры. Составить последовательную схему замещения, если $U = 90 \text{ В}$, $I = 5 \text{ А}$, $\varphi = 70^\circ$ и $f = 50 \text{ Гц}$.

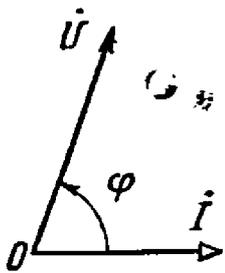


Рис. 3.18

Ответ. Приемник может быть представлен двухэлементной схемой с резистивным и индуктивным элементами, имеющими параметры $r = 6,15 \text{ Ом}$, $L = 54 \text{ мГ}$.

3.19. Комплексы напряжения и тока приемника $\dot{U} = j100 \text{ В}$ и $\dot{I} = (16 + j12) \text{ А}$. Найти активное и реактивное сопротивления, активную и реактивную мощности приемника.

Решение. Определим комплексы сопротивления приемника, пользуясь алгебраической или показательной формой записи комплексов напряжения и тока:

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{j100}{16 + j12} = \frac{j100(16 - j12)}{16^2 + 12^2} = \frac{1200 + j1600}{400} = (3 + j4) \text{ Ом},$$

или

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{j100}{16 + j12} = \frac{100 e^{j90^\circ}}{20 e^{j36^\circ 50'}} = 5 e^{j53^\circ 10'} = 5 (\cos 53^\circ 10' + j \sin 53^\circ 10') = 5 \cdot 0,6 + j5 \cdot 0,8 = (3 + j4) \text{ Ом}.$$

Следовательно, активное сопротивление нагрузки $r = 3 \text{ Ом}$ и индуктивное $x_L = 4 \text{ Ом}$.

Для определения комплекса полной мощности приемника умножим комплекс напряжения на сопряженный комплекс тока:

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* = j100 (16 - j12) = (1200 + j1600) \text{ В} \cdot \text{А},$$

или

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= 100e^{j90^\circ} \cdot 20e^{-j36^\circ 50'} = 2000e^{j53^\circ 10'} \text{ В} \cdot \text{А} = \\ &= 2000 (\cos 53^\circ 10' + j \sin 53^\circ 10') = 2000 \cdot 0,6 + j2000 \cdot 0,8 = \\ &= 1200 \text{ Вт} + j1600 \text{ вар}. \end{aligned}$$

Отсюда получим

$$S = 2000 \text{ В} \cdot \text{А}, P = 1200 \text{ Вт} \text{ и } Q_L = 1600 \text{ вар}.$$

3.20*. Комплексы напряжения и тока приемников заданы:

- а) $\dot{U} = 100 \text{ В}$, $\dot{I} = (16 + j12) \text{ А}$; б) $\dot{U} = (60 + j80) \text{ В}$, $\dot{I} = 20 \text{ А}$;
 в) $\dot{U} = (80 - j60) \text{ В}$, $\dot{I} = 20 \text{ А}$; г) $\dot{U} = 100e^{j90^\circ} \text{ В}$, $\dot{I} = 20e^{j30^\circ} \text{ А}$;
 д) $\dot{U} = (-120 + j100) \text{ В}$, $\dot{I} = -40 \text{ А}$; е) $\dot{U} = 40 - j60 \text{ В}$, $\dot{I} = -j12 \text{ А}$.

Определить действующие значения напряжения и тока; активные и реактивные составляющие комплексов сопротивления приемников. Найти полные, активные и реактивные мощности.

Ответ дан в табл. 3.2.

Таблица 3.2

	$U, \text{ В}$	$I, \text{ А}$	$r, \text{ Ом}$	$x, \text{ Ом}$	$S, \text{ В} \cdot \text{А}$	$P, \text{ Вт}$	$Q, \text{ вар}$
<i>a</i>	100	20	4	3 (емк.)	2000	1600	1200
<i>б</i>	100	20	3	4 (инд.)	2000	1200	1600
<i>в</i>	100	20	4	3 (емк.)	2000	1600	1200
<i>г</i>	100	20	4,3	2,5 (инд.)	2000	1720	1000
<i>д</i>	156	40	3,0	2,5 (емк.)	6240	4800	4000
<i>е</i>	72	12	5	3,32 (инд.)	864	720	480

3.21. Приборы, включенные в цепь схемы рис. 3.21, *a*, показывают: амперметр — 5 А, вольтметр — 220 В, ваттметр — 660 Вт.

Определить коэффициент мощности и параметры катушки, т. е. ее активное сопротивление и индуктивность. Построить векторную диаграмму, если частота сети $f = 50 \text{ Гц}$. Как изменятся показания амперметра и ваттметра и коэффициент мощности катушки, если частота сети будет равна 200 Гц, а действующее значение напряжения останется неизменным?

Ответ. При частоте 50 Гц $\cos \varphi = 0,6$, $r = 26,4$ Ом, $L = 112$ мГ.
 Векторная диаграмма приведена на рис. 3.21, б.
 При частоте 200 Гц $I = 1,54$ А, $P = 62,5$ Вт, $\cos \varphi = 0,184$.
 Векторная диаграмма приведена на рис. 3.21, в.

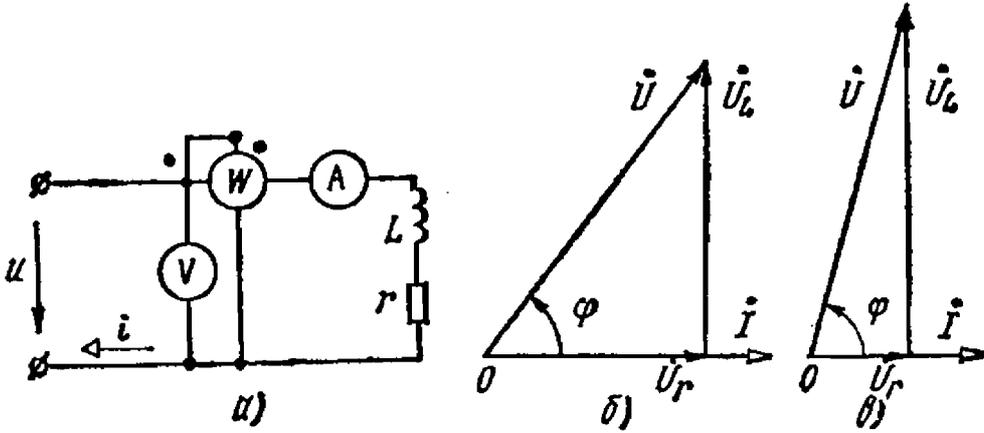


Рис. 3.21

3.22. Определить активное сопротивление и емкость в схеме рис. 3.22, если приборы показывают: амперметр — 4,2 А, вольтметр — 220 В, ваттметр — 325 Вт, $f = 50$ Гц.
 Ответ. $r = 18,4$ Ом и $C = 65$ мкФ.

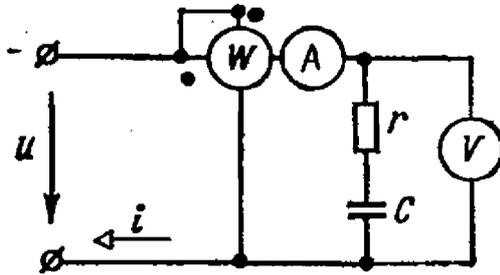


Рис. 3.22

3.23. В схеме рис. 3.23, а включены три вольтметра, показания которых равны: $U = 220$ В, $U_1 = 110$ В, $U_2 = 138$ В.
 Определить параметры катушки, если сопротивление $r_1 = 22$ Ом.

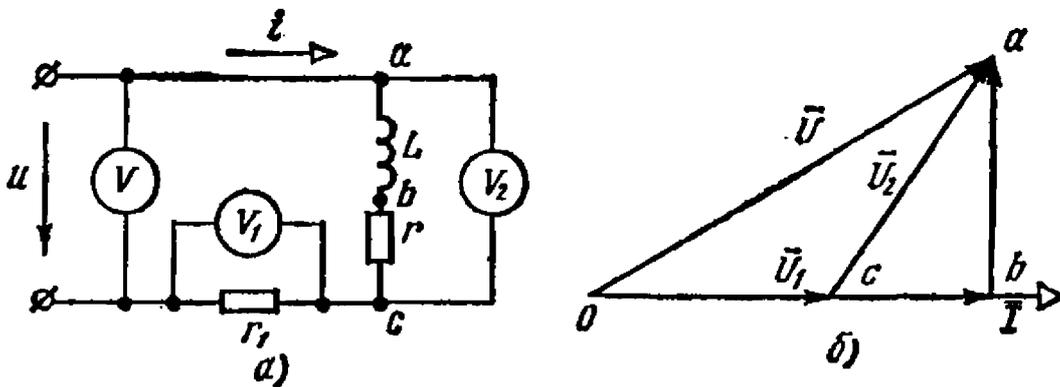


Рис. 3.23

Решение. Применим аналитический метод.
 Найдем ток и полное сопротивление цепи:

$$I = U_1 / r_1 = 5 \text{ А}, \quad z_{\text{вх}} = U / I = 44 \text{ Ом}.$$

Определим полное сопротивление катушки:

$$z = U_2/I = 27,6 \text{ Ом.}$$

Сопротивления $z_{\text{вх}}$ и z связаны с элементами схемы следующими уравнениями: $z^2 = r^2 + x^2$ и $z_{\text{вх}}^2 = (r_1 + r)^2 + x^2$.

Решая эту систему уравнений, найдем $r = 15,7 \text{ Ом}$ и $x = 22,7 \text{ Ом}$.

Эту задачу можно решить графически, используя векторную диаграмму рис. 3.23, б.

Для построения диаграммы за исходный принимаем вектор тока \dot{I} и откладываем в масштабе напряжений m_u совпадающий с ним по направлению вектор напряжения \dot{U}_1 . Зная направление вектора \dot{U}_1 , достраиваем две другие стороны треугольника напряжений \dot{U} и \dot{U}_2 . Проектируя вектор \dot{U}_2 на вектор тока и на перпендикулярное ему направление, получим в масштабе напряжений отрезки, пропорциональные активному и реактивному напряжениям катушки, по которым определяем r и x :

$$r = \frac{\overline{cb}m_u}{I} = \frac{15 \cdot 5}{5} = 15 \text{ Ом};$$

$$x = \frac{\overline{bam_u}}{I} = \frac{23 \cdot 5}{5} = 23 \text{ Ом.}$$

3.24. Приемники, включенные по схеме рис. 3.24, присоединены к сети синусоидального переменного тока. Показания приборов: амперметра — 5 А, вольтметра — 220 В, ваттметра — 940 Вт.

Определить параметры катушки r_1 и L_1 , величину напряжения на участке cd и угол сдвига фаз φ_1 между напряжением и током этого участка, если сопротивление $r_2 = 22 \text{ Ом}$, $f = 50 \text{ Гц}$.

Ответ. $r_1 = 15,6 \text{ Ом}$, $L_1 = 72,5 \text{ мГ}$, $U_{cd} = 138 \text{ В}$, $\varphi_1 = 55^\circ 30'$.

3.25. Построить топографическую диаграмму для схемы рис. 3.25, а и графически определить по ней напряжение между точками d и b , если общее напряжение $U = 380 \text{ В}$, а параметры цепи равны: $r_1 = 4 \text{ Ом}$, $L_1 = 32 \text{ мГ}$, $r_2 = 8 \text{ Ом}$, $L_2 = 14 \text{ мГ}$, $f = 50 \text{ Гц}$.

Ответ и указание. Полное сопротивление и ток цепи: $z = 18,7 \text{ Ом}$, $I = 20,3 \text{ А}$.

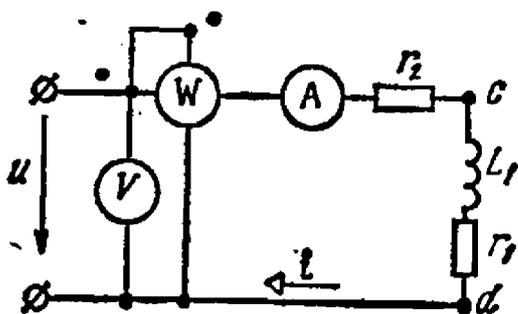


Рис. 3.24

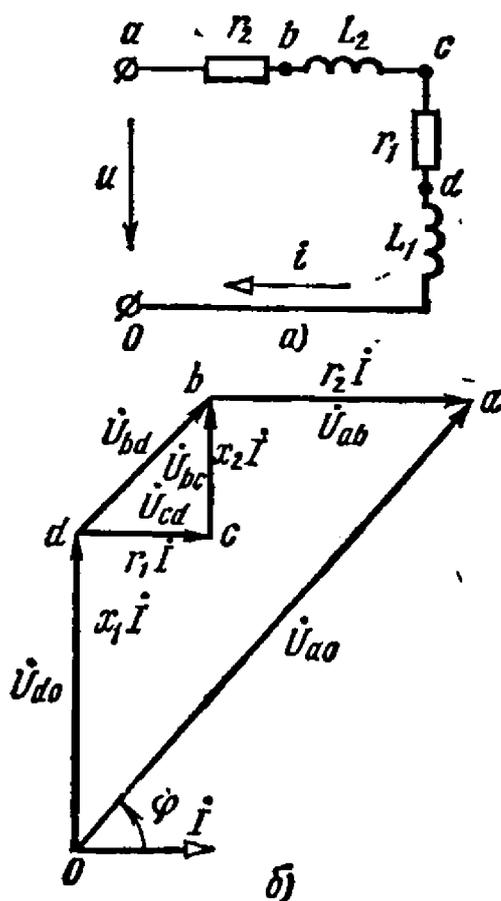


Рис. 3.25

Напряжения на отдельных участках: $U_{d0} = 206$ В, $U_{cd} = 82,4$ В, $U_{bc} = 91$ В, $U_{ab} = 165$ В.

Для построения топографической диаграммы рис. 3,25, б обходим контур заданной схемы в направлении, противоположном указанному на схеме положительному направлению тока («против тока»). У концов векторов напряжений на отдельных участках ставим буквы в соответствии с обозначениями, принятыми на схеме. Тогда напряжение между любыми двумя точками схемы определим прямой, соединяющей концы векторов, отмеченных соответствующими буквами.

По топографической диаграмме находим непосредственным измерением, что $U_{bd} = 120$ В.

Для проверки вычислим это напряжение:

$$U_{bd} = \sqrt{r_1^2 + x_2^2} I = 20,3 \cdot 5,94 = 120,6 \text{ В.}$$

3.26. По данным предыдущей задачи построить треугольники сопротивлений и мощностей для первого участка (r_1, L_1), для второго участка (r_2, L_2) и для всей цепи.

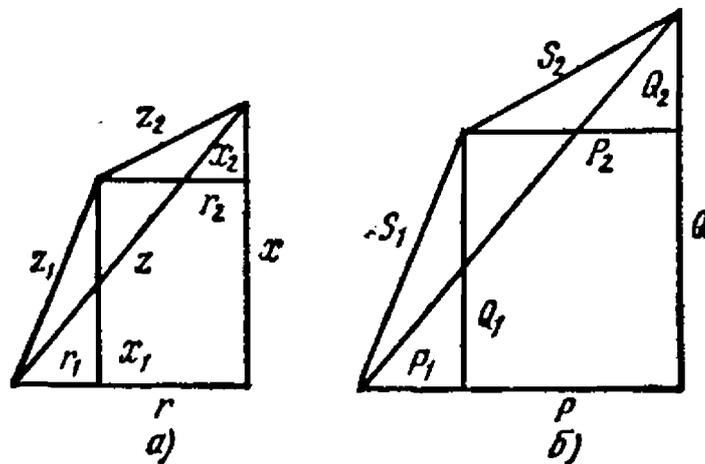


Рис. 3.26

Ответ. Треугольники сопротивлений и мощностей приведены на рис. 3.26, а, б.

Треугольник мощностей построен по следующим данным: $P_1 = 1648$ Вт и $Q_1 = 4120$ вар, $P_2 = 3296$ Вт и $Q_2 = 1800$ вар.

3.27. В сеть напряжением 127 В последовательно включены две катушки: одна с активным сопротивлением 3,46 Ом и индуктивностью 29,4 мГ, а другая с активным сопротивлением 8,66 Ом и индуктивностью 8,1 мГ. Частота сети 50 Гц.

Определить ток в цепи, напряжения и мощности каждой из катушек и всей цепи.

Ответ. $I = 7,5$ А, $U_1 = 74,3$ В, $U_2 = 68$ В, $P_1 = 194$ Вт, $P_2 = 486$ Вт, $Q_1 = 520$ вар, $Q_2 = 143$ вар, $P = 680$ Вт, $Q = 663$ вар.

3.28. Найти напряжения и мощности первого и второго участков схемы рис. 3.28 и построить топографическую диаграмму для нее, если $r_1 = 10$ Ом, $r_2 = 30$ Ом, $C_1 = 150$ мкФ, $C_2 = 350$ мкФ и ток $I = 4,4$ А, $f = 50$ Гц.

Найти напряжение между точками *b* и *d* схемы.

Ответ. $U = 220$ В, $U_1 = 103$ В, $U_2 = 138$ В, $U_{bd} = 59$ В, $P_1 = 194$ Вт, $P_2 = 580$ Вт, $P = 774$ Вт, $S_1 = 453$ ВА, $S_2 = 607$ ВА, $S = 972$ ВА, $Q_1 = 410$ вар, $Q_2 = 176$ вар, $Q = 586$ вар.

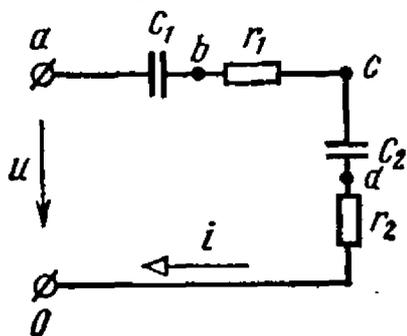


Рис. 3.28

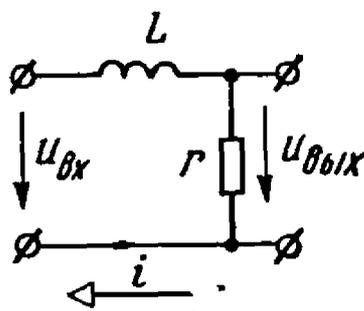


Рис. 3.29

3.29. Напряжение U на входе цепи рис. 3.29 равно 127 В, а сопротивления ее элементов для частоты 50 Гц составляют $x_L = 2$ Ом и $r = 10$ Ом.

Определить напряжения на выходе схемы для заданной частоты и для частоты 500 Гц.

Ответ. $U_{\text{вых}} = 124,5$ В и 45,8 В.

3.30. Как изменится напряжение на выходе схемы рис. 3.30, если частоту питающего источника увеличить с 50 до 500 Гц? Напряжение на входе и параметры схемы заданы равными: $U_1 = 127$ В, $r = 10$ Ом, $C = 319$ мкФ.

Ответ. Увеличится с 90 до ~ 127 В.

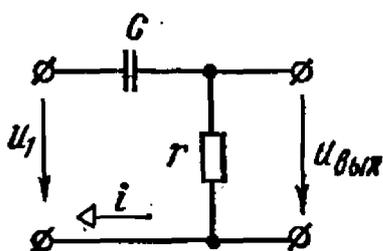


Рис. 3.30

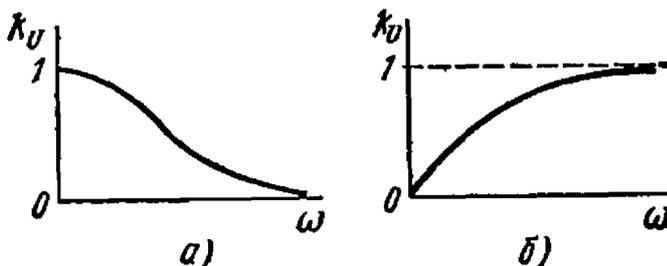


Рис. 3.31

3.31. Построить графики зависимости коэффициента передачи по напряжению от угловой частоты (амплитудно-частотные характеристики) для схем задач 3.29 и 3.30.

Решение. а) Для схемы рис. 3.29

$$\bar{k}_u = \frac{\dot{U}_{\text{вых}}}{\dot{U}_{\text{вх}}} = \frac{rI}{ZI} = \frac{r}{ze^{j\varphi}} = \frac{r}{z} e^{-j\varphi},$$

$$k_u = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}.$$

На рис. 3.31, а приведена зависимость $k_u(\omega)$.

б) Для схемы рис. 3.30 решение аналогично:

$$k_u = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (1/\omega C)^2}}.$$

Кривая $k_u(\omega)$ приведена на рис. 3.31, б.

3.32. Катушка с активным сопротивлением $r = 6$ Ом и индуктивностью $L = 25,5$ мГ соединена последовательно с конденсатором, емкость которого $C = 1590$ мкФ.

Найти ток, напряжения, мощности катушки, конденсатора и всей цепи. Построить векторную диаграмму напряжений, если напряжение на входе схемы (рис. 3.32, а) $U = 127$ В и частота $f = 50$ Гц.

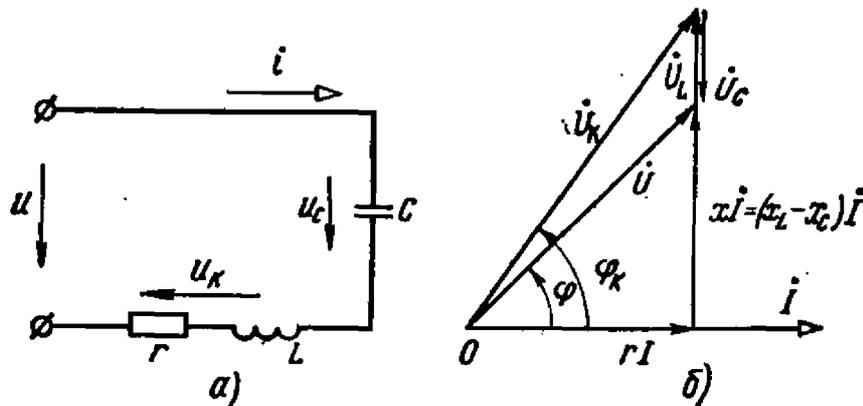


Рис. 3.32

Решение. Сопротивления схемы равны:

$$x_L = 314 \cdot 25,5 \cdot 10^{-3} = 8 \text{ Ом}, \quad x_C = \frac{1}{314 \cdot 1590 \cdot 10^{-6}} = 2 \text{ Ом}.$$

Комплексы сопротивлений:

цепи

$$Z_{\text{вк}} = r + jx_L - jx_C = r + j(x_L - x_C) = r + jx = 6 + j6 = 8,5e^{j45^\circ};$$

индуктивной катушки

$$Z_k = r + jx_L = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ 10'}.$$

Комплекс напряжения и тока:

$$\dot{U} = 127 \text{ В},$$

$$\dot{I} = \dot{U} / Z_{\text{вк}} = 14,9e^{-j45^\circ}.$$

Напряжение:

на конденсаторе

$$\dot{U}_C = Z_C \dot{I} = -jx_C \dot{I} = 29,8e^{-j135^\circ};$$

на катушке

$$\dot{U}_k = Z_k \dot{I} = 10e^{j53^\circ 10'} \cdot 14,9e^{-j45^\circ} = 149e^{j8^\circ 10'}.$$

Комплекс полной мощности цепи

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I} = 127 \cdot 14,9e^{j45^\circ} = 1900e^{j45^\circ} = 1340 + j1332.$$

Реактивная емкостная мощность конденсатора

$$Q_C = x_C I^2 = 444 \text{ вар}.$$

Комплексная мощность катушки

$$\bar{S}_k = \dot{U}_k \dot{I} = 149e^{j8^\circ 10'} \cdot 14,9e^{j45^\circ} = 2220e^{j53^\circ 10'} = 1340 + j1776.$$

Векторная диаграмма напряжений приведена на рис. 3.32, б.

3.33. В сеть напряжением 127 В включены последовательно катушка с активным сопротивлением 12 Ом и индуктивностью 159 мГ, а также батарея конденсаторов, емкость которой равна 127 мкФ (рис. 3.33, а).

Определить ток в цепи и построить векторную диаграмму.

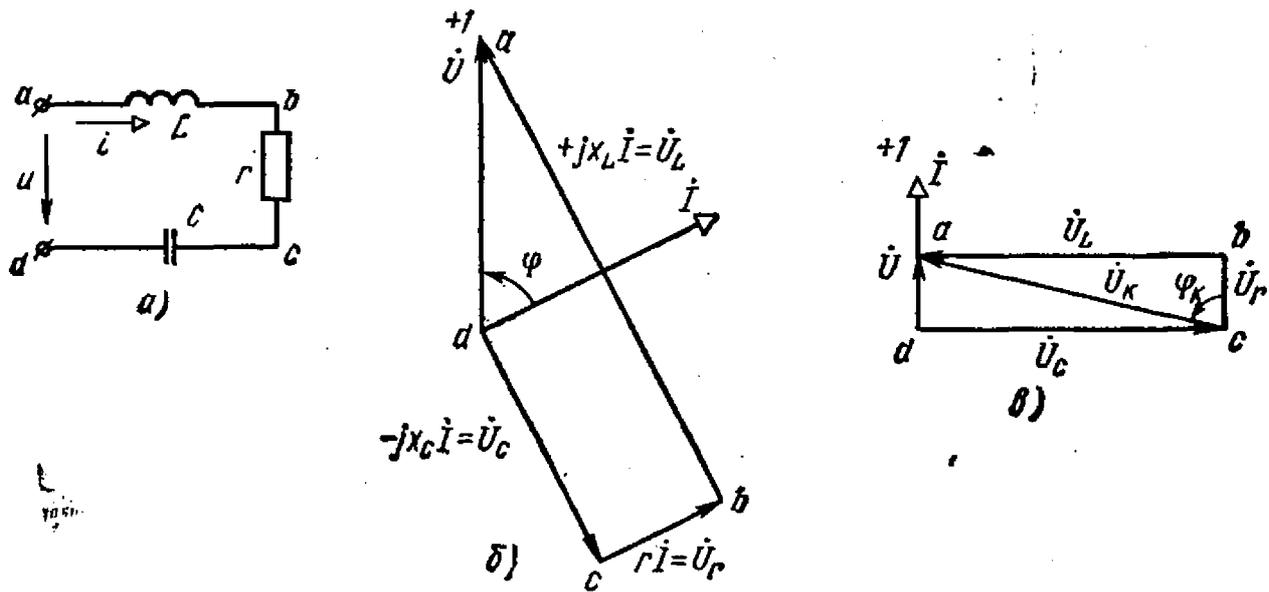


Рис. 3.33

Записать выражение для мгновенных значений напряжения катушки, если напряжение сети изменяется по закону $u = 127\sqrt{2} \sin 314t$.

Найти ток цепи, напряжения катушки и конденсатора при резонансе напряжений, который наступит в этой цепи при изменении емкости батареи конденсаторов.

Ответ. $I = 4,6e^{-j64^\circ 20'}$, $U_k = 335 \sin(314t + 12^\circ 10')$.

При резонансе $x_c = 50$ Ом, $I = 10,6$ А, $U_c = 530$ В, $U_k = 540$ В.

Топографические диаграммы напряжений приведены на рис. 3.33, б, в, масштабы диаграмм различны.

3.34. В сеть напряжением 220 В и частотой 50 Гц включены последовательно катушка с активным сопротивлением 10 Ом и индуктивным сопротивлением 30 Ом, а также конденсатор, емкость которого равна 290 мкФ.

Определить ток, напряжения на зажимах катушки и конденсатора. Вычислить активную мощность и реактивные мощности катушки, конденсатора и всей цепи.

Ответ. $I \approx 10,2$ А, $U_k \approx 322$ В, $U_c = 112$ В, $P = 1040$ Вт, $Q_L = 3120$ вар, $Q_c = 1144$ вар, $Q = Q_L - Q_c = 1976$ вар.

3.35. При какой частоте наступит резонанс в цепи предыдущей задачи? Каковы при этом будут ток в цепи, напряжения на

зажимах катушки и конденсатора, реактивные мощности катушки и конденсатора и активная мощность цепи?

Ответ. $f_{\text{рез}} = 30,2$ Гц, $I = 22$ А, $U_k \approx 457$ В, $U_C \approx 400$ В, $Q = x_L I^2 = x_C I^2 = 8800$ вар = 8,8 квар, $P = 4,84$ кВт.

3.36. В сеть напряжением 120 В включены последовательно индуктивная катушка и конденсатор. При частоте 50 Гц сопротивления этой цепи равны: индуктивное 2 Ом, емкостное 500 Ом, активное 10 Ом.

Определить ток в цепи и напряжения на отдельных ее элементах при резонансе, который получают: 1) изменяя частоту, 2) изменяя индуктивность при частоте 50 Гц, 3) изменяя емкость при частоте 50 Гц.

Ответ. 1) $f_{\text{рез}} = 790$ Гц, $I = 12$ А, $x_L I = x_C I = 380$ В, $r I = 120$ В; 2) $I = 12$ А, $x_L I = x_C I = 6$ кВ; 3) $I = 12$ А, $x_L I = x_C I = 24$ В.

3.37. Цепь, схема которой представлена на рис. 3.37, настроена в резонанс.

Определить параметры индуктивной катушки, если частота $f = 50$ Гц, а показания приборов $I_A = 10$ А, $U_{V1} = 127$ В, $U_{V2} = 314$ В.

Ответ. $L = 0,1$ Г, $r = 12,7$ Ом.

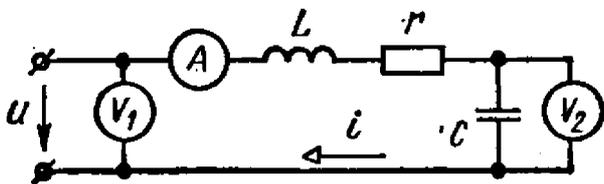


Рис. 3.37

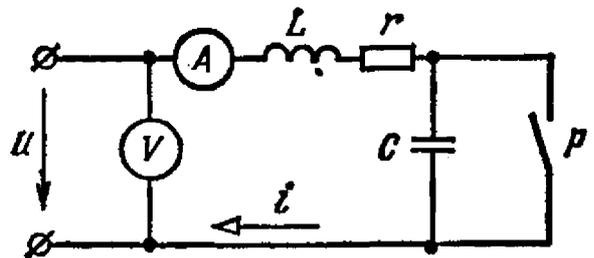


Рис. 3.38

3.38. При замкнутом и разомкнутом ключе P схемы рис. 3.38 амперметр показывает одно и то же значение тока $I = 5,55$ А.

Определить сопротивления r и x_L схемы, если напряжение источника питания $U = 100$ В, частота $f = 50$ Гц, а емкость конденсатора $C = 159$ мкФ.

Ответ. $r = 15$ Ом, $x_L = 10$ Ом.

3.39. К генератору с неизменным напряжением $U = 100$ В подключена цепь, состоящая из последовательно соединенных катушки с активным сопротивлением $r = 50$ Ом и индуктивностью $L = 14,9$ мГ, а также конденсатора, емкость которого $C = 1,7$ мкФ.

При изменении частоты питающего генератора в пределах $0 < f < 2f_0$ построить:

1) частотные характеристики элементов цепи и всей цепи в целом $x_L(f)$, $x_C(f)$ и $z(f)$;

2) зависимости $I(f)$, $U_L(f)$ и $U_C(f)$.

Ответ и указание. Резонансная частота контура $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC} = 1000$ Гц, поэтому частоту f необходимо изменять до 2000 Гц.

На рис. 3.39, а построены зависимости сопротивлений x_L , x_C и z от частоты. Из кривых видно, что при $f < f_0$ рассматриваемая

цепь представляет собой емкостную нагрузку ($\varphi < 0$), а при $f > f_0$ — индуктивную нагрузку ($\varphi > 0$). При резонансе ($f = f_0$) входное сопротивление цепи минимально ($z = r$).

На рис. 3.39, б построены зависимости напряжений U_C , U_L и тока I от частоты. Из кривых видно, что максимум U_C наступает при частоте $f_C = 925$ Гц, а максимум U_L — при частоте $f_L = 1080$ Гц.

3.40. Построить круговую диаграмму тока I неразветвленной цепи, схема которой приведена на рис. 3.40, а, если напряжение $U = 120$ В, сопротивление $r = 6$ Ом, а индуктивность L изменяется от 0 до ∞ .

Решение. На комплексной плоскости по оси $+1$ в масштабе напряжений m_u откладываем вектор входного напряжения $\dot{U} = 120$ В и в масштабе m_I — вектор тока короткого замыкания (рис. 3.40, б):

$$\begin{aligned} \dot{I}_K &= \dot{U} / Z_K = \dot{U} / r = 120 / 6 = \\ &= 20 \text{ А.} \end{aligned}$$

Так как вектор \dot{I}_K совпадает по фазе с вектором входного напряжения, то он является диаметром окружности токов. Линию переменного параметра (л. п. п.) строим по сопряженному комплексу сопротивления цепи $\dot{Z} = r - jX_L$.

Для этого по оси $+1$ откладываем в масштабе сопротивлений $m_r = 2$ Ом/см отрезок \overline{OA} , соответствующий величине $r = 6$ Ом,

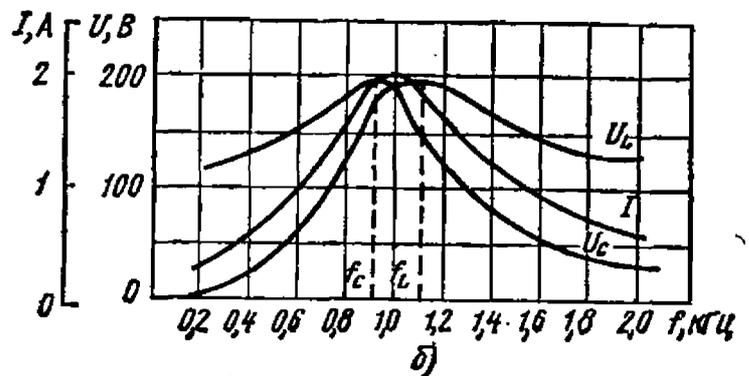
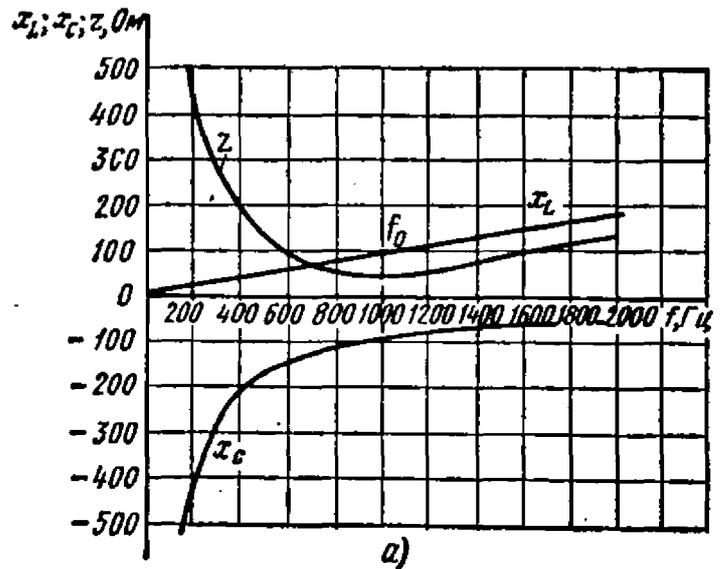


Рис. 3.39

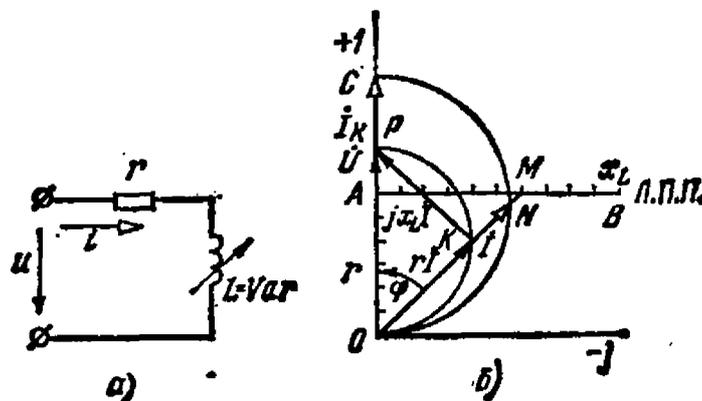
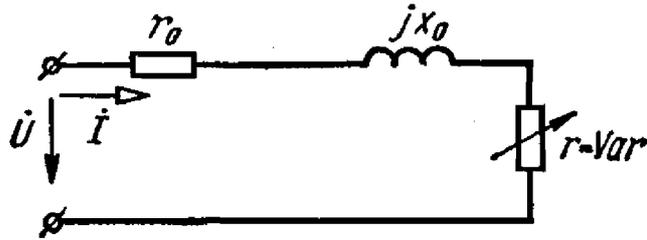


Рис. 3.40

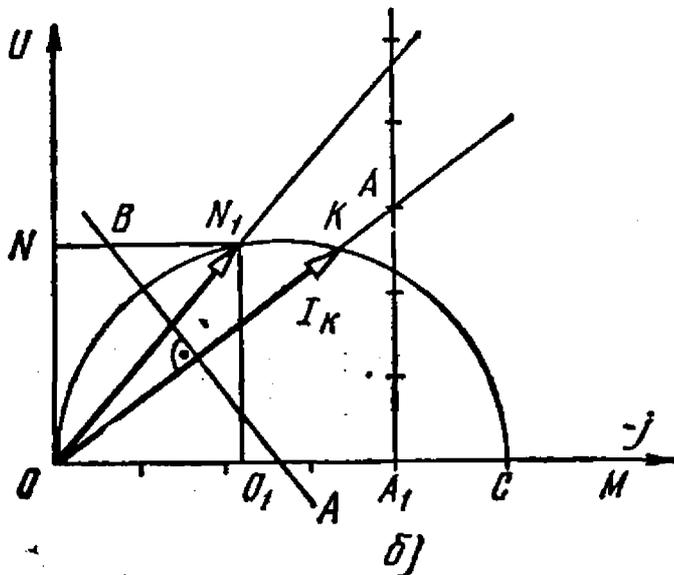
$\overline{OA} = r/m_r = 3$ см. Из точки A параллельно оси $-j$ проводим линию, которая в масштабе сопротивлений m_r является л. п. п. Заданному сопротивлению $X_L = m_r AM$ соответствует отрезок \overline{ON} , выражающий в масштабе тока m_I ток I .

При изменении X_L от 0 (короткое замыкание) до ∞ (холостой ход) конец вектора тока \dot{I} (точка N) скользит по окружности от точки C до точки O .

Построив на векторе \dot{U} как на диаметре окружность, получим отрезки, определяющие напряжения $r\dot{I}$ и $jX_L\dot{I}$ (рис. 3.40, б).



а)



б)

Рис. 3.41

3.41. Построить круговую диаграмму тока \dot{I} для цепи схемы рис. 3.41, а, если напряжение $U = 120$ В сопротивления $r_0 = 3$ Ом, $x_0 = 4$ Ом, а сопротивление r изменяется от 0 до ∞ .

Ответ и указание.

$$\dot{I}_k = \frac{\dot{U}_{вх}}{Z_k} = \frac{\dot{U}}{r_0 + jx_0} = 24e^{-j53^\circ 10'}$$

Вектор тока короткого замыкания \dot{I}_k сдвинут по фазе относительно вектора входного напряжения на угол $0 < \varphi < \pi/2$, поэтому он является хордой окружности токов (рис. 3.41, б).

Линию переменного параметра строим по уравнению

$$\dot{Z} = r_0 - jx_0 + r = \dot{Z}_k + r.$$

Отрезки $\overline{OA_1} = x_0/m_r$; $\overline{A_1A} = r_0/m_r$. В точке A л. п. п. переменное сопротивление $r = 0$.

Центр окружности токов O_1 находится в точке пересечения перпендикуляра BA , восставленного через середину хорды (\dot{I}_k) и линии OM , проведенной из начала координат (точка O) перпендикулярно линии переменного параметра, отрезок \overline{OC} — диаметр. При изменении сопротивления r от 0 до ∞ точка N_1 , определяющая конец вектора тока \dot{I} , скользит по рабочей части окружности от точки K до точки O (рис. 3.41, б).

3.42. Для цепи предыдущей задачи построить кривые активной и реактивной мощностей при изменении сопротивления r от нуля до 20 Ом.

Решение. Опустим из конца вектора тока \vec{I} (точка N_1) на рис. 3.41, б) перпендикуляры на направления координатных осей. Полученные отрезки $\overline{NN_1}$ и \overline{ON} в масштабе мощности m_P выражают соответственно реактивную Q и активную P мощности цепи:

$$Q = UI \sin \varphi = UI_p = U \overline{NN_1} m_I = m_P \overline{NN_1},$$

$$P = UI \cos \varphi = UI_a = U \overline{ON} m_I = m_P \overline{ON},$$

где $m_P = Um_I = 120$ (В),
 6 (А/см) = 720 Вт/см.

Графики $Q(r)$ и $P(r)$ приведены на рис. 3.42.

3.43. Построить годограф вектора тока \vec{I} для цепи схемы рис. 3.43, а, если напряжение $U = 100$ В, сопротивление $r_0 = 5$ Ом, а сопротивление x_C изменяется от 0 до ∞ . По круговой диаграмме построить зависимости $P(x_C)$ и $Q(x_C)$.

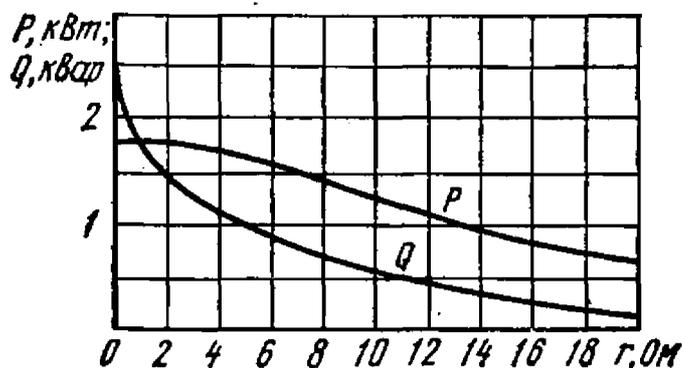
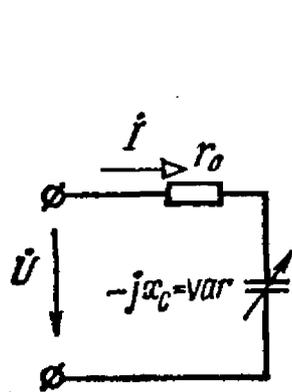
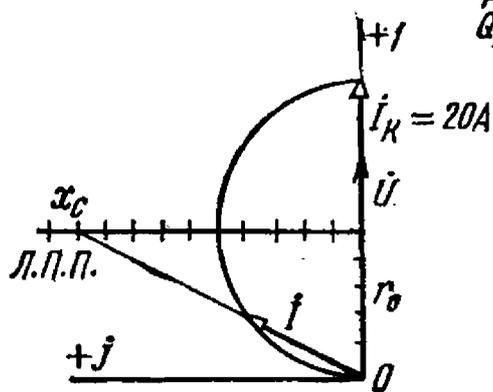


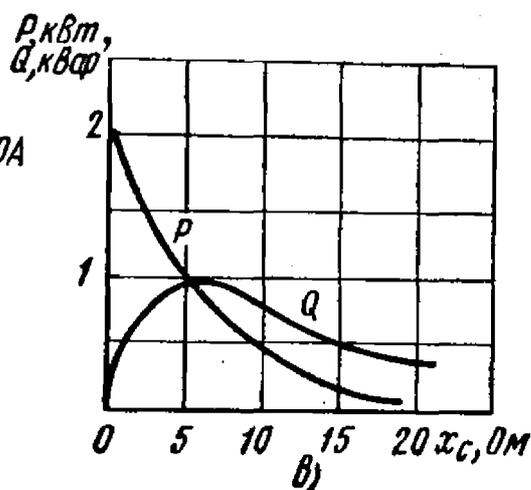
Рис. 3.42



а)



б)



в)

Рис. 3.43

Ответ. Круговая диаграмма и графики мощностей представлены на рис. 3.43, б, в.

3.44. Построить годограф тока \vec{I} для цепи схемы рис. 3.44, а, если напряжение $U = 100$ В, сопротивления $r_0 = 8$ Ом, $x_0 = 6$ Ом, а сопротивление x_L изменяется от 0 до ∞ .

Ответ. Круговая диаграмма тока приведена на рис. 3.44, б. Рабочей частью окружности является дуга KNO . Диаметр окружности определяется резонансным током $I_{рез} = U/r_0 = 100/8 = 12,5$ А.

3.45. На рис. 3.45, а приведена схема простейшего фазовращателя напряжения. Построить годограф вектора выходного напряжения $\vec{U}_{вых}$ и определить диапазон регулирования его фазы. Параметры цепи: $x_L = 2x_C$, r изменяется от 0 до ∞ .

Решение. Строим годограф вектора тока \dot{I} (рис. 3.45, б), причем $\dot{I}_K = \frac{\dot{U}_{ВХ}}{j(x_L - x_C)} = \frac{\dot{U}_{ВХ}}{jx_L/2} = \frac{\dot{U}_{ВХ}}{jx_C}$.

Для построения годографа вектора выходного напряжения $\dot{U}_{ВЫХ}$ воспользуемся методом построения окружности по трем точкам.

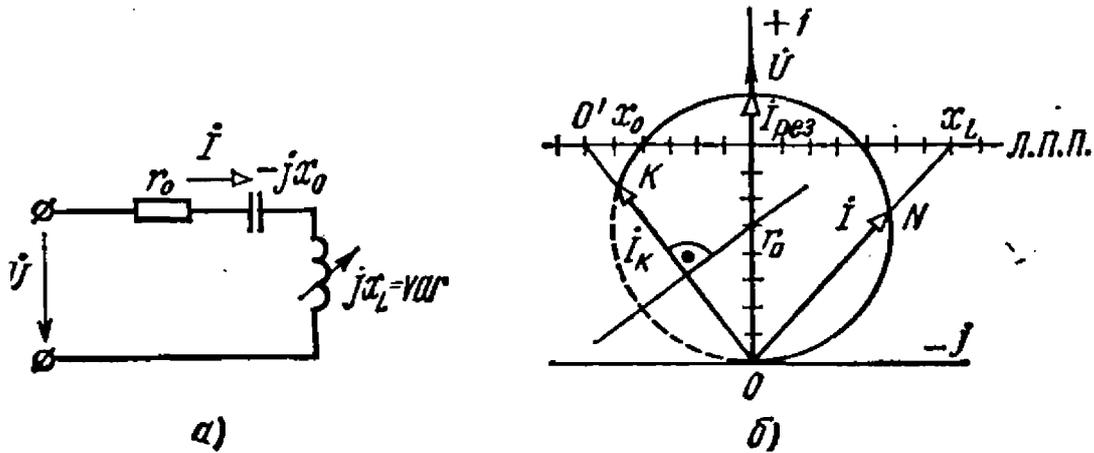


Рис. 3.44

Для этого рассмотрим три режима цепи и определим с помощью построения топографических диаграмм напряжения положения вектора $\dot{U}_{ВЫХ}$ и, следовательно, точки C для этих режимов. Для удобства построения диаграммы на векторе входного напряжения $\dot{U}_{ВХ}$

как на диаметре целесообразно построить окружность.

Режимы: 1) короткого замыкания, $r=0$, $\dot{U}_{ВЫХ К} = \dot{U}_{СК} = -jx_C \dot{I}_K = -\dot{U}_{ВХ}$, точка C_K (рис. 3.45, б);

2) холостого хода, $r = \infty$, $I=0$, точка C_X совпадает с точкой A (рис. 3.45, б);

$$\dot{U}_{ВЫХ. Х} = \dot{U}_{ВХ};$$

3) промежуточный, $r = x_C$,

$$\dot{I}_{пр} = I_{пр} e^{-j45^\circ}.$$

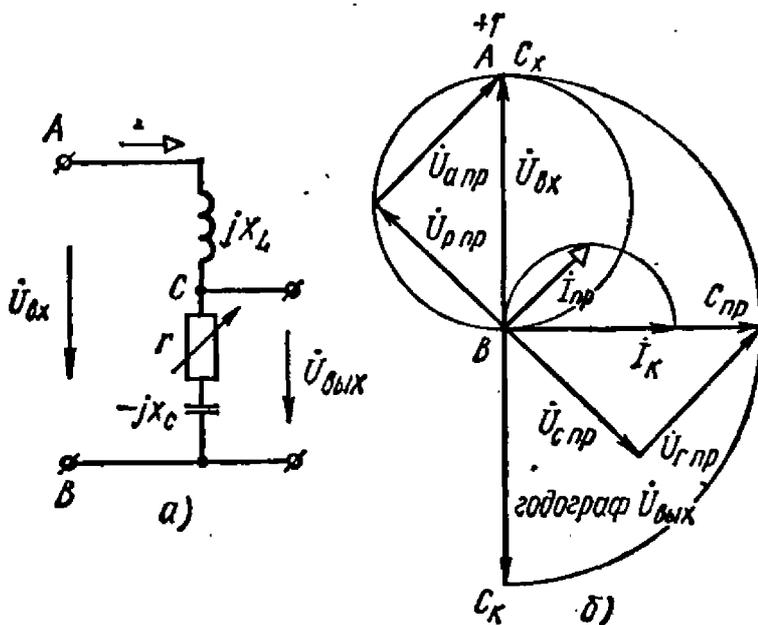


Рис. 3.45

Напряжение на конденсаторе $U_{с. пр} = U_{р. пр} = U_{а. пр}$, $\dot{U}_{ВЫХ. пр} = \dot{U}_{с. пр} + \dot{U}_{р. пр} = U_{ВХ} e^{-j\pi/2}$, точка $C_{пр}$ (рис. 3.45, б).

По трем точкам C_K , C_X и $C_{пр}$ строим годограф вектора $\dot{U}_{ВЫХ}$. При изменении сопротивления r от 0 до ∞ выходное напряжение не изменяется по величине $U_{ВЫХ} = U_{ВХ}$, но изменяется по фазе в диапазоне от $-\pi$ до 0.

РАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

4.1. По осциллограммам напряжения и тока u и i (рис. 4.1) двухэлементного приемника определить его активную и реактивную проводимости и дать его принципиальную схему замещения, если $U_m = 50$ В, $I_m = 0,1$ А.

Ответ. $Y = 0,01e^{j45^\circ}$, $g = 0,0071$ См и $b_C = 0,0071$ См.

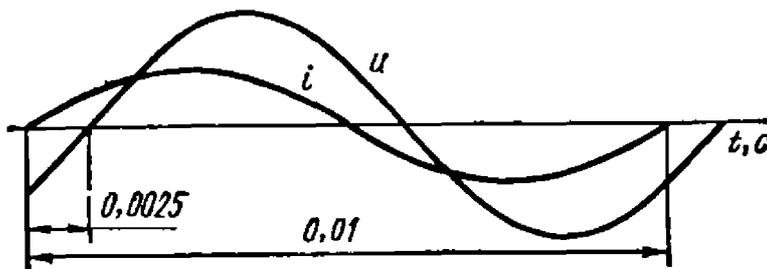


Рис. 4.1

4.2. Приемник, обладающий активным сопротивлением и индуктивностью, при токе $I = 11$ А и напряжении 220 В имеет активную мощность $P = 1452$ Вт. Найти сопротивления параллельной эквивалентной схемы этого приемника.

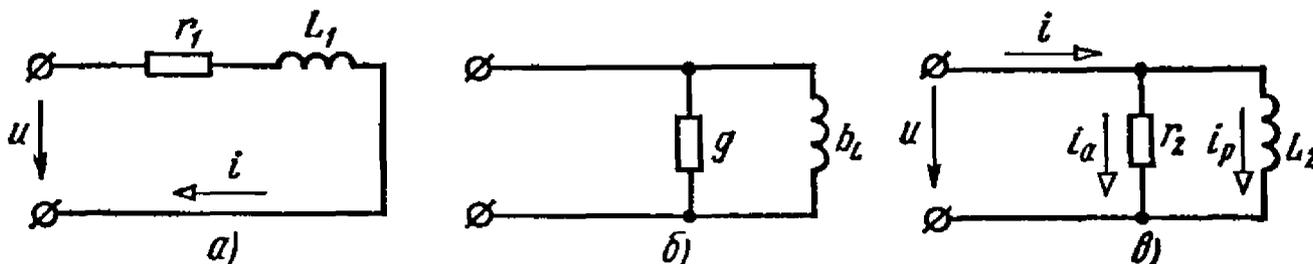


Рис. 4.2

Решение. Определяем угол сдвига между вектором тока и вектором напряжения: $\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{1452}{220 \cdot 11} = 0,6$; $\varphi = 53^\circ 10'$. Тогда, приняв, что комплекс напряжения равен $\dot{U} = U = 220$ В, можем записать комплекс тока $\dot{I} = 11e^{-j53^\circ 10'}$.

Комплекс сопротивления приемника

$$Z = \dot{U} / \dot{I} = 20e^{j53^\circ 10'} = 12 + j16.$$

Отсюда $r_1 = 12$ Ом и $x_1 = 16$ Ом (рис. 4.2, а).

Комплекс проводимости приемника

$$Y = 1/Z = 0,05e^{-j53^\circ 10'} = g - jb_L.$$

Отсюда $g = 0,03$ См и $b_L = 0,04$ См (рис. 4.2, б).

Активное и реактивное сопротивления приемника в параллельной схеме замещения (рис. 4.2, в) $r_2 = 33,3$ Ом и $x_2 = 25,5$ Ом.

4.3. По векторной диаграмме, приведенной на рис. 4.3, а для приемника, состоящего из двух параллельных ветвей, определить его параметры и построить эквивалентную схему, если $U = 90$ В, $I_1 = I_2 = 5$ А, $\varphi_1 = 45^\circ$, $\varphi_2 = 70^\circ$ и $f = 50$ Гц.

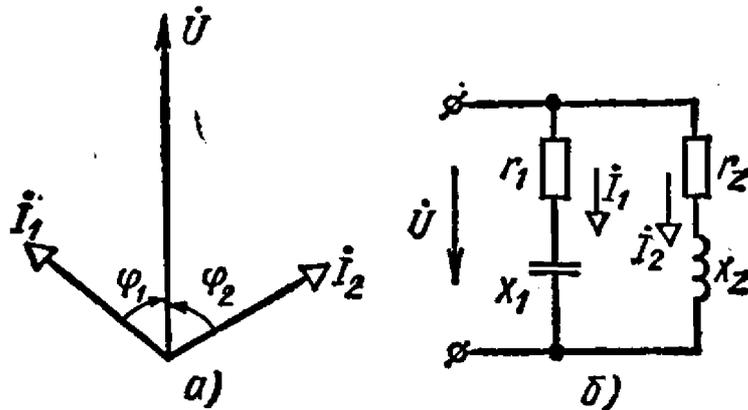


Рис. 4.3

Ответ. $r_2 = 6,15$ Ом, $L_2 = 54$ мГ, $r_1 = 12,75$ Ом, $C_1 = 250$ мкФ. Эквивалентная схема приемника изображена на рис. 4.3, б.

4.4*. Определить активное и реактивное сопротивления последовательной двухэлементной схемы замещения приемника при заданных показаниях приборов ($f = 50$ Гц). Определить характер на-

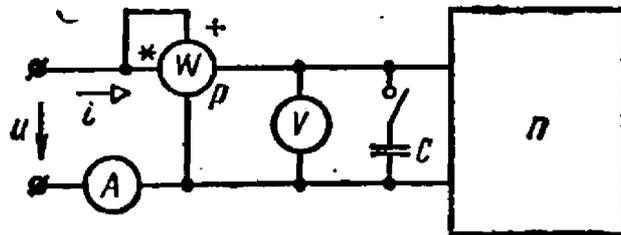


Рис. 4.4

грузки, если при включении конденсатора C в случаях 1 и 3 показание амперметра уменьшилось, а в случае 2—возросло (рис. 4.4). Исходные данные U , I и P и ответы r и x приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Вариант	U , В	I , А	P , Вт	r , Ом	x , Ом	Характер реактивного сопротивления
1	100	20	1720	4,3	2,5	Индуктивный
2	156	40	4800	3,0	2,5	Емкостный
3	72	12	720	5,0	3,32	Индуктивный

4.5*. Комплексы напряжений и токов приемников с параллельным соединением элементов: 1) $\dot{U} = 100$ В; $\dot{I} = (16 + j12)$ А; 2) $\dot{U} = (60 + j80)$ В; $\dot{I} = 20$ А.

Определить напряжения и токи приемников, их активные и реактивные составляющие комплексов проводимостей. Найти полные, активные и реактивные мощности.

Ответ дан в табл. 4.2.

Вариант	U , В	I , А	g , См	b , См	Q , В·А	P , Вт	Q , вар
1	100	20	0,16	0,12	2000	1600	1200
2	100	20	0,12	0,16	2000	1200	1600

4.6. Определить токи в ветвях, написать выражение для мгновенных значений тока в неразветвленной части цепи схемы рис. 4.6, а также определить показание амперметра, если напряжение $u = 179 \sin 314t$, а сопротивления ветвей $r_1 = 10$ Ом и $r_2 = 25,4$ Ом.

Ответ. $I_1 = 12,7$ А, $I_2 = 5$ А, показание амперметра равно $17,7$ А, уравнение для мгновенных значений общего тока имеет вид $i = 25 \sin 314t$. Все три тока схемы совпадают по фазе с напряжением.

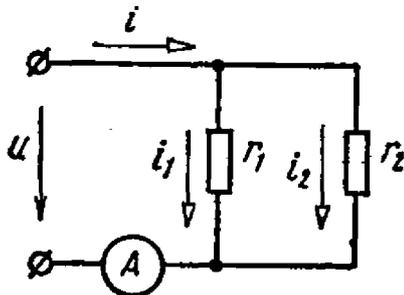


Рис. 4.6

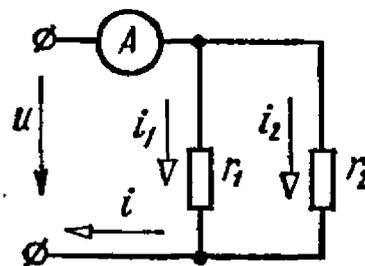


Рис. 4.7

4.7. Амперметр в неразветвленной части цепи, изображенной на рис. 4.7, показывает $15,4$ А.

Определить токи в ветвях и записать выражения для мгновенных значений подведенного синусоидального напряжения, если выражение для мгновенных значений общего тока $i = I_m \sin(1256t + \pi/6)$, а сопротивления ветвей $r_1 = 20$ Ом и $r_2 = 50$ Ом.

Ответ. $I_1 = 11$ А, $I_2 = 4,4$ А, $u = 311 \sin(1256t + \pi/6)$.

4.8. Напряжение на зажимах электрической цепи схемы рис. 4.8, а изменяется по закону $u = 179 \sin 1256t$.

Определить действующие значения токов схемы, записать выражение для мгновенных значений тока в неразветвленной части цепи и построить векторную диаграмму, если $r_1 = 10$ Ом, а $L_2 = 20,2$ мГ.

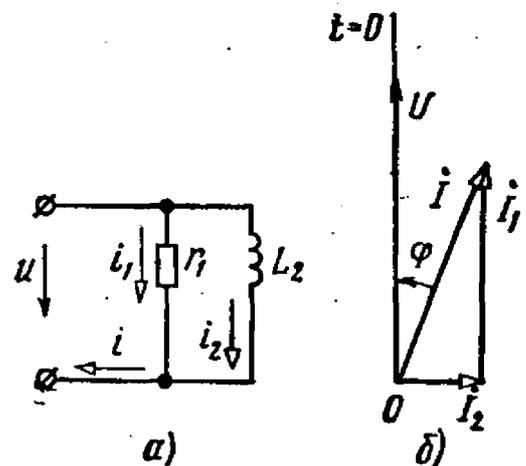


Рис. 4.8

Указание и ответ. Токи схемы $I_1 = 12,7$ А, $I_2 = 5$ А и $I = 13,6$ А.

Угол сдвига фаз $\varphi = 21^\circ 30'$.

Ток в неразветвленной части цепи $i = 19,2 \sin(1256t - 21^\circ 30')$.

При построении векторных диаграмм для цепей с параллельно включенными ветвями удобно брать в качестве исходного вектор напряжения, общего для параллельных ветвей. Затем по отношению к этому вектору размещают векторы токов в ветвях и, суммируя их, находят вектор тока в неразветвленной части цепи.

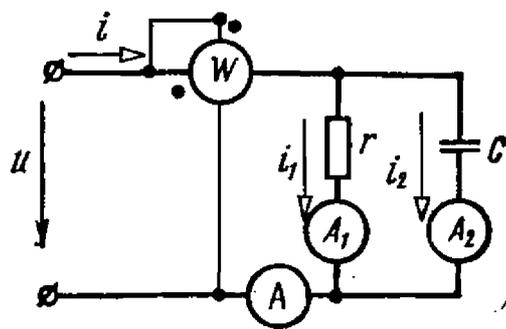


Рис. 4.9

Векторная диаграмма для заданной схемы приведена на рис. 4.8, б.

4.9. К электрической цепи, схема которой приведена на рис. 4.9, подведено напряжение $U = 380$ В.

Определить токи и активную мощность источника питания, если при $f = 50$ Гц сопротивления $r = 30$ Ом и $x_c = 30$ Ом.

Ответ. $I_1 = 12,7$ А, $I_2 = 12,7$ А, $I = 17,9$ А и $P_{\text{н}} = 4800$ Вт.

4.10. Приемник имеет только активное сопротивление r . Как изменяется входное сопротивление и входная активная проводимость схемы, если конденсатор, емкостное сопротивление которого $x = kr$, включить: а) последовательно с резистором и б) параллельно с резистором.

Ответ. При последовательном соединении входное активное сопротивление схемы останется без изменения ($r'_{\text{вх}} = r$), а входная активная проводимость уменьшится в $(1 + k^2)$ раз.

При параллельном соединении входное активное сопротивление уменьшится в $(1 + k^2)/k^2$ раз, а входная активная проводимость останется без изменения ($g'_{\text{вх}} = g = 1/r$).

4.11. Входное активное сопротивление приемника $r = 12$ Ом.

Какую емкость должен иметь конденсатор, присоединенный параллельно этому приемнику, чтобы входное активное сопротивление цепи уменьшить в три [раза? Частота источника питания $f = 50$ Гц.

Ответ. $C = 366$ мкФ.

4.12. В схеме рис. 4.12, а напряжение $U = 127$ В, сопротивления $r_1 = 10$ Ом, $r_2 = 6$ Ом и $x_2 = 8$ Ом.

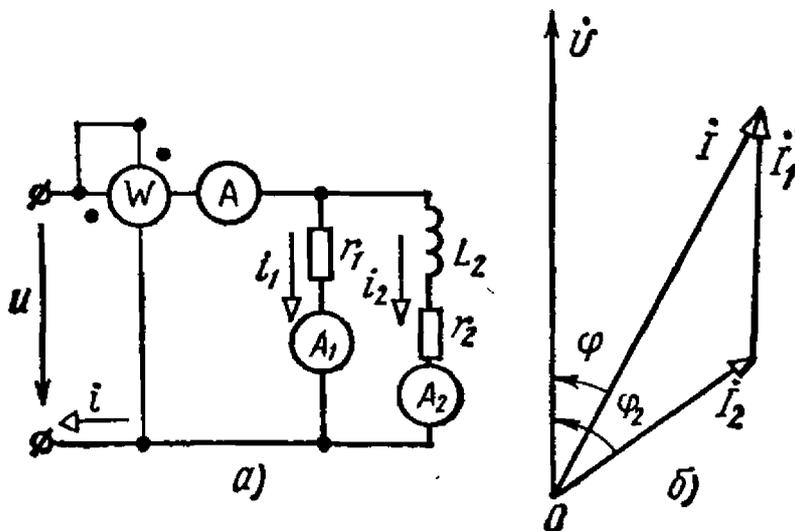


Рис. 4.12

Определить токи и построить векторную диаграмму. Найти показание ваттметра.

Ответ. $I_1 = 12,7$ А; $I_2 = 12,7$ А; $I = 22,7$ А; $P = 2,58$ кВт.

Векторная диаграмма приведена на рис. 4.12, б.

4.13. Найти токи схемы рис. 4.13 при условии, что подведенное напряжение $U = 127$ В, а сопротивления ее участков при частоте 50 Гц равны: $r_1 = 10$ Ом, $r_2 = 8$ Ом и $x_2 = 6$ Ом. Определить напряжения на участках db и ad , а также входное сопротивление и входную проводимость схемы.

Ответ. $I_1 = 12,7$ А, $I_2 = 12,7$ А, $I \approx 24$ А, $y_{вх} = 0,19$ См, $z_{вх} = 5,27$ Ом, $U_{db} \approx 102$ В, $U_{a1} = 76$ В.

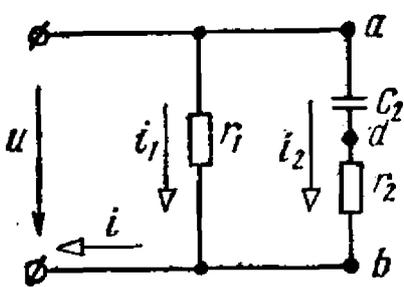


Рис. 4.13

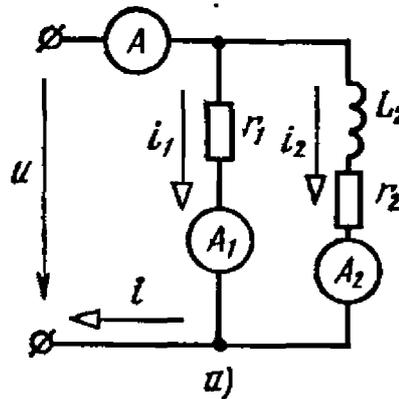
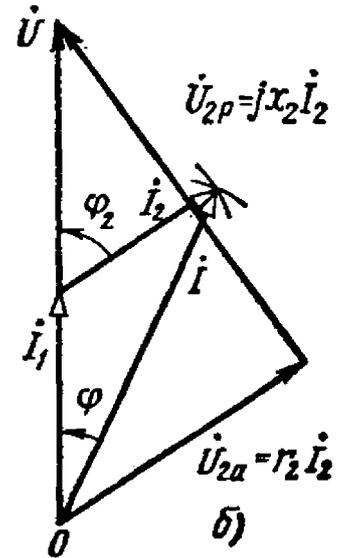


Рис. 4.15



4.14. При последовательном соединении резистора и индуктивной катушки коэффициент мощности приемника равен $\cos \varphi = 0,6$. Определить коэффициент мощности приемника $\cos \varphi'$, если эти же элементы будут соединены параллельно.

Ответ. $\cos \varphi' = 0,8$.

4.15. Показание амперметра в первой ветви схемы рис. 4.15, а равно 5 А, во второй 4 А. Амперметр в неразветвленной части цепи показывает 8 А.

Построить векторную диаграмму и найти числовые значения сопротивлений r_1 , r_2 и x_2 , если напряжение на входе схемы $U = 220$ В.

Ответ и указание. $r_1 = 44$ Ом, $r_2 = 32$ Ом, $x_2 = 44,5$ Ом.

Значения r_2 и x_2 по векторной диаграмме рис. 4.15, б определяются путем деления активного U_{2a} и реактивного U_{2p} напряжений на ток I_2 во второй ветви схемы.

4.16. Найти распределение токов в цепи схемы рис. 4.16, а и коэффициент мощности цепи, если напряжение на входе $U = 220$ В, а сопротивления $r_1 = 6$ Ом, $x_1 = 8$ Ом, $r_2 = 4$ Ом, $x_2 = 3$ Ом. Построить топографическую диаграмму и определить графически напряжение между точками a и b (U_{ab}) при данном расположении сопротивлений и при перемене мест сопротивлений r_2 и x_2 .

Составить баланс для активной мощности.

Ответ. $I_1 = 22$ А, $I_2 = 44$ А, $I = 65$ А, $\cos \varphi = g/y = 0,741$.

Топографическая диаграмма приведена на рис. 4.16, б. На ней показаны векторы U_{ab} при заданном на рис. 4.16, а расположении сопротивлений и вектор U'_{ab} при перемене мест сопротивлений r_2 и x_2 .

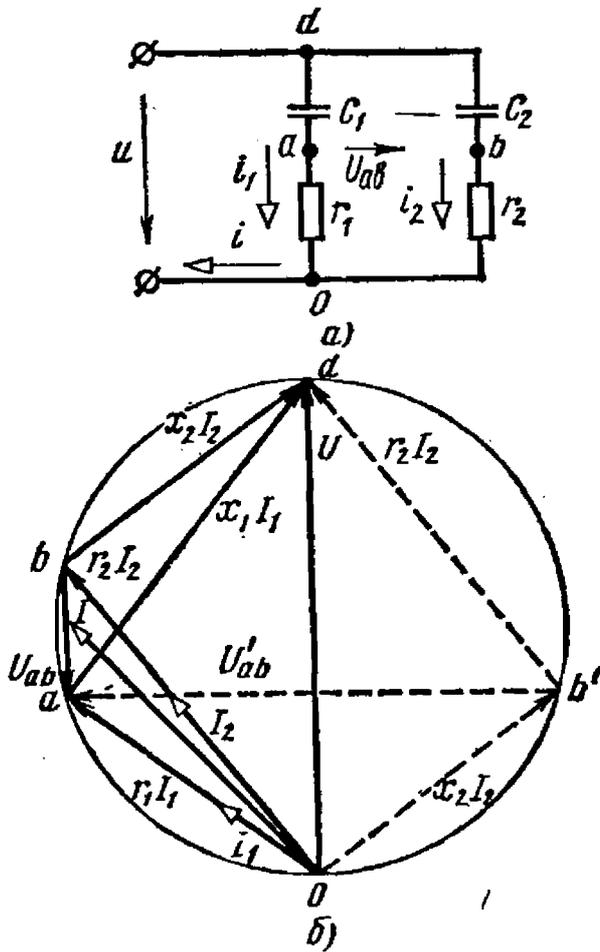


Рис. 4.16

Баланс мощностей

$$UI \cos \varphi = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2, UI \cos \varphi = 10648 \text{ Вт}, r_1 I_1^2 = 2904 \text{ Вт}, r_2 I_2^2 = 7744 \text{ Вт}.$$

Сопоставление полученных результатов показывает, что расчеты сделаны с ошибкой в балансе менее 0,5%.

4.17. Определить резонансную частоту, эквивалентное сопротивление цепи схемы рис. 4.17 при резонансе и рассчитать токи ветвей, если напряжение $U = 100$ В, а параметры цепи равны: $r = 20$ Ом, $L = 20$ мГ и $C = 2$ мкФ.

Ответ. $f_0 = 796$ Гц, $z_{\text{экв}} = r = 20$ Ом, $I_1 = 5$ А, $I_2 = I_3 = 1$ А, $I = I_1 = 5$ А.

4.18. В цепи схемы рис. 4.18, а при замкнутом и разомкнутом ключе амперметр показывает один и тот же ток $I_{01} = 10$ А. При уменьшении емкости конденсатора вдвое и замкнутом ключе амперметр показывает ток $I_{02} = 6$ А. Напряжение $U = 100$ В, частота сети $f = 50$ Гц. Найти активное сопротивление и индуктивность катушки.

Ответ и указание. $r_n = 6$ Ом, $L_n = 25,5$ мГ. При решении удобно воспользоваться векторной диаграммой рис. 4.18, б для схемы с замкнутым ключом.

4.19. Определить резонансную частоту и эквивалентное сопротивление цепи схемы рис. 4.19, а при резонансе, рассчитать токи ветвей и построить векторную диаграмму, если напряжение $U = 100$ В, а параметры цепи равны: $r = 20$ Ом, $L = 20$ мГ и $C = 2$ мкФ.

Ответ. $f_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{L^2}} = 780$ Гц; $z_{\text{экв}} = 500$ Ом, $I_1 = 1,03$ А, $I_2 = 0,98$ А, $I = 0,2$ А.

Векторная диаграмма приведена на рис. 4.19, б.

4.20. При какой частоте наступит резонанс токов в цепи схемы рис. 4.20, если ее параметры равны: $L = 10^{-3}$ Г, $C = 4 \cdot 10^{-4}$ Ф, $r_C = 10$ Ом и $r_L = 20$ Ом?

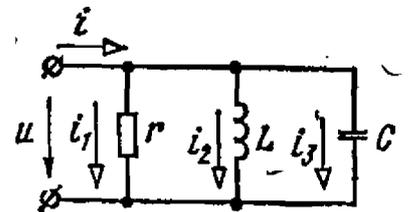


Рис. 4.17

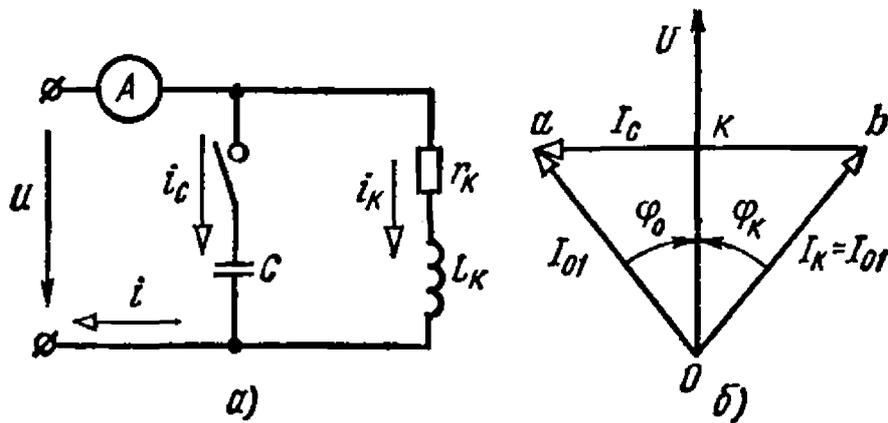


Рис. 4.18

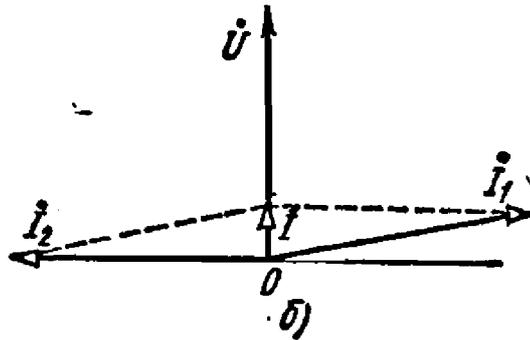
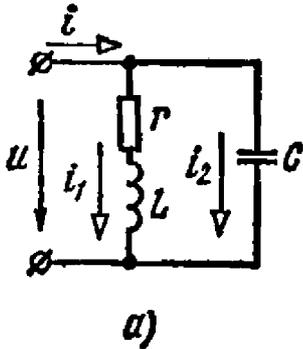


Рис. 4.19

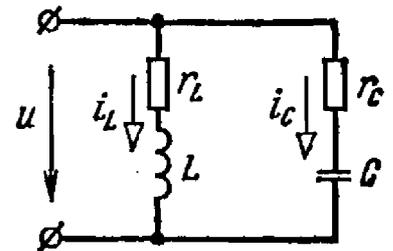


Рис. 4.20

Ответ. $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{r_L^2 - L/C}{r_C^2 - L/C}} = 510 \text{ Гц.}$

4.21. В цепи схемы рис. 4.21, а приборы показывают: ваттметр — 1200 Вт, амперметр — 11 А, вольтметр — 220 В.

Определить емкость и мощность батареи конденсаторов, которую нужно включить параллельно ветви с r и L , чтобы повысить

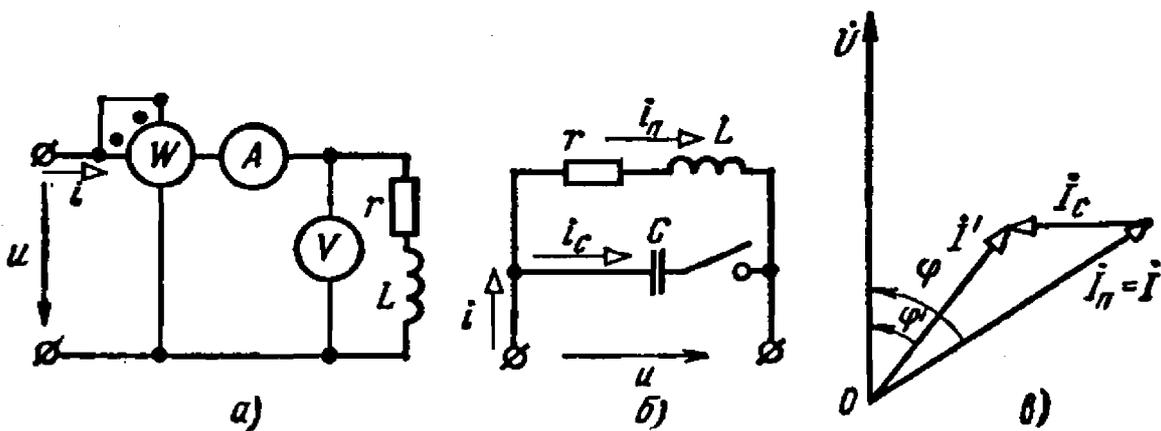


Рис. 4.21

коэффициент мощности $\cos \varphi'$ до 0,91. Напряжение U считать неизменным.

Решение. До улучшения коэффициента мощности (рис. 4.21, а)

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{1200}{220 \cdot 11} = 0,455; \quad \varphi = 62^\circ 50'.$$

После улучшения коэффициента мощности (рис. 4.21, в) активная составляющая общего тока остается без изменения, поэтому

$$I \cos \varphi = I' \cos \varphi'$$

и общий ток

$$I' = I \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi'} = 11 \frac{0,455}{0,91} = 5,5 \text{ А.}$$

Ток батареи конденсаторов (рис. 4.21, б)

$$jI_C = jI \sin \varphi - jI' \sin \varphi' = j9,53 - j2,28 = j7,25 \text{ А.}$$

Мощность батареи конденсаторов

$$Q_C = UI_C = 220 \cdot 7,25 = 1600 \text{ вар} = 1,6 \text{ квар.}$$

Емкость батареи конденсаторов

$$C = \frac{Q_C}{\omega U^2} = \frac{1600}{314 \cdot 220^2} \cdot 10^6 = 105 \text{ мкФ.}$$

4.22. Коэффициент мощности индуктивного приемника равен 0,5, напряжение сети 220 В (const), а ток 60 А.

Определить емкость батареи конденсаторов, которую необходимо включить в схему для повышения коэффициента мощности до 0,8. Найти общий ток схемы, а также его активную и реактивную составляющие до и после улучшения коэффициента мощности.

Ответ. $C = 426 \text{ мкФ.}$

До улучшения коэффициента мощности ток $I = 60 \text{ А}$ имеет активную составляющую 30 А и реактивную составляющую 52 А.

После улучшения коэффициента мощности цепь потребляет общий ток, равный 37,7 А, который имеет активную составляющую 30 А и реактивную составляющую 22,5 А.

4.23. Два индуктивных приемника с параметрами $P_1 = 5,5 \text{ кВт}$, $U_1 = 220 \text{ В}$, $I_1 = 38,8 \text{ А}$, $P_2 = 2,92 \text{ кВт}$, $U_2 = 220 \text{ В}$, $I_2 = 22 \text{ А}$ соединены параллельно и включены в сеть напряжением 220 В.

Определить их общий коэффициент мощности и подсчитать мощность батареи конденсаторов, которую необходимо подключить параллельно, чтобы повысить общий коэффициент мощности до 0,9. Найти ток, полную и реактивную мощности потребления энергии из сети до и после улучшения коэффициента мощности.

Ответ. До улучшения коэффициента мощности $\cos \varphi = 0,67$, $I = 58 \text{ А}$, $S = 12,6 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, $Q = 9,37 \text{ квар.}$

После улучшения коэффициента мощности $\cos \varphi = 0,9$, $Q_C = 5,45 \text{ квар}$, $I = 42 \text{ А}$, $S = 9,3 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, $Q = 3,92 \text{ квар.}$

4.24. Электрическая энергия подводится к приемнику по двухжильному кабелю, сечение которого равно 70 мм^2 . Согласно нормам, допускаемая нагрузка по току для такого кабеля равна 325 А. К сети требуется подключить дополнительно осветительную нагрузку мощностью 20 кВт. Однако при существующем режиме работы кабеля этого делать нельзя, так как ток нагрузки в кабеле равен 318 А.

Определение коэффициента мощности показало, что он равен 0,6 (инд.). Было решено улучшить коэффициент мощности с помощью батареи конденсаторов, подобрав ее так, чтобы при одновременном повышении коэффициента мощности и включении дополнительной осветительной нагрузки ток в кабеле не превышал 318 А.

Установить, какой коэффициент мощности будет в сети после включения батареи конденсаторов. Определить емкость и мощность батареи конденсаторов, добавочную активную мощность, которую можно будет использовать для освещения, и ток добавочной осветительной нагрузки. Напряжение приемника считать неизменным и равным 220 В.

Решение. Для дальнейших расчетов нужно установить новое значение коэффициента мощности установки после включения батареи конденсаторов и дополнительной нагрузки.

Вычислим активную, реактивную и полную мощности установки до улучшения коэффициента мощности.

Полная мощность

$$S_1 = UI = 220 \cdot 318 = 70\,000 \text{ В} \cdot \text{А} = 70 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Активная мощность

$$P_1 = S \cos \varphi_1 = 70 \cdot 0,6 = 42 \text{ кВт}.$$

Реактивная мощность

$$Q_1 = S \sin \varphi_1 = 70 \cdot 0,8 = 56 \text{ квар}.$$

Считая ориентировочно дополнительную активную мощность $P'_{\text{доб}} = 20$ кВт, находим, что коэффициент мощности при неизменной полной мощности должен быть равен

$$\cos \varphi_2 = \frac{P + P'_{\text{доб}}}{S} = \frac{62}{70} = 0,885.$$

Примем новое значение коэффициента мощности $\cos \varphi_2 = 0,9$, а следовательно, и $\sin \varphi_2 = 0,436$.

Тогда после улучшения коэффициента мощности до 0,9 и неизменной полной мощности 70 кВ·А можно получить активную мощность

$$P = S \cos \varphi_2 = 70 \cdot 0,9 = 63 \text{ кВт}.$$

Поэтому для освещения можно использовать добавочную мощность

$$P_{\text{доб}} = 63 - 42 = 21 \text{ кВт}.$$

Добавочный ток осветительной нагрузки

$$I_{\text{доб}} = \frac{P_{\text{доб}}}{U} = \frac{21000}{220} = 95 \text{ А}.$$

Реактивная мощность потребления энергии из сети снизилась до

$$Q_2 = S \sin \varphi_2 = 70 \cdot 0,436 = 30,5 \text{ квар}.$$

Реактивная мощность и емкость батареи конденсаторов:

$$Q_c = Q_1 - Q_2 = 56 - 30,5 = 25,5 \text{ квар},$$

$$C = \frac{Q_c}{\omega U^2} = \frac{25500}{314 \cdot 48400} \cdot 10^6 = 1680 \text{ мкФ}.$$

На рис. 4.24, а, б приведены эквивалентная схема и векторная диаграмма установки.

До компенсации $\cos \varphi$ к сети был подключен приемник с сопротивлением r_n и индуктивностью L_n , ток при этом $I_n = 318 \text{ А}$.

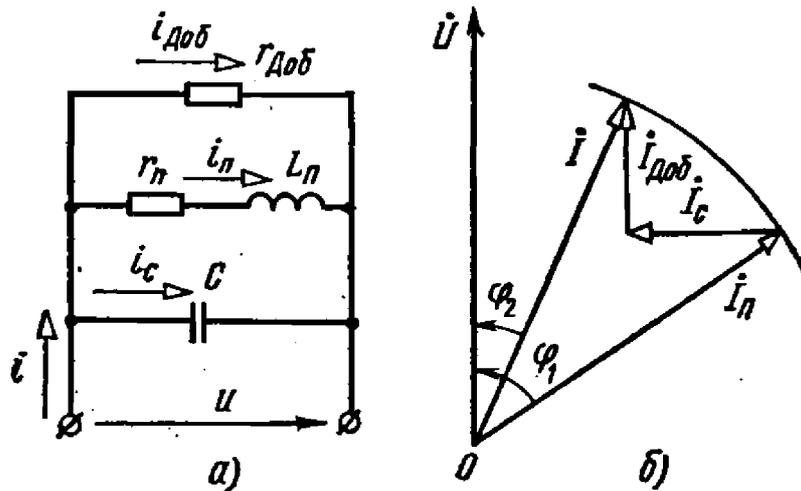


Рис. 4.24

После подключения ветвей с активным сопротивлением $r_{доб}$ и емкостью C результирующий ток I остался равным 318 А ; уменьшился лишь сдвиг фаз между напряжением и током.

4.25. Показания счетчиков за 7 ч работы равны: счетчика активной энергии— $210 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$, счетчика реактивной энергии— 280 квар . Нагрузка активно-индуктивная; напряжение 380 В .

Какую емкость должна иметь батарея конденсаторов для повышения коэффициента мощности установки до $0,95$? Какую дополнительную нагрузку можно включить после улучшения

коэффициента мощности при условии, что ток в питающей сети останется таким же, как и до компенсации: 1) если считать $\cos \varphi$ дополнительной нагрузки равным $0,95$; 2) если дополнительная нагрузка чисто активная. Каким станет сдвиг фаз после включения чисто активной дополнительной нагрузки, если емкость батареи конденсаторов не будет изменяться при включении дополнительной нагрузки, а ток останется тем же, что и до включения батареи конденсаторов?

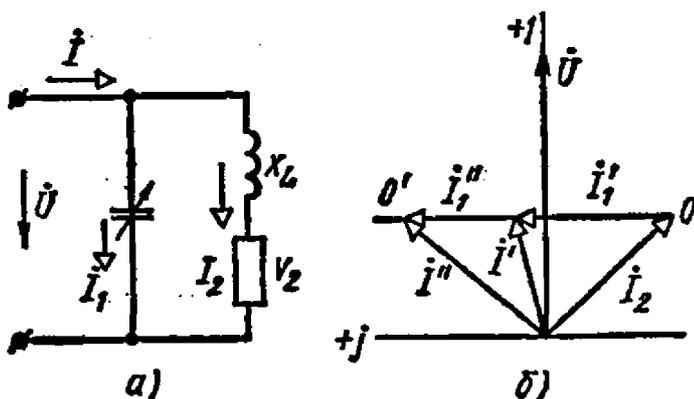


Рис. 4.26

денсаторов не будет изменяться при включении дополнительной нагрузки, а ток останется тем же, что и до включения батареи конденсаторов?

Ответ. До включения батареи конденсаторов $\cos \varphi = 0,6$, $I = 132 \text{ А}$. После включения батареи конденсаторов, емкость кото-

рой $C = 670 \text{ мкФ}$, реактивная мощность $Q_C = 30,5 \text{ квар}$, $\cos \varphi = 0,95$, $I = 82 \text{ А}$. Дополнительная нагрузка с $\cos \varphi = 0,95$ при токе $I = 132 \text{ А}$ равна $18,5 \text{ кВА}$. При чисто активной дополнительной нагрузке $19,5 \text{ кВт}$ сдвиг фаз равен 11° и $\cos \varphi = 0,98$.

4.26. Построить годограф общего тока I цепи рис. 4.26, а, если $U = 220 \text{ В}$, $r_2 = x_2 = 10 \text{ Ом}$.

Ответ. Векторная диаграмма приведена на рис. 4.26, б. Годографом общего тока I и тока I_1 является прямая OO' .

4.27. Построить круговую диаграмму тока I цепи схемы рис. 4.27, а, если напряжение $U = 180 \text{ В}$, сопротивления $x_C = 60 \text{ Ом}$, $x_L = 90 \text{ Ом}$, сопротивление r изменяется от 0 до ∞ . Определить

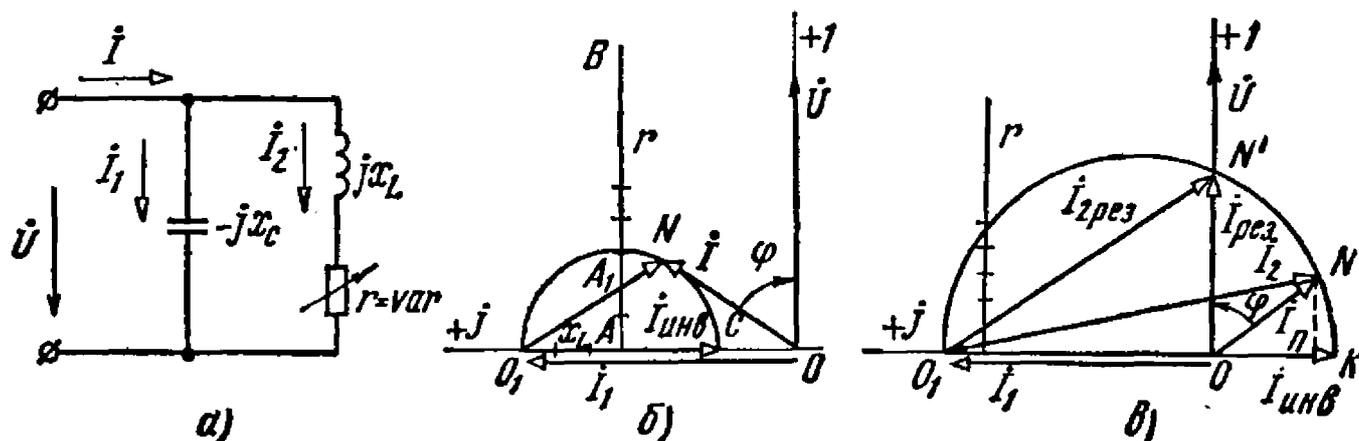


Рис. 4.27

величину сопротивления x'_L , при котором в цепи может наступить резонанс токов.

Решение. Для построения круговой диаграммы суммарного тока I достаточно построить круговую диаграмму тока I_2 и учесть постоянное значение тока I_1 в конденсаторе.

Для построения круговой диаграммы тока I_2 на рис. 4.27, б от точки O_1 вправо отложим отрезок $\overline{O_1 A} = \frac{x_L}{m_r}$ и проведем прямую AB , являющуюся линией сопротивления r . Инверсный ток $I_{\text{инв}} = I_{\text{зк}} = 180/90 = 2 \text{ А}$ определяет диаметр окружности $O_1 C$. Для любого сопротивления $r = \overline{A A_1} m_r$ ток I_2 определяется в масштабе тока m отрезком $\overline{O_1 N}$.

Так как суммарный ток $I = I_1 + I_2$, то для получения его круговой диаграммы достаточно перенести начало координат в точку O , сдвинутую относительно точки O_1 вектором тока

$$I_1 = \frac{\dot{U}}{-jx_C} = \frac{180}{-j60} = j3 \text{ А.}$$

Этот вектор должен быть отложен на диаграмме в том же масштабе m_r , в каком построена круговая диаграмма тока I_2 .

Геометрическим местом концов вектора тока I будет та же окружность. При увеличении сопротивления r точка N скользит

по окружности влево ($r=0$) в направлении от точки C к точке O_1 ($r=\infty$).

Вектор напряжения \dot{U} совпадает с вещественной осью $+1$, поэтому при $I_1 > I_{2к}$ угол сдвига фаз $\varphi < 0$ и в цепи не может иметь места резонанс токов. Такой резонанс может наступить только при $I_1 < I_{2к}$ или при $x'_L < x_C$, т. е. при $x'_L < 60$ Ом. Предположим, что $x'_L = 40$ Ом. Тогда $I_{2к} = 180/40 = 4,5$ А и круговая диаграмма будет иметь вид диаграммы рис. 4.27, в.

При $r=0$ точка N совпадает с точкой K и ток \dot{I} определяется отрезком \overline{OK} . С увеличением сопротивления r точка N скользит по окружности влево, приближаясь к точке N' , а при $r=\infty$ — к точке O_1 . Из диаграммы видно, что суммарный ток такой цепи при резонансе токов не будет минимальным.

При построении круговых диаграмм были выбраны масштабы сопротивлений $m_r = 6$ Ом/мм и тока $m_I = 0,067$ А/мм.

Резонанс токов наступает при $r=28$ Ом, при этом $I_1 = 3$ А, $I_2 = 3,66$ А и $I = 2,12$ А.

4.28. Построить годографы токов \dot{I}_2 и \dot{I} для цепи схемы рис. 4.28, а, если напряжение $U = 100$ В, сопротивление $x_C = 50$ Ом,

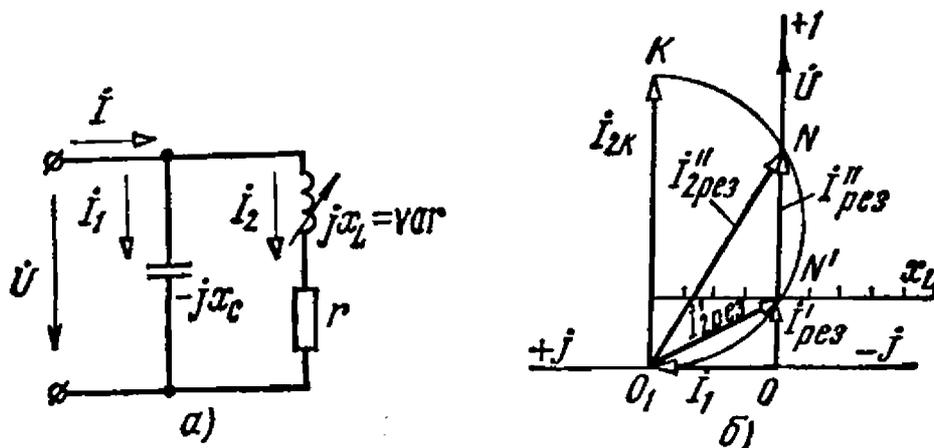


Рис. 4.28

$r = 20$ Ом, а сопротивление x_L изменяется от 0 до ∞ . Определить значения токов $I_{рез}$ и $I_{2рез}$, при которых в цепи может наступить резонанс токов.

Ответ. Круговая диаграмма приведена на рис. 4.28, б. Рабочая точка конца вектора \dot{I} скользит от точки K (при $x_L = 0$) вправо. При положении N и N' в цепи имеют место два резонанса токов. При $x_L = 10$ Ом суммарный ток цепи определяется отрезком ON ($I_{2рез} = 4,5$ А и $I_{рез} = 4$ А), при большем значении $x_L = 40$ Ом, общий ток определяется отрезком ON' ($I_{2рез} = 2,2$ А и $I_{рез} = 1$ А).

4.29. Построить годограф суммарного тока \dot{I} для цепи схемы рис. 4.29, а, если напряжение $U = 120$ В сопротивления $r_1 = 12$ Ом, $r_2 = 20$ Ом, $x_C = 20$ Ом, а сопротивление x_L изменяется от 0 до ∞ . Определить величину суммарного тока при резонансе токов.

Ответ. $I_2 = 4,23$ А, $I_{1к} = 10$ А. Круговая диаграмма приведена на рис. 4.29, б.

В цепи имеют место два резонанса, суммарные токи при которых $I'_{рез} = 4$ А и $I''_{рез} = 12$ А.

4.30. Построить круговую диаграмму суммарного тока \dot{I} для цепи схемы рис. 4.30, а, если напряжение $U = 120$ В сопротивлени $r_0 = 8$ Ом, $x_0 = 20$ Ом, $r_1 = 6$ Ом, $x_1 = 8$ Ом, а сопротивление r_2 изменяется от 0 до ∞ .

Ответ. Диаметр окружности тока \dot{I}_2 определяется инверсным током $\dot{I}_{2инв} = 120/j8 = -j15$ А. При $U = 120$ В ток $\dot{I}_0 = 2,06 - j5,18$ А. При коротком замыкании ток во второй ветви $\dot{I}_{2к} = 7,2 - j9,62$ А, а суммарный ток $\dot{I}_к = \dot{I}_0 + \dot{I}_{2к} = 9,26 - j14,8$ А.

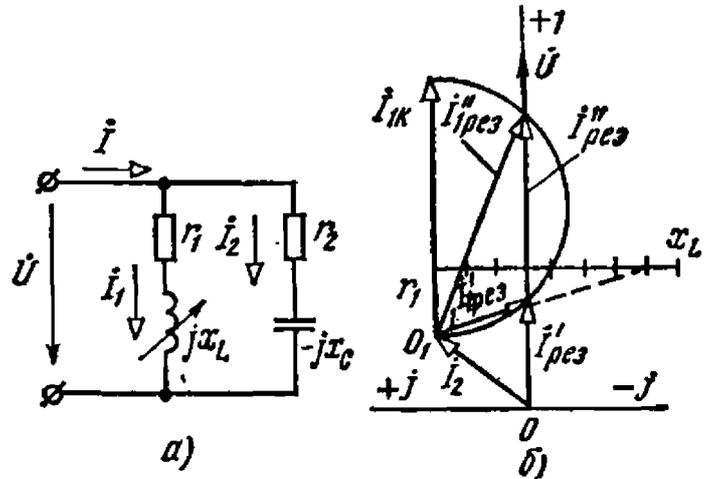


Рис. 4.29

Круговая диаграмма приведена на рис. 4.30, б.

4.31. Построить круговую диаграмму тока \dot{I}_2 для цепи схемы рис. 4.31, а, если комплексное сопротивление $Z_1 = (3 + j4)$ Ом, а

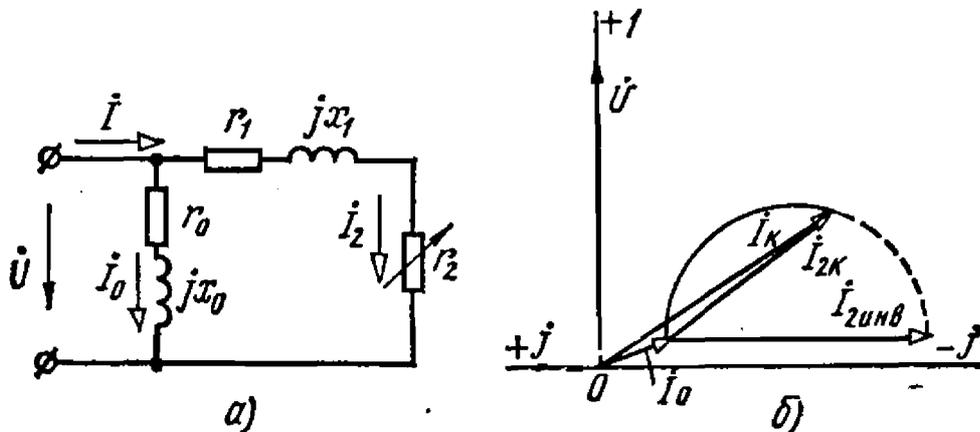


Рис. 4.30

сопротивление r_2 изменяется от 0 до ∞ . Определить сопротивление x_C конденсатора, при котором величина тока \dot{I} будет оставаться постоянной независимо от сопротивления нагрузки r_2 . Напряжение на входе цепи $U = 220$ В.

Ответ. Вектор суммарного тока \dot{I} определяется радиусом окружности тока \dot{I}_2 (рис. 4.31, б), а значение x_C — из соотношения

$$I_C = \frac{U}{x_C} = \frac{1}{2} I_{инв}.$$

4.32. Определить пределы изменения фазы напряжения фазовращающей цепи (рис. 4.32, а) по отношению к фазе напряжения источника питания $U_{ab} = 100$ В, если сопротивления цепи $r_1 = r'_1 = x_2 = 10$ Ом, а сопротивление r_2 изменяется от 0 до ∞ .

Решение. Если принять напряжение $\dot{U}_{ab} = 100$ В, то ток \dot{I}_2 при переменном сопротивлении r_2 изменяется по окружности рис. 4.32, б,

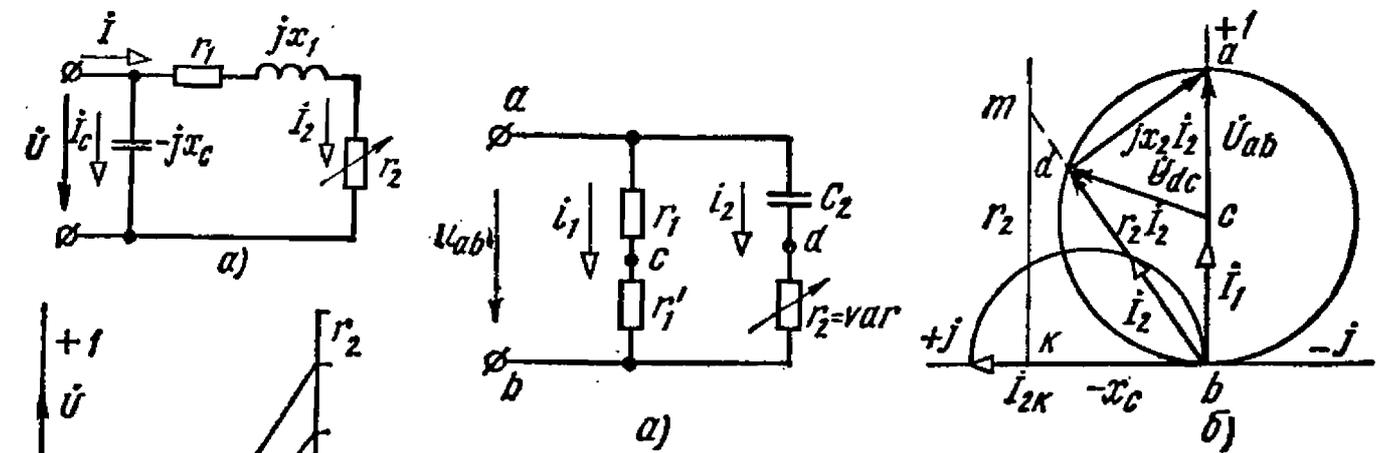


Рис. 4.32

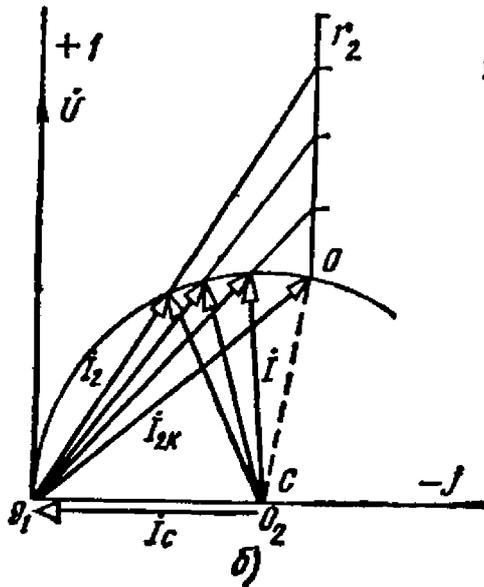


Рис. 4.31

диаметр которой равен $I_{2к} = 10$ А и расположен по оси мнимых величин. Заданному сопротивлению $r_2 = m, \overline{km}$ и току I_2 соответствует вектор падения напряжения $r_2 I_2$, определяемый отрезком bd окружности и построенный на векторе напряжения \dot{U}_{ab} как на диаметре. Точка d второй ветви при изменении сопротивления r_2 скользит по полуокружности напряжений в направлении от точки b к точке a . Точка c лежит на середине вектора \dot{U}_{ab} , поэтому вектор напряжения \dot{U}_{dc} является радиусом полуокружности напряжений и его фаза изменяется от -180° при $r_2 = 0$ до 0 при $r_2 = \infty$.

4.33. Определить пределы изменения фазы напряжения U_{dc} цепи (рис. 4.33, а) по отношению к фазе напряжения источника питания $U_{ab} = 100$ В, если сопротивления цепи $r_1 = r_2 = r_3 = 10$ Ом, а сопротивление x_2 изменяется от 0 до ∞ .

Ответ. Фаза напряжения U_{dc} изменяется от 0 до -180° . Величина напряжения U_{dc} неизменна и равна 50 В. Круговая диаграмма приведена на рис. 4.33, б. Положение точки d на диаграмме показано для двух случаев; $x = x_2'$ и $x = x_2''$; при этом $x_2'' > x_2'$.

4.34. Сопротивления цепи схемы рис. 4.34, а при заданной частоте источника питания равны: $r = 5$ Ом, $x_C = 5$ Ом и $x_L = 2,5$ Ом.

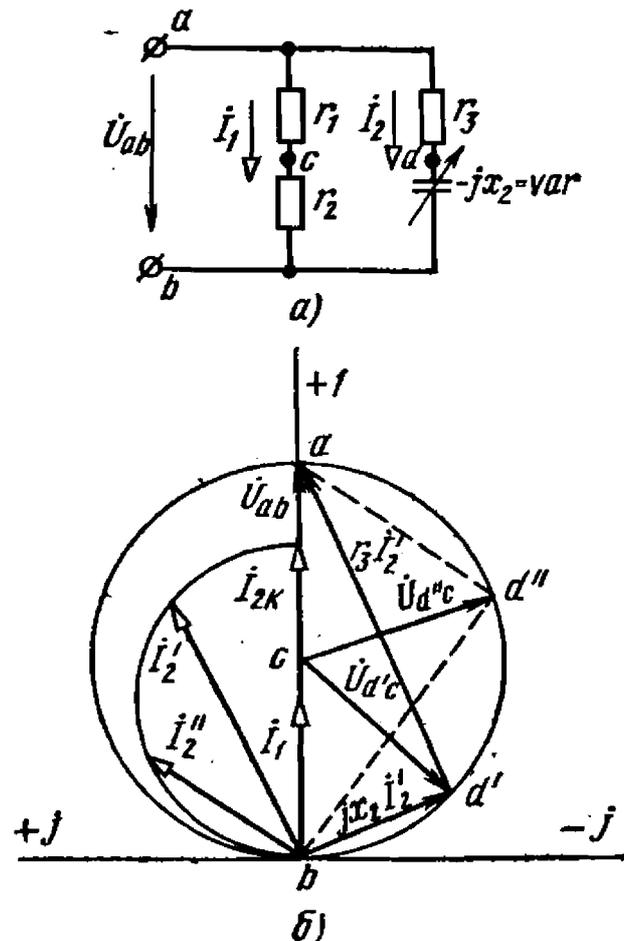


Рис. 4.33

Определить токи при напряжении $U = 25$ В. По найденным комплексам напряжений и токов построить топографическую диаграмму.

Решение. Воспользуемся методом эквивалентных сопротивлений. Решение проводим в такой последовательности.

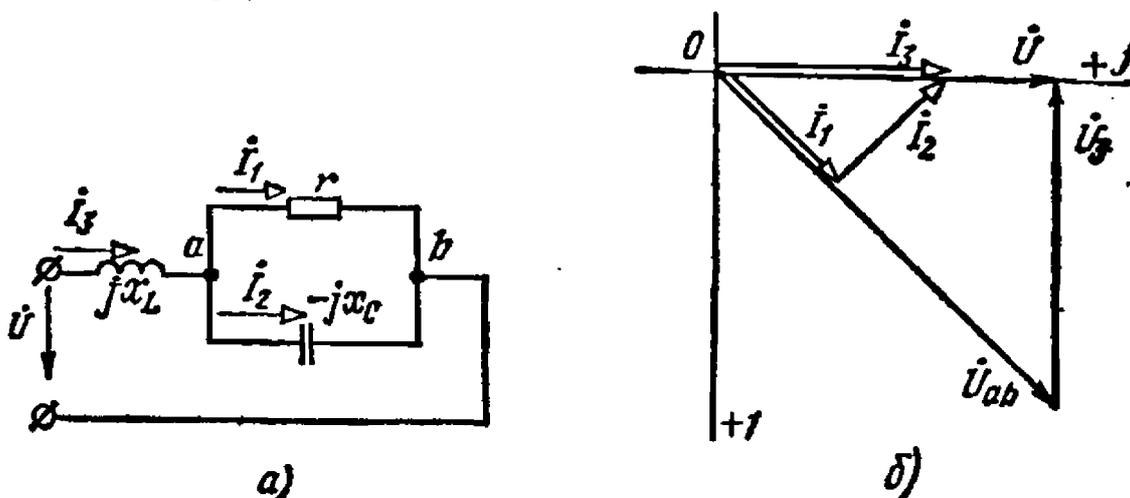


Рис. 4.34

Запишем комплексы сопротивлений участков:

$$Z_1 = r = 5 \text{ Ом}, \quad Z_2 = -jx_C = -j5 \text{ Ом}, \\ Z_3 = jx_L = j2,5 \text{ Ом}.$$

Комплекс эквивалентного сопротивления разветвленного участка

$$Z_{ab} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{5(-j5)}{5 - j5} = \frac{-j5(1+j)}{2} = (2,5 - j2,5) \text{ Ом}.$$

Комплекс входного сопротивления цепи

$$Z_{вх} = Z_3 + Z_{ab} = j2,5 + 2,5 - j2,5 = 2,5 \text{ Ом}.$$

Оно имеет только действительную величину, что возможно при резонансе напряжений в цепи.

Принимая $U = 25$ В, найдем комплекс общего тока цепи:

$$I_3 = \frac{U}{Z_{вх}} = \frac{j25}{2,5} = j10 = 10e^{j90^\circ} \text{ А}, \quad I_3 = 10 \text{ А}.$$

Зная ток I_3 , можно определить напряжение U_{ab} разветвленного участка:

$$U_{ab} = Z_{ab} I_3 = (2,5 - j2,5) j10 = (25 + j25) \text{ В} = 35,4e^{j45^\circ}, \quad U_{ab} = 35,4 \text{ В}.$$

Вектор этого напряжения отстает по фазе от вектора общего тока I_3 на угол $\varphi_{ab} = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

Токи I_1 и I_2 разветвленного участка можно найти или по известному напряжению U_{ab} :

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{Z_1} = \frac{25 + j25}{5} = (5 + j5) \text{ а} = 7,08e^{j45^\circ} \text{ А}, \\ I_2 = \frac{U_{ab}}{Z_2} = \frac{25 + j25}{-j5} = (-5 + j5) \text{ а} = 7,08e^{j135^\circ} \text{ А},$$

или пользуясь формулами разброса:

$$I_1 = I_3 \frac{Z_2}{Z + Z_2} = j10 \frac{-j5}{5-j5} = (5 + j5) \text{ A}, \quad I_1 = 7,08 \text{ A},$$

$$I_2 = I_3 \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = j10 \frac{5}{5-j5} = (-5 + j5) \text{ A}, \quad I_2 = 7,08 \text{ A}.$$

Для построения топографической диаграммы рис. 4.34, б заданной цепи необходимо определить еще напряжение неразветвленного участка:

$$U_3 = Z_3 I_3 = j2,5 \cdot j10 = -25 \text{ В}.$$

4.35. Определить токи в ветвях цепи, схема которой приведена на рис. 4.35, если напряжение $U = 100 \text{ В}$.

Ответ. $I_1 = I_2 = 10 \text{ А}$ и $I_3 = 14,2 \text{ А}$.

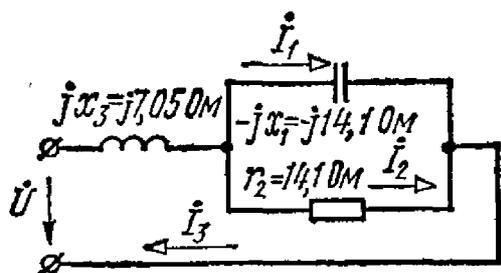


Рис. 4.35

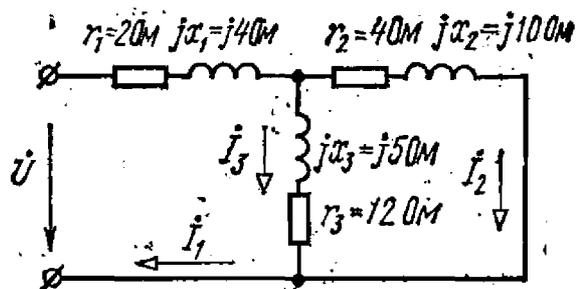


Рис. 4.36

4.36. Определить токи в ветвях цепи, схема которой приведена на рис. 4.36, если напряжение $U = 500 \text{ В}$.

Ответ. $I_1 = 48,3 \text{ А}$, $I_2 = 26,4 \text{ А}$, $I_3 = 21,8 \text{ А}$.

4.37. Определить токи и напряжения всех участков цепи схемы

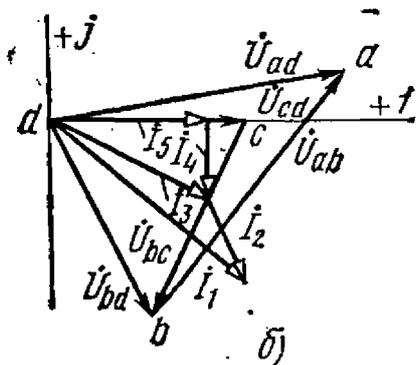
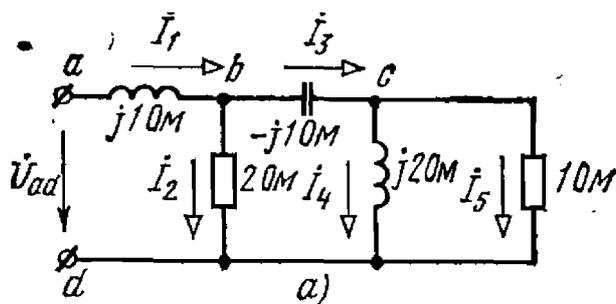


Рис. 4.37

рис. 4.37, а, пользуясь методом подобия, и построить полную топографическую диаграмму, если напряжение $U_{ad} = 120 \text{ В}$. Значения сопротивлений участков цепи указаны на схеме.

Решение. Задаемся комплексным током на пятом участке $I_5 = 1 \text{ А}$, т. е. направляем вектор тока I_5 по оси вещественных величин. Тогда напряжение

$$U_{cd} = r_5 I_5 = 1 \text{ В};$$

ток

$$I_4 = \frac{U_{cd}}{jx_4} = \frac{1}{j2} = -j0,5 \text{ А};$$

ток

$$I_3 = I_4 + I_5 = (1 - j0,5) \text{ А};$$

напряжение

$$U_{bd} = U_{cd} + (-jx_3) I = 1 + (-j1)(1 - j0,5) = (0,5 - j1) \text{ В};$$

$$I_2 = \frac{\dot{U}_{bd}}{r} = \frac{0,5 - j1}{2} = (0,25 - j0,5) \text{ A};$$

общий ток цепи

$$I_1 = I_2 + I_3 = (1,25 - j1) \text{ A};$$

напряжение на входе

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ad} &= \dot{U}_{bd} + jx_1 I_1 = 0,5 - j1 + j1(1,25 - j1) = \\ &= (1,5 + j0,25) \text{ В} = 1,52 e^{j9^\circ 28'} \text{ В}. \end{aligned}$$

Для определения действительных значений токов и напряжений все найденные значения надо увеличить в $120/1,52 = 79$ раз.

По полученным комплексным значениям токов и напряжений на рис. 4.37, б построена топографическая диаграмма.

Из диаграммы следует, что взаимное положение векторов токов и напряжений на соответствующих участках цепи полностью соответствует характеру сопротивлений этих участков. Например, вектор тока I_5 совпадает по фазе с вектором напряжения \dot{U}_{cd} , вектор тока I_4 отстает по фазе от вектора напряжения \dot{U}_{cd} на угол $\pi/2$ и т. д.

4.38. Изменятся ли действующие значения токов и напряжений в цепи схемы (см. задачу 4.37), если исходный вектор тока I_5 направить по оси мнимых величин, т. е. принять $I_5 = j1 \text{ A}$?

Ответ. Не изменятся.

4.39. Для цепи рис. 4.39, а найти комплексы токов I_1 , I_2 , I , комплекс напряжения \dot{U}_{km} между точками k и m схемы и комплекс

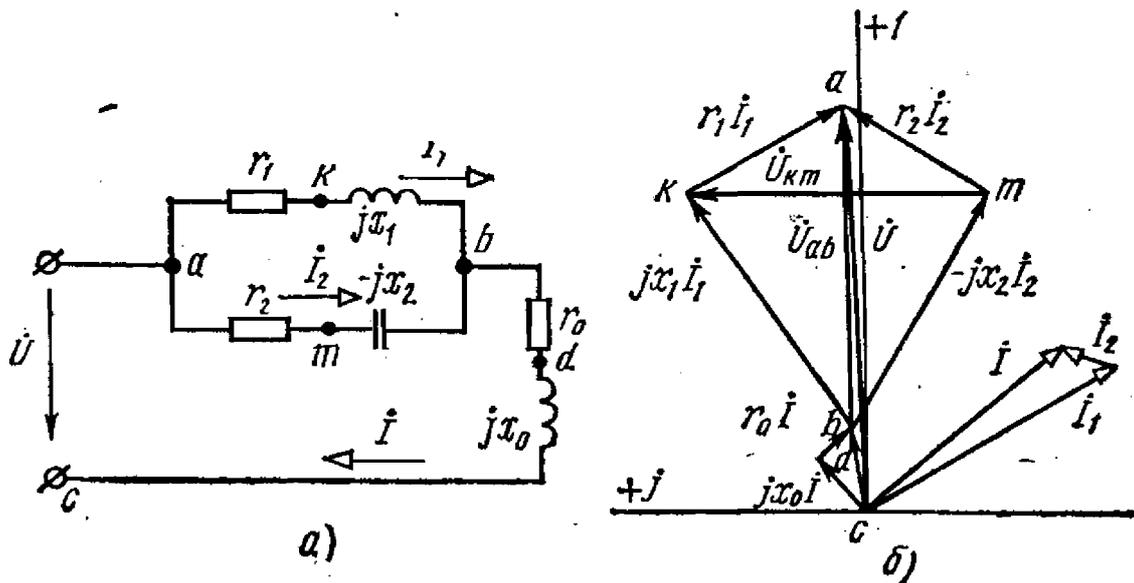


Рис. 4.39

напряжения на входе \dot{U} , если заданы: напряжение $U_{ab} = 220 \text{ В}$, сопротивления $r_1 = 6 \text{ Ом}$, $x_1 = 10 \text{ Ом}$, $r_2 = 29 \text{ Ом}$, $x_2 = 50 \text{ Ом}$, $r_0 = 1,5 \text{ Ом}$ и $x_0 = 2,6 \text{ Ом}$. Построить топографическую диаграмму.

Ответ. При $\dot{U}_{ab} = 220 \text{ В}$ $\dot{I}_1 = (9,72 - j16,2) \text{ В} = 18,9e^{-j59^\circ} \text{ А}$,
 $\dot{I}_2 = (1,9 + j3,3) \text{ А} = 3,8e^{j60^\circ} \text{ А}$, $\dot{I} = (11,6 - j13) \text{ А} = 17,35e^{-j48^\circ 15'}$ А,
 $\dot{U}_{km} = (-3,2 + j193) \text{ В} = 193e^{j90^\circ 57'}$ В, $\dot{U} = (272 + j9) \text{ В} = 272e^{j1^\circ 54'}$ В.

Топографическая диаграмма приведена на рис. 4.39, б.

4.40. Найти комплексы мощностей отдельных ветвей цепи схемы рис. 4.39, а и составить баланс мощностей.

Решение. Комплексы мощностей отдельных участков:

$$\dot{U}_{ab}\dot{I}_1^* = 220(9,72 + j16,2) = 2140 \text{ Вт} + j3560 \text{ вар},$$

$$\dot{U}_{ab}\dot{I}_2^* = 220(1,9 - j3,3) = 418 \text{ Вт} - j725 \text{ вар},$$

$$\dot{U}_{bc}\dot{I}^* = Z_0\dot{I}\dot{I}^* = Z_0I^2 = (1,5 + j2,6)17,35^2 = 451 \text{ Вт} + j783 \text{ вар},$$

где \dot{I} , \dot{I}_1 и \dot{I}_2 — сопряженные комплексные токи I , I_1 и I_2 . Комплекс мощности всей цепи

$$\bar{S} = \dot{U}\dot{I}^* = (272 + j9)(11,6 + j13) = 3038 \text{ Вт} + j3640 \text{ вар}.$$

Активная и реактивная мощности всей цепи

$$P = 3038 \text{ Вт}, \quad Q = 3640 \text{ вар}.$$

Для проверки баланса мощностей подсчитаем активные и реактивные мощности отдельных ветвей цепи:

$$P_1 = r_1 I_1^2 = 6 \cdot 357 = 2142 \text{ Вт},$$

$$P_2 = r_2 I_2^2 = 29 \cdot 14,5 = 420 \text{ Вт},$$

$$Q_1 = x_1 I_1^2 = 10 \cdot 357 = 3570 \text{ вар},$$

$$Q_2 = x_2 I_2^2 = 50 \cdot 14,5 = 725 \text{ вар},$$

$$P_0 = r_0 I^2 = 1,5 \cdot 17,35^2 = 451 \text{ Вт},$$

$$Q_0 = x_0 I^2 = 2,6 \cdot 17,35^2 = 783 \text{ вар}.$$

Активная и реактивная мощности всей цепи:

$$P = P_1 + P_2 + P_0 = 2142 + 420 + 451 = 3013 \text{ Вт},$$

$$Q = Q_1 - Q_2 + Q_0 = 3570 - 725 + 783 = 3628 \text{ вар}.$$

Сравнивая полученные результаты, видим, что они вполне удовлетворительны, так как максимальное расхождение с ранее найденными значениями не превышает 1%.

4.41. В схеме рис. 4.41 показание первого амперметра равно нулю. Определить показание второго амперметра, если напряжение

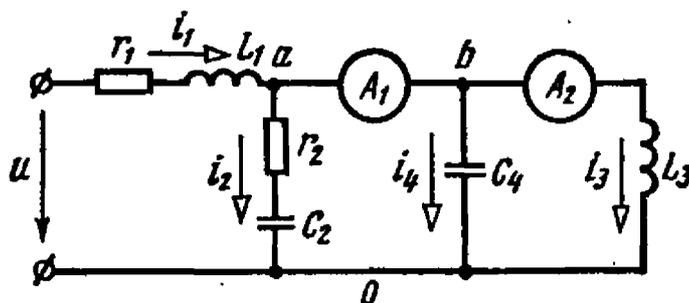


Рис. 4.41

$U = 100$ В, параметры цепи равны: $r_1 = 50$ Ом, $L_1 = 0,1$ Г, $r_2 = 50$ Ом, $C_2 = 101,5$ мкФ, $L_3 = 0,2$ Г.

Ответ. $I_3 = 0,94$ А.

4.42. Определить емкостное сопротивление x_4 цепи схемы рис. 4.42, а, при котором общий ток I будет совпадать по фазе с общим напряжением U . Вычислить токи и напряжения всех ветвей цепи для найденного значения сопротивления x_4 . Построить топо-

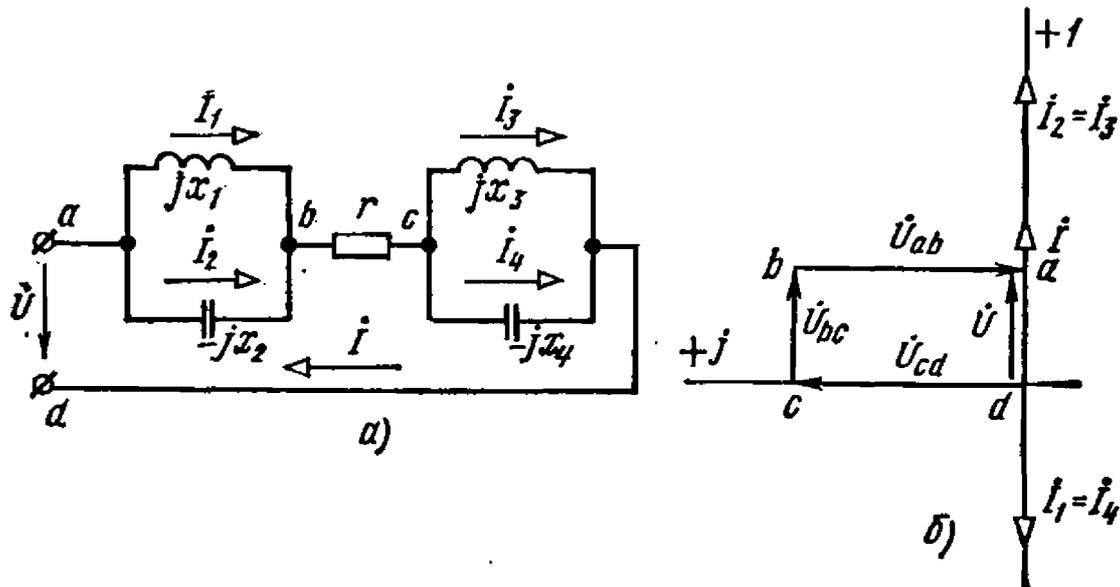


Рис. 4.42

графическую диаграмму. Сопротивление ветвей и общее напряжение цепи заданы равными: $x_1 = 20$ Ом, $x_2 = 10$ Ом, $r = 10$ Ом, $x_3 = 10$ Ом, $U = 100$ В.

Ответ. $x_4 = 20$ Ом, $I = I_1 = I_4 = 10$ А, $I_2 = I_3 = 20$ А.

Топографическая диаграмма приведена на рис. 4.42, б.

4.43. На рис. 4.43, а приведена схема электрической цепи с двумя источниками синусоидально изменяющихся э. д. с. $e_1 = e_2 = 141,2 \sin \omega t$.

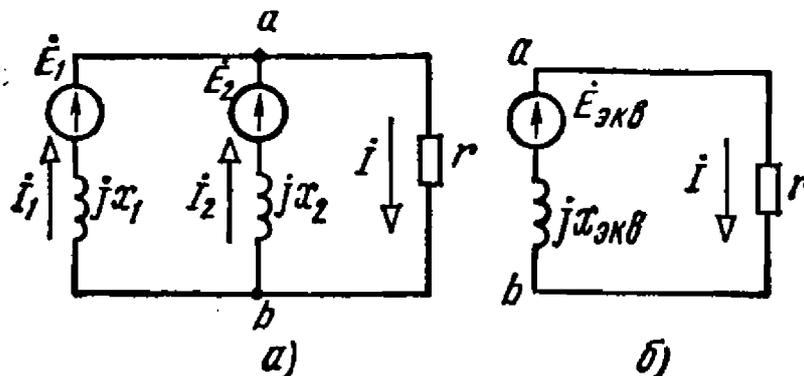


Рис. 4.43

Сопротивления ветвей с э. д. с. заданы равными: $x_1 = 5$ Ом, $x_2 = 20$ Ом, сопротивление нагрузки $r = 3$ Ом.

Определить токи в ветвях цепи, пользуясь методами: 1) узлового напряжения; 2) эквивалентного генератора.

Решение. 1. Находим узловое напряжение цепи: при $\dot{E}_1 = \dot{E}_2 = 100 \text{ В}$

$$U_{ab} = \frac{\dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y} = \frac{100 \frac{1}{j5} + 100 \frac{1}{j20}}{\frac{1}{j5} + \frac{1}{j20} + \frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{25e^{-j90^\circ}}{0,417e^{-j30^\circ 50'}} = 60e^{-j53^\circ 10'} \text{ В} = (36 - j48) \text{ В}.$$

Применяя закон Ома для ветвей цепи, получим комплексы токов:

$$i = \frac{\dot{U}_{ab}}{r} = \frac{60e^{-j53^\circ 10'}}{3} = 20e^{-j53^\circ 10'} \text{ А},$$

$$i_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}_{ab}}{jx_1} = \frac{100 - 36 + j48}{j5} = \frac{80e^{j36^\circ 50'}}{5e^{j90^\circ}} = 16e^{-j53^\circ 10'} \text{ А},$$

$$i_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}_{ab}}{jx_2} = \frac{100 - 36 + j48}{j20} = \frac{80e^{j36^\circ 50'}}{20e^{j90^\circ}} = 4e^{-j53^\circ 10'} \text{ А}.$$

2. Размыкая ветвь с сопротивлением r , находим напряжение между точками a и b при холостом ходе ($Y = 0$):

$$\dot{U}_{\text{хх}} = \dot{E}_{\text{экв}} = \frac{\dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2}{Y_1 + Y_2} = \frac{100 \left(\frac{1}{j5} + \frac{1}{j20} \right)}{\frac{1}{j5} + \frac{1}{j20}} = 100 \text{ В}.$$

При этом режиме входная проводимость цепи

$$Y_{\text{экв}} = Y_1 + Y_2 = -j \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{20} \right) = -j0,25 \text{ См},$$

а внутреннее сопротивление эквивалентного генератора

$$Z_{\text{экв}} = \frac{1}{Y_{\text{экв}}} = j \frac{1}{0,25} = j4 \text{ Ом}.$$

Из схемы с эквивалентным генератором, приведенной на рис. 4.43, б, получаем:

$$i = \frac{\dot{E}_{\text{экв}}}{r + Z_{\text{экв}}} = \frac{100}{3 + j4} = 20e^{-j53^\circ 10'} \text{ А},$$

$$\dot{U}_{ab} = r i = 3 \cdot 20e^{-j53^\circ 10'} = 60e^{-j53^\circ 10'} = (36 - j48) \text{ В},$$

$$i_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}_{ab}}{jx_1} = \frac{100 - 36 + j48}{j5} = 16e^{-j53^\circ 10'} \text{ А},$$

$$i_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}_{ab}}{jx_2} = \frac{100 - 36 + j48}{j20} = 4e^{-j53^\circ 10'} \text{ А}.$$

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА
С МАГНИТНОЙ СВЯЗЬЮ. ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

5.1. На рис. 5.1, а изображена схема замещения двух катушек с магнитной связью, а на рис. 5.1, б, в — графики изменения во времени тока i_1 в первой катушке и напряжения u_2 между разомкнутыми выводами второй катушки.

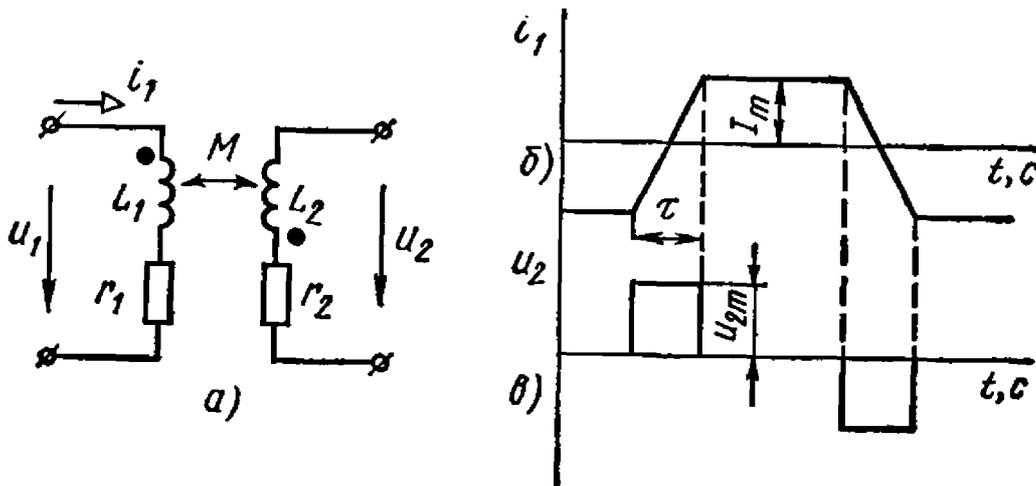


Рис. 5.1

Определить взаимную индуктивность катушек, если $I_m = 2$ А, $U_{2m} = 20$ В, $\tau = 0,03$ с.

Решение. По определению, напряжение на зажимах второй катушки

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt}.$$

При линейном изменении тока i_1 в течение времени

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{2I_1}{\tau},$$

взаимная индуктивность $M = \frac{U_2 \tau}{2I_m} = \frac{20 \cdot 0,03}{2 \cdot 2} = 15$ мГ.

5.2. Катушки с магнитной связью задачи 5.1 имеют следующие параметры: $L_1 = 0,04$ Г, $r_1 = 30$ Ом, $L_2 = 0,9$ Г, $r_2 = 60$ Ом. По какому закону изменяется напряжение между разомкнутыми выводами второй катушки, если первая включена в сеть с синусоидальным напряжением $u_1 = 100 \sin 1000t$? Построить векторную диаграмму.

Указание и ответ. Комплексная амплитуда напряжения между выводами второй катушки

$$\begin{aligned} \dot{U}_{2m} &= jM\omega \dot{I}_{1m} = \frac{jM\omega}{r_1 + jL_1\omega} \dot{U}_{1m}; \\ u_2 &= 30 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{4}{3} + 1000t \right). \end{aligned}$$

Диаграмма построена на рис. 5.2.

5.3. Для определения взаимной индуктивности двух катушек была собрана цепь по схеме рис. 5.3. В первичную ветвь этой цепи для измерения тока I_1 включен амперметр. К зажимам второй катушки подключен вольтметр, измеряющий напряжение холостого хода вторичной цепи U_{2xx} .

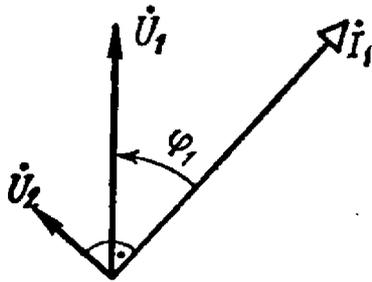


Рис. 5.2

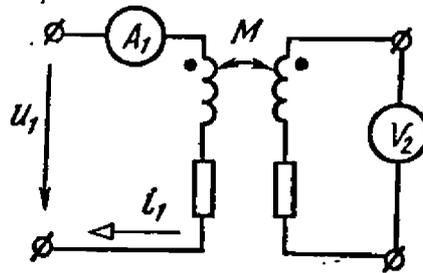


Рис. 5.3

Найти величину M , если ток $I_1 = 0,15$ А, напряжение $U_{2xx} = 1$ В, а частота источника питания $f = 100$ Гц.

Ответ. $M = 10,6$ мГ.

5.4. На рис. 5.4 показана схема цепи, состоящей из последовательного соединения двух катушек вариометра и приемника, комплексное сопротивление которого $Z_H = (30 - j30)$ Ом. Параметры катушек $r_1 = 5,0$ Ом, $L_1 = 0,03$ Г, $r_2 = 5$ Ом и $L_2 = 0,1$ Г. Максимальная взаимная индуктивность катушек вариометра $M = 0,05$ Г. Угловая частота и напряжение источника питания цепи $\omega = 1000$ 1/с и $U = 100$ В. Найти пределы изменения напряжения U_H приемника при изменении взаимного положения катушек вариометра.

Ответ. При $U = 100$ В напряжение на приемнике изменяется от $U_H = 106e^{-j45^\circ}$ до $U_H = 20,5e^{-j123^\circ 40'}$ В.

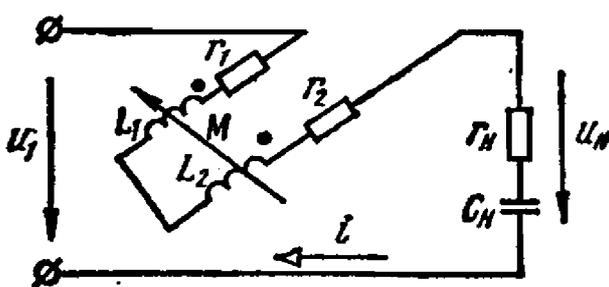


Рис. 5.4

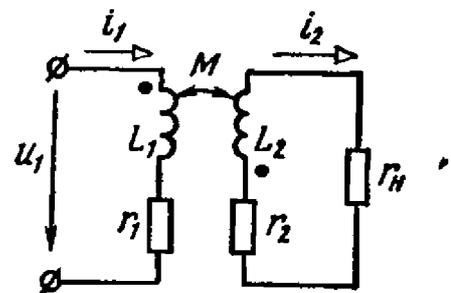


Рис. 5.5

5.5. Вариометр взаимной индуктивности типа ПИ-1Г (рис. 5.5) имеет следующие параметры катушек: $L_1 = L_2 = 16$ мГ, $r_1 = r_2 = 20$ Ом, коэффициент магнитной связи катушек $K_{св} = 0,625$.

Найти комплексное входное сопротивление вариометра, если ко вторичной катушке присоединена нагрузка с активным сопротивлением $r_H = 100$ Ом, а частота источника питания $f = 200$ Гц.

Решение. Составим уравнения контурных токов цепи:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (r_1 + jx_{1L}) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = Z_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2, \\ \dot{E}_{2M} &= -j\omega M \dot{I}_1 = (r_2 + r_H + jx_{2L}) \dot{I}_2 = Z_{22} \dot{I}_2. \end{aligned}$$

Из второго уравнения определим ток:

$$i_2 = -j \frac{\omega M}{Z_{22}} i_1$$

и подставим его в первое уравнение:

$$\dot{U}_1 = Z_1 i_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_{22}} i_1 = \left(Z_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_{22}} \right) i_1 = Z_{\text{вх}} i_1,$$

где

$$Z_{\text{вх}} = Z_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_{22}}.$$

Преобразуем выражение для комплексного входного сопротивления цепи:

$$\begin{aligned} Z_{\text{вх}} &= r_1 + jx_{1L} + \frac{\omega^2 M^2}{R_{22} + jx_{22}} = r_1 + jx_{1L} + \frac{\omega^2 M^2 (R_{22} - jx_{22})}{R_{22}^2 + x_{22}^2}, \\ Z_{\text{вх}} &= r_1 + jx_{1L} + K^2 R_{22} - jK^2 x_{22}, \\ Z_{\text{вх}} &= r_{\text{вх}} + jx_{\text{вх}}. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} R_{22} &= r_2 + r_n, \quad x_{22} = x_{2L}; \quad K^2 = \frac{\omega^2 M^2}{R_{22}^2 + x_{22}^2}, \\ r_{\text{вх}} &= r_1 + K^2 R_{22} \quad \text{и} \quad x_{\text{вх}} = x_{1L} - K^2 x_{22}. \end{aligned}$$

Из полученных соотношений следует, что входное активное сопротивление цепи состоит из активного сопротивления первичной катушки и активного сопротивления $K^2 R_{22}$, привносимого из вторичного контура. Входное реактивное сопротивление меньше реактивного сопротивления первичной катушки на величину сопротивления $K^2 x_{22}$, привносимого из вторичного контура.

Эти сопротивления равны:

$$\begin{aligned} x_{1L} &= \omega L_1 = 20,1 \text{ Ом}, \quad x_{2L} = \omega L_2 = 20,1 \text{ Ом}, \\ \omega M &= \omega K_{\text{св}} \sqrt{L_1 L_2} = \omega K_{\text{св}} L = 12,6 \text{ Ом}, \quad R_{22} = r_2 + r_n = 120 \text{ Ом}, \\ K^2 &= \frac{\omega^2 M^2}{R_{22}^2 + x_{22}^2} = \frac{12,6^2}{120^2 + 20,1^2} = 0,0107, \\ K^2 R_{22} &= 0,0107 \cdot 120 = 1,28 \text{ Ом}, \\ K^2 x_{22} &= 0,0107 \cdot 20,1 = 0,215 \text{ Ом}, \\ r_{\text{вх}} &= 20 + 1,27 = 21,3 \text{ Ом}, \\ x_{\text{вх}} &= 20,1 - 0,215 = 19,9 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

5.6. Найти токи цепи, схема которой приведена на рис. 5.5, и построить для нее векторную диаграмму, если напряжение источника питания $U_1 = 100 \text{ В}$.

Решение. Определим входное сопротивление цепи:

$$z_{\text{вх}} = \sqrt{r_{\text{вх}}^2 + x_{\text{вх}}^2} = \sqrt{21,3^2 + 19,9^2} = 29,2 \text{ Ом}$$

и первичный ток трансформатора:

$$I_1 = \frac{U_i}{z_{\text{вх}}} = \frac{100}{29,2} = 3,43 \text{ А.}$$

Вторичный ток можно найти из равенства активных мощностей в приведенном активном сопротивлении и во вторичном контуре трансформатора:

$$K^2 R_{22} I_1^2 = (r_2 + r_n) I_2^2$$

или

$$K^2 (r_2 + r_n) I_1^2 = (r_2 + r_n) I_2^2,$$

откуда

$$I_1^2 / I_2^2 = 1 / K^2, \quad I_1 / I_2 = 1 / K, \\ I_2 = K I_1 = 3,43 \cdot 0,1035 = 0,355 \text{ А.}$$

Напряжение на нагрузке

$$U_2 = r_n I_2^2 = 100 \cdot 0,355 = 35,5 \text{ В.}$$

Напряжения отдельных элементов первичной и вторичной обмоток трансформатора:

$$r_1 I_1 = 20 \cdot 3,43 = 68,6 \text{ В, } x_{1L} I_1 = 20,1 \cdot 3,43 = 69 \text{ В,} \\ r_2 I_2 = 20 \cdot 0,355 = 7,1 \text{ В, } x_{2L} I_2 = 20,1 \cdot 0,355 = 7,15 \text{ В,} \\ x_m I_1 = 12,6 \cdot 3,43 = 43,2 \text{ В, } x_m I_2 = 12,6 \cdot 0,355 = 4,46 \text{ В.}$$

Для построения векторной диаграммы рис. 5.6 выберем направление вектора напряжения \dot{U} и проведем вектор тока \dot{I}_1 , отстающий от него по фазе на угол

$$\varphi_1 = \arctg \frac{x_{\text{вх}}}{r_{\text{вх}}} = \arctg \frac{19,9}{21,3} = 43^\circ 5'.$$

От вектора тока \dot{I}_1 по фазе отстает вектор э. д. с. $\dot{E}_2 = -j x_m \dot{I}_1$ на угол $\pi/2$, а от вектора э. д. с. \dot{E}_2 — вектор тока \dot{I}_2 на угол

$$\psi_2 = \arctg \frac{x_{2L}}{r_2 + r_n} = \arctg \frac{20,1}{120} = 9^\circ 30'.$$

Зная положение вектора тока \dot{I}_2 , строим вектор напряжения \dot{U}_2 на нагрузке и векторы напряжения на сопротивлениях первичной и вторичной обмоток трансформатора.

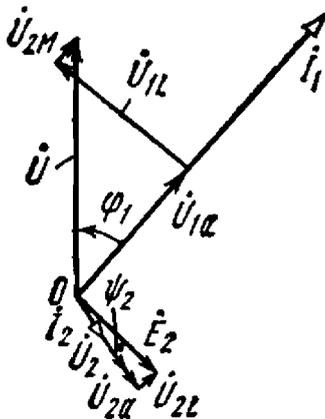


Рис. 5.6

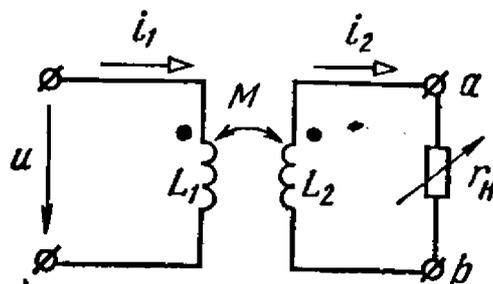


Рис. 5.7

5.7. Найти зависимость тока I_2 от сопротивления нагрузки r_n в цепи, выполненной по схеме рис. 5.7, если напряжение $U = 40$ В, сопротивления $x_1 = \omega L_1 = 16$ Ом, $x_2 = \omega L_2 = 20$ Ом и $x_M = \omega M = 12$ Ом.

Ответ. При $U = 40$ В ток $I_2 = \frac{30}{r + i11}$ А.

5.8. На рис. 5.8, а показаны две индуктивно связанные параллельные ветви, причем в одну из них включен конденсатор, сопротивление которого при заданной частоте равно $\frac{1}{\omega C_1} = \omega L_1 = 100$ Ом. Сопротивления другой катушки $r_2 = x_2 = 8$ Ом, а сопротивление взаимной индуктивности $\omega M = 8$ Ом. Напряжение сети $U = 120$ В.

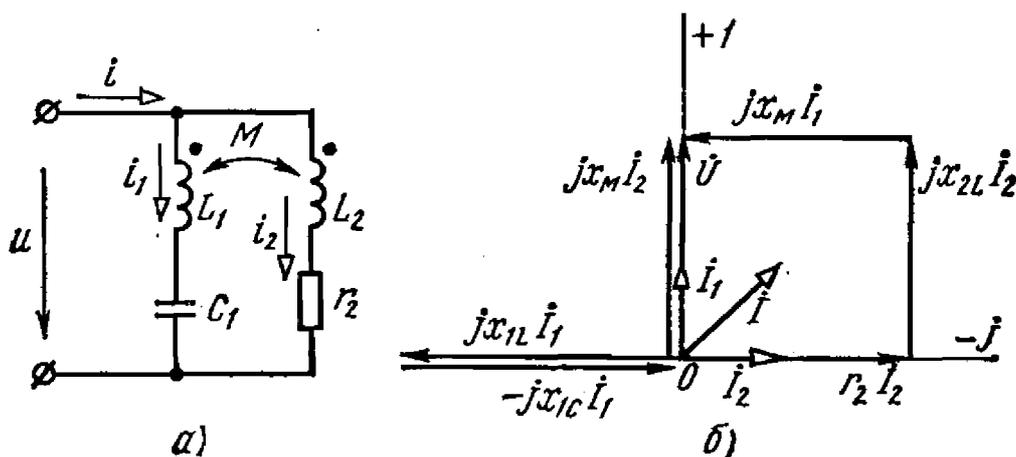


Рис. 5.8

Определить токи в ветвях. Построить полную векторную диаграмму. Составить баланс активных мощностей для этой цепи и определить активную мощность, передаваемую из одной ветви в другую.

Решение. Для определения токов в ветвях составим уравнения:

$$\dot{U} = Z_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2, \quad \dot{U} = Z_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1.$$

Из их решения имеем:

$$\dot{I}_2 = \dot{U} \frac{Z_2 - j\omega M}{Z_1 Z_2 + \omega^2 M^2}, \quad \dot{I}_1 = \dot{U} \frac{Z_1 - j\omega M}{Z_1 Z_2 + \omega^2 M^2}.$$

Направим вектор входного напряжения \dot{U} по оси вещественных величин, т. е. примем $\dot{U} = 120$ В. После подстановки числовых значений сопротивлений и напряжения \dot{U} в выражения для токов получим $\dot{I}_1 = 15$ А и $\dot{I}_2 = -j15$ А.

На рис. 5.8, б приведена векторная диаграмма, из которой видно, что вектор тока \dot{I}_1 совпадает по фазе с вектором напряжения \dot{U} , а вектор тока \dot{I}_2 отстает по фазе от вектора этого напряжения на 90° . Вектор общего тока \dot{I} определен суммированием токов ветвей:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (15 - j15) \text{ А} = 15\sqrt{2} e^{-j45^\circ} \text{ А}.$$

Активные мощности:
цепи

$$P = \operatorname{Re}(\dot{U}\dot{I}^*) = \operatorname{Re}[120 + (15 + j15)] = 1800 \text{ Вт};$$

первой и второй ветвей

$$P_1 = \operatorname{Re}(\dot{U}\dot{I}_1^*) = \operatorname{Re}(120 \cdot 15) = 1800 \text{ Вт},$$

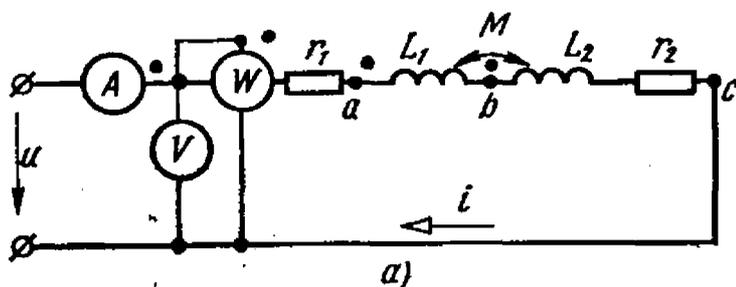
$$P_2 = \operatorname{Re}(\dot{U}\dot{I}_2^*) = \operatorname{Re}(120 \cdot j15) = 0.$$

Следовательно, электрическая энергия потребляется из сети лишь первой ветвью; вместе с тем тепловые потери имеют место только во второй ветви.

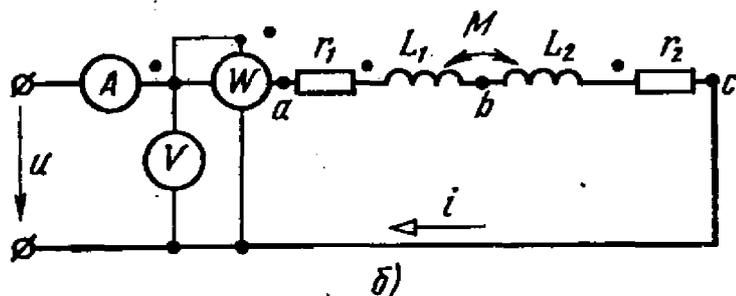
Мощности поступления энергии из сети в первую ветвь и полной передачи из нее во вторую ветвь равны между собой:

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re}[\dot{E}_{m1}\dot{I}_2^*] = \operatorname{Re}[1 - jMI_1]\dot{I}_2^* = \operatorname{Re}[(-j8 \cdot 15)j15] = \\ &= 1800 = r_2 I_2^2 = 225 \cdot 8 = 1800 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

5.9. Для определения взаимной индуктивности M катушек были проведены два опыта по схемам рис. 5.9, а, б. С помощью приборов измерены следующие величины:



величины: $U_1 = 147,5 \text{ В}$, $I_1 = 1 \text{ А}$, $P_1 = 70 \text{ Вт}$ (в схеме рис. 5.9, а) и $U_2 = 141,6 \text{ В}$, $I_2 = 2 \text{ А}$, $P_2 = 280 \text{ Вт}$ (в схеме рис. 5.9, б).



Чему равна взаимная индуктивность катушек, если частота источника питания $f = 500 \text{ Гц}$?

Ответ. Эквивалентные индуктивности цепи: при согласном включении $L'_{\text{экв}} = 41,3 \text{ мГ}$; при встречном включении $L''_{\text{экв}} = 3,18 \text{ мГ}$.

Рис. 5.9

Взаимная индуктивность

$$M = \frac{L'_{\text{экв}} - L''_{\text{экв}}}{4} = 9,53 \text{ мГ}.$$

5.10. Для цепей задачи 5.9 построить векторные диаграммы, если $L_1 = 14,95 \text{ мГ}$, $L_2 = 7,32 \text{ мГ}$ и $r_1 = 47 \text{ Ом}$, $r_2 = 23 \text{ Ом}$.

Ответ. На рис. 5.10, а приведена векторная диаграмма для согласного включения, а на рис. 5.10, б — для встречного.

5.11. На рис. 5.11, а приведена схема замещения двух катушек с магнитной связью с заданными источниками синусоидальных токов. Рассматривая обе катушки как пассивный обратимый четы-

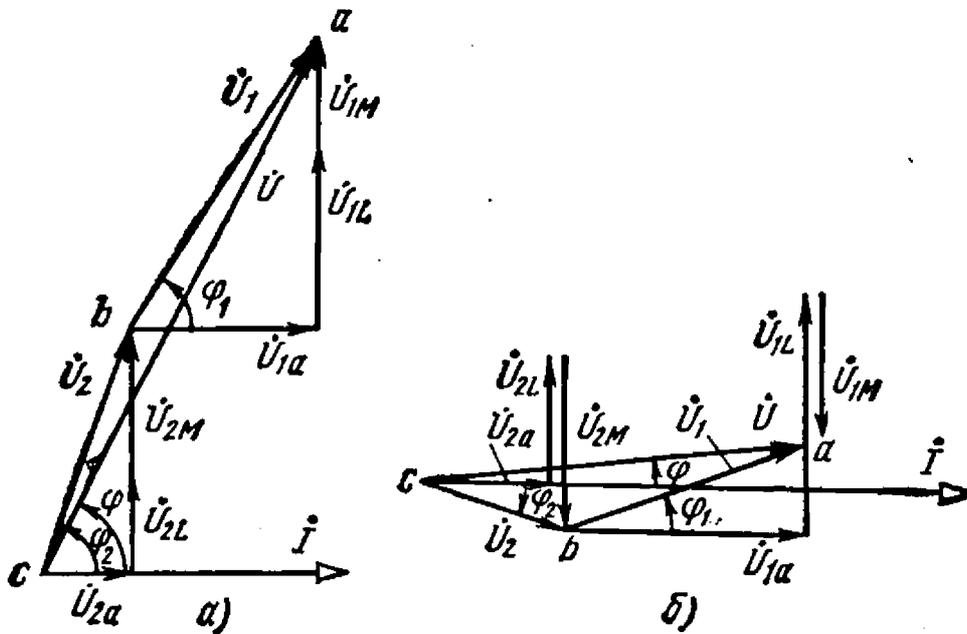


Рис. 5.10

рехполюсник, составить его эквивалентную Т-образную схему и определить комплексные сопротивления элементов этой схемы.

Решение. Считая комплексные токи \dot{I}_1 и \dot{I}_2 заданными, а комплексные напряжения \dot{U}_1 и \dot{U}_2 между входными и выходными полюсами искомыми величинами, линейные соотношения между ними можно выразить уравнениями четырехполюсника Z-типа:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2.\end{aligned}$$

Этим уравнениям соответствует двухконтурная схема с тремя ветвями (рис. 5.11, б), комплексные сопротивления которых

$$\begin{aligned}Z_0 &= Z_{12} + Z_{21}; \\ Z_1 &= Z_{11} - Z_0; \\ Z_2 &= Z_{22} - Z_0.\end{aligned}$$

Приняв сначала $\dot{I}_1 = 0$ (входные полюсы разомкнуты), а затем $\dot{I}_2 = 0$ (выходные полюсы разомкнуты), найдем:

$$\begin{aligned}Z_{12} &= \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_2} = Z_{21} = \frac{\dot{U}_{20}}{\dot{I}_1} = jM\omega; \\ Z_{22} &= \frac{\dot{U}_{20}}{\dot{I}_2} = r_2 + jL_2\omega; \\ Z_{11} &= \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_1} = r_1 + jL_1\omega.\end{aligned}$$

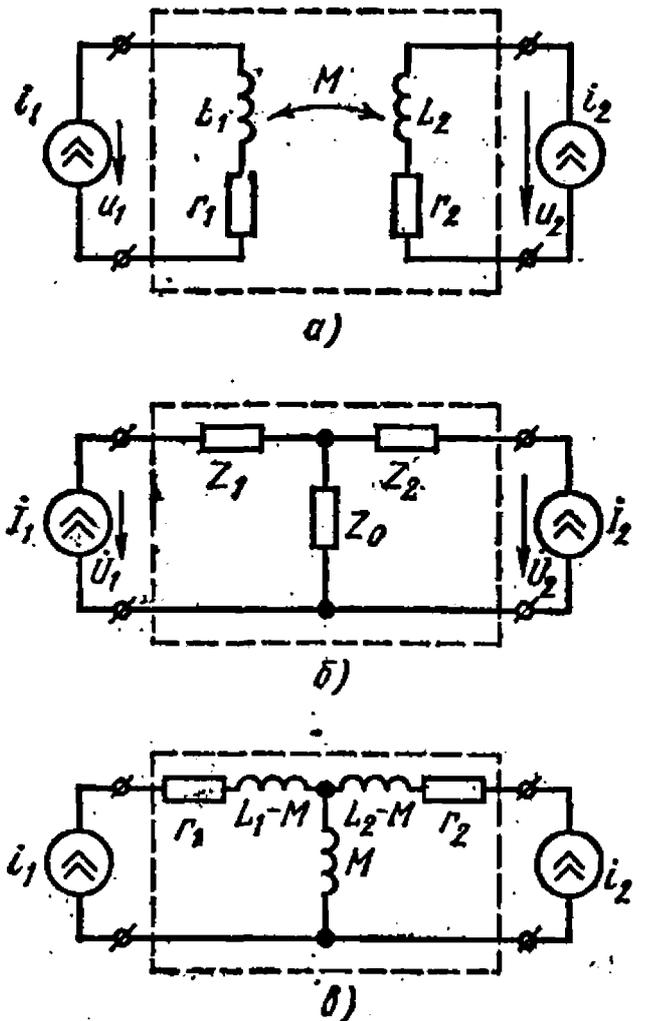


Рис. 5.11

Комплексные сопротивления ветвей Т-образной эквивалентной схемы: $Z_0 = jM\omega$; $Z_1 = r_1 + j(L_1 - M)$; $Z_2 = r_2 + j(L_2 - M)$. Эквивалентная схема катушек дана на рис. 5.11, в.

5.12. На рис. 5.12 приведена Т-образная эквивалентная схема обратимого четырехполюсника при синусоидальных напряжениях и токах. Составить уравнения, выражающие линейную зависимость напряжения \dot{U}_2 и тока \dot{I}_2 выходной ветви при указанных на схеме положительных направлениях токов и напряжений. Комплексные

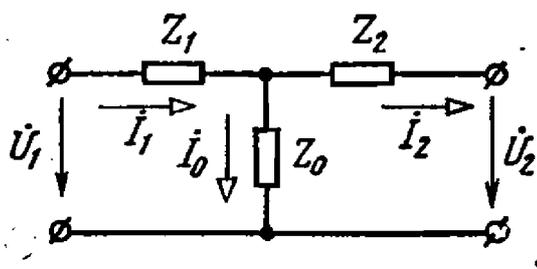


Рис. 5.12

сопротивления элементов эквивалентной схемы $Z_1 = Z_2 = (0,6 + j0,8)$ Ом и $Z_0 = (120 + j160)$ Ом.

Решение. Требуемую зависимость выражают уравнения

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2; \quad \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2.$$

Комплексные коэффициенты A , B , C и D могут быть определены на основе анализа состояния заданной эквивалентной схемы при разомкнутых и замкнутых накоротко выходных полюсах и соответствующих этим состояниям уравнениям четырехполюсника.

При $\dot{I}_2 = 0$ (выходные полюсы эквивалентной схемы замещения разомкнуты)

$$A = \frac{\dot{U}_1'}{\dot{U}_2} = \frac{Z_0 + Z_1}{Z_0} = \frac{120 + j160 + 0,6 + j0,8}{120 + j160} = 1,005;$$

$$C = \frac{\dot{I}_1'}{\dot{U}_2} = \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{120 + j160} = (0,003 - j0,004) \text{ См.}$$

При $\dot{U}_2 = 0$ (выходные полюсы эквивалентной схемы замкнуты накоротко)

$$B = \frac{\dot{U}_1''}{\dot{I}_2} = \frac{Z_0}{Z_0 Z_1 + Z_0 Z_2 + Z_1 Z_2} = (1,203 + j1,604) \text{ Ом,}$$

$$D = \frac{\dot{I}_1''}{\dot{I}_2} = \frac{Z_0 + Z_2}{Z_0} = 1 + \frac{Z_2}{Z_0} = 1 + \frac{0,6 + j0,8}{120 + j160} = 1,005.$$

Подставляя комплексные коэффициенты A , B , C и D в уравнения четырехполюсника, получим

$$\dot{U}_1 = 1,005\dot{U}_2 + (1,203 + j1,604)\dot{I}_2;$$

$$\dot{I}_1 = (0,003 - j0,004)\dot{U}_2 + 1,005\dot{I}_2.$$

5.13. Ко вторичным зажимам Т-образного четырехполюсника задачи 5.12 подключен приемник, мощность которого $P_2 = 1$ кВт и напряжение $U_2 = 100$ В, $\cos \varphi = 1$. Найти напряжение \dot{U}_1 и ток \dot{I}_1 четырехполюсника.

Решение. Комплексные напряжения и ток нагрузки $\dot{U}_2 = 100 \text{ В}$, $\dot{I}_2 = 10 \text{ А}$;

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= 1,005 \cdot 100 + (1,203 + j1,604) \cdot 10 = (112,5 + j16,04) \text{ В} = \\ &= 114e^{j8^\circ 5'} \text{ В}, \quad \dot{I}_1 = (0,003 - j0,004) \cdot 10 + 1,005 \cdot 10 = \\ &= (10,35 - j0,4) \text{ А} = 10,35e^{-j2^\circ 13'} \text{ А}. \end{aligned}$$

5.14. Для четырехполюсника, эквивалентная схема которого приведена на рис. 5.14, а, составить уравнения, выражающие зависимость комплексных величин напряжения \dot{U}_1 входной ветви и тока \dot{I}_2 выходной ветви от комплексных величин тока входной ветви \dot{I}_1 и напряжения \dot{U}_2 выходной ветви. Изобразить эквивалентную схему с зависимыми источниками тока напряжения $Z_1 = (4 + j3) \text{ Ом}$; $Z_0 = 12 \text{ Ом}$; $Z_2 = 6 \text{ Ом}$.

Решение. Искомую зависимость выражают уравнения четырехполюсника Н-типа:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 &= H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2. \end{aligned}$$

Коэффициенты H_{11} , H_{12} , H_{21} и H_{22} можно определить на основе рассмотрения исходной схемы сначала при разомкнутых первичных полюсах, а затем при короткозамкнутых вторичных с одновременным анализом уравнений Н-типа, соответствующих этим состояниям.

При $\dot{I}_1 = 0$

$$\begin{aligned} H_{12} &= \frac{\dot{U}'_1}{\dot{U}_2} = \frac{Z_0}{Z_0 + Z_2} = \frac{2}{3}, \\ H_{22} &= \frac{\dot{I}'_2}{\dot{U}_2} = \frac{1}{Z_0 + Z_2} = \frac{1}{18} \text{ См}. \end{aligned}$$

При $\dot{U}_2 = 0$

$$\begin{aligned} H_{11} &= \frac{\dot{U}''_1}{\dot{I}_1} = Z_1 + \frac{Z_0 Z_2}{Z_0 + Z_2} = (8 + j3) \text{ Ом}; \\ H_{21} &= \frac{\dot{I}''_2}{\dot{I}_1} = -\frac{Z_2}{Z_0 + Z_2} = -\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Учитывая найденные коэффициенты, систему уравнений Н-типа можно записать в таком виде:

$$\dot{U}_1 = (8 + j3) \dot{I}_1 + \frac{2}{3} \dot{U}_2; \quad \dot{I}_2 = -\frac{2}{3} \dot{I}_1 + \frac{1}{18} \dot{U}_2.$$

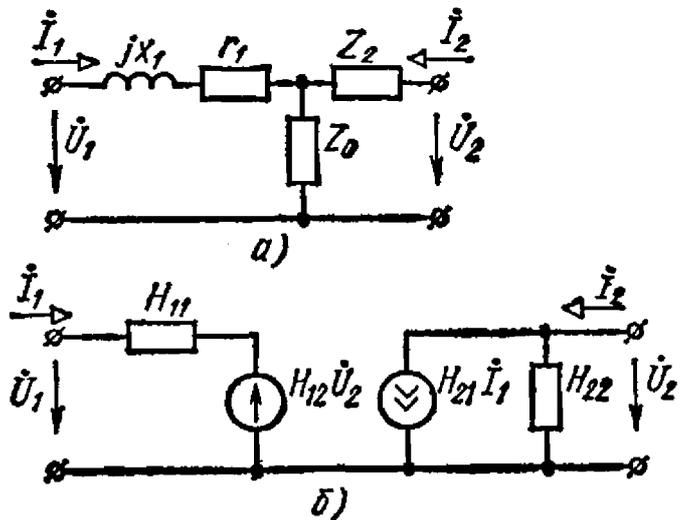


Рис. 5.14

Первое уравнение дает основание рассматривать напряжение между входными полюсами как сумму двух частичных напряжений: падения напряжения созданного заданным током \dot{I}_1 на пассивном элементе с сопротивлением $H_{11} = (8 + j3)$ Ом и напряжением между полюсами идеального источника э. д. с., численное значение которой пропорционально заданному выходному напряжению $\dot{U}_1^* = \frac{2}{3} \dot{U}_2$. В соответствии со вторым уравнением ток во вторичной цепи можно считать суммой двух частичных токов: тока, созданного заданным вторичным напряжением \dot{U}_2 в пассивном элементе с проводимостью $H_{22} = \frac{1}{18}$ См, и тока идеального источника тока с численным значением $\dot{I}_2^* = -\frac{2}{3} \dot{I}_1$, пропорциональным заданному току первичной цепи.

Указанным трактовкам уравнений четырехполюсника Н-типа соответствует две эквивалентные схемы с активными элементами, изображенными на рис. 5.14, б.

5.15. Определить постоянные A , B , C и D Г-образного четырехполюсника (рис. 5.15), если $Z_2 = 1 + j1$ Ом и $Y_0 = 0,002 + j0,002$ См.

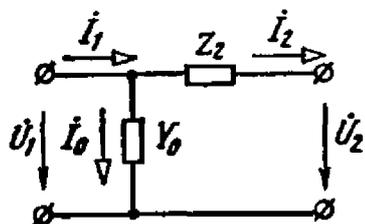


Рис. 5.15

Ответ. $A = 1$, $B = Z_2 = 1 + j1$ Ом, $C = Y_0 = 0,002 + j0,002$ См; $D = 1 + Z_2 Y_0 = 1 + j0,004$.

5.16. Ко вторичным зажимам Г-образного четырехполюсника (рис. 5.15) подключен приемник, активная мощность которого $P_2 = 5$ кВт, напряжение $U_2 = 220$ В и $\cos \varphi_2 = 0,8$ ($\varphi_2 > 0$).

Найти напряжение U_1 , ток I_1 и $\cos \varphi_1$ четырехполюсника.

Ответ. $U_1 = 260$ В, $I_1 = 28,5$ А, $\cos \varphi_1 = 0,803$.

Глава 6

ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

6.1. Записать выражения для мгновенных линейных напряжений генератора, осциллограммы которых приведены на рис. 6.1.

Ответ.

$$\begin{aligned} u_{AB} &= 311 \sin(\omega t + \pi/6), \\ u_{BC} &= 311 \sin(\omega t - \pi/2), \\ u_{CA} &= 311 \sin(\omega t + 5\pi/6). \end{aligned}$$

6.2. Для генератора задачи 6.1 построить топографическую диаграмму фазных и линейных напряжений, записать их комплексные значения.

Ответ. $U_\phi = U_n / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127$ В.

Топографическая диаграмма напряжений дана на рис. 6.2. Комплексные напряжения:

фазные

$$\dot{U}_A = 127 \text{ В},$$

$$\dot{U}_B = 127 e^{-j120^\circ} = -63,5 - j110 \text{ В},$$

$$\dot{U}_C = 127 e^{j120^\circ} = -63,5 + j110 \text{ В};$$

линейные

$$\dot{U}_{AB} = 220 e^{j30^\circ} = 190 + j110 \text{ В},$$

$$\dot{U}_{BC} = 220 e^{-j90^\circ} = -j220 \text{ В},$$

$$\dot{U}_{CA} = 220 e^{j150^\circ} = -190 + j110.$$

6.3. При разметке зажимов вторичной обмотки трехфазного трансформатора зажимы одной из ее фаз были произвольно обоз-

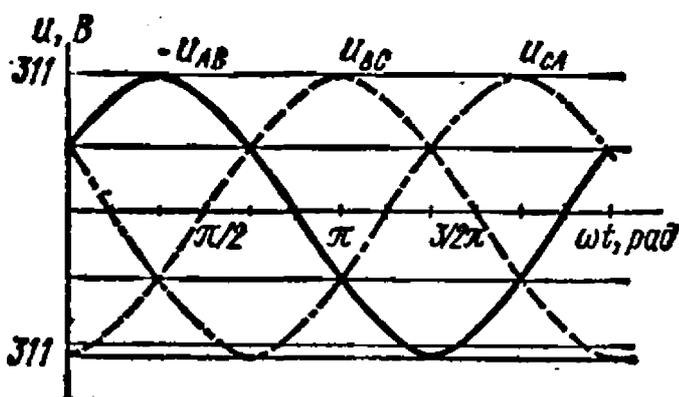


Рис. 6.1

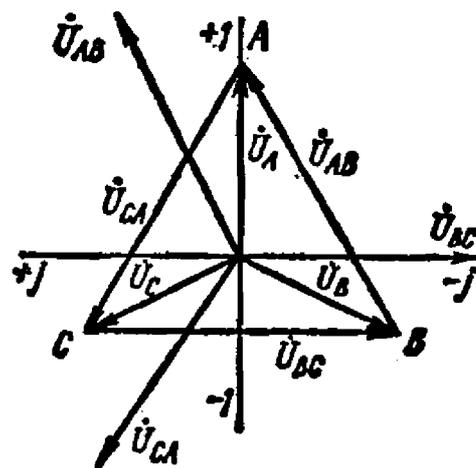


Рис. 6.2

начены a и x . Один из зажимов второй фазы соединен с зажимом x , к свободным зажимам подключен вольтметр. Начертить схемы условных изображений и схемы замещения этих соединений. Определить показание вольтметра, если фазное напряжение трансформатора $U_\phi = 100 \text{ В}$.

Решение. Возможны два случая: 1) объединены одноименные зажимы фаз. На рис. 6.3, $a, б$ представлены электрическая схема соединения и его схема замещения; напряжение \dot{U}_{ab} определяется в соответствии с уравнениями

$$\dot{U}_a - \dot{U}_b - \dot{U}_{ab} = 0, \quad \dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b$$

или по топографической диаграмме напряжений (рис. 6.3, $в$); показание вольтметра равно линейному напряжению: $U_V = U_{ab} = U_x = 173 \text{ В}$; 2) объединены разноименные зажимы фаз (рис. 6.3, $г, д$): в этом случае напряжение между свободными зажимами определяется уравнениями

$$\dot{U}_a + \dot{U}_b - \dot{U}_{ay} = 0, \quad \dot{U}_{ay} = \dot{U}_a + \dot{U}_b,$$

а также по векторной (рис. 6.3, $е$) или по топографической (рис. 6.3, $ж$) диаграммам напряжений.

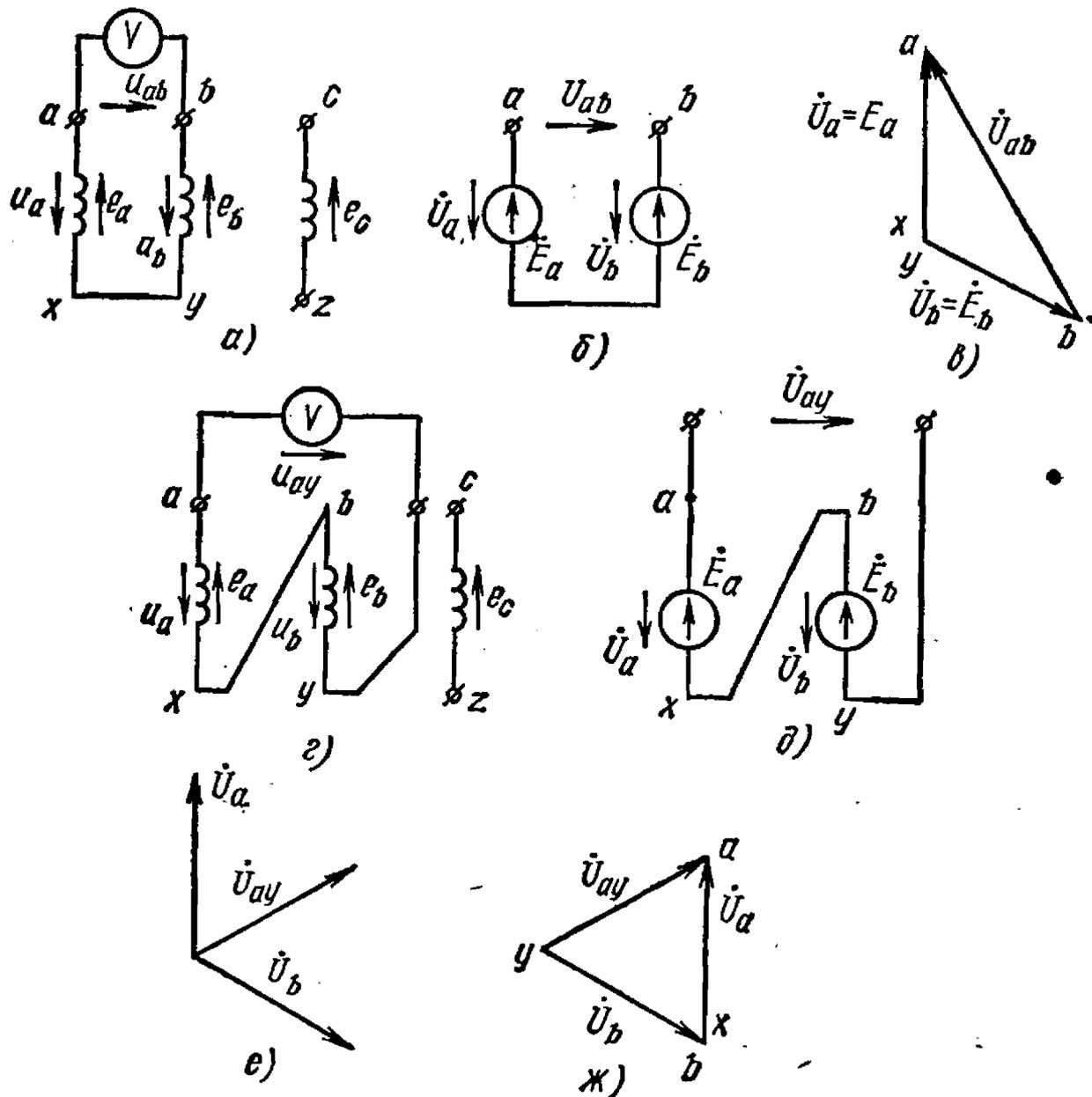


Рис. 6.3

Вольтметр покажет фазное напряжение $U_V = U_{ay} = U_\phi = 100$ В.

6.4. При соединении вторичных обмоток трансформатора в звезду — одна из его фаз была соединена неправильно (рис. 6.4, а).

Определить линейные напряжения трансформатора, если его фазные напряжения $U_\phi = 127$ В.

Решение. Линейные напряжения U_{ay} , U_{yc} и U_{ca} определяются из уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа для схемы (рис. 6.4, б) замещения соединения вторичных обмоток транс-

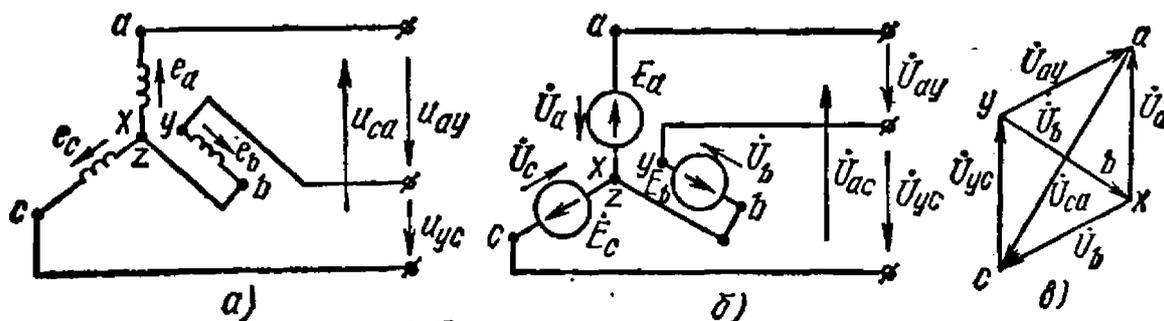


Рис. 6.4

форматора, или по топографической диаграмме напряжений (рис. 6.4, в):

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ay} &= \dot{U}_a + \dot{U}_b, & U_{ay} &= U_\phi = 127 \text{ В}, \\ \dot{U}_{yc} &= -\dot{U}_b - \dot{U}_c, & U_{yc} &= U_\phi = 127 \text{ В}, \\ \dot{U}_{ca} &= \dot{U}_c - \dot{U}_a, & U_{ca} &= U_\pi = 220 \text{ В}.\end{aligned}$$

6.5. Для определения последовательности фаз симметричной трехфазной системы с напряжением 220 В использовали фазоуказатель (рис. 6.5, а), состоящий из двух одинаковых ламп и конденсатора. Сопротивления ламп и конденсатора подобраны равными.

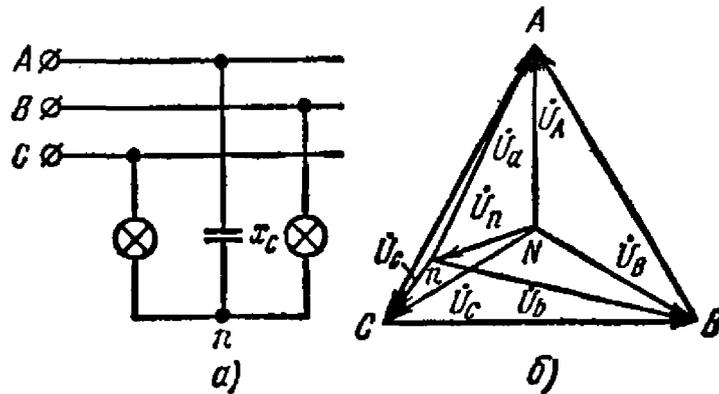


Рис. 6.5

Определить напряжение на зажимах ламп. Построить топографическую диаграмму.

Решение. Фазоуказатель представляет собой несимметричный трехфазный приемник, соединенный звездой. Смещение нейтрали фазоуказателя определяют по формуле

$$\dot{U}_n = \frac{\dot{U}_A Y_a + \dot{U}_B Y_b + \dot{U}_C Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}.$$

Примем $\dot{U}_A = U = 127 \text{ В}$.

Тогда напряжения других фаз генератора равны:

$$\dot{U}_B = a^2 \dot{U}_A = U e^{-j120^\circ} = U (-0,5 - j0,865),$$

$$\dot{U}_C = a \dot{U}_A = U e^{j120^\circ} = U (-0,5 + j0,865).$$

Комплексные проводимости фаз

$$Y_a = \frac{1}{-jx_c}, \quad Y_b = Y_c = \frac{1}{r};$$

тогда

$$U_n = U \frac{j-1}{j+2} = U (-0,2 + j0,6) = 0,632 U e^{j108^\circ 25'}.$$

На рис. 6.5, б построена топографическая диаграмма фазоуказателя, согласно которой фазные напряжения приемника равны:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_n = (1,2 - j0,6) U = 1,345 U e^{-j26^\circ 30'};$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_n = (-0,3 - j1,465) U = 1,495 U e^{-j101^\circ 35'};$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_n = (-0,3 + j0,265) U = 0,4 U e^{j138^\circ 30'}.$$

Напряжения на зажимах ламп:

$$U_b = 1,495U \approx 1,5U = 1,5 \cdot 127 = 190 \text{ В},$$

$$U_c = 0,4U = 0,4 \cdot 127 \approx 51 \text{ В}.$$

Следовательно, лампа фазы *b* будет гореть ярче лампы фазы *c*, на чем и основано использование фазоуказателя.

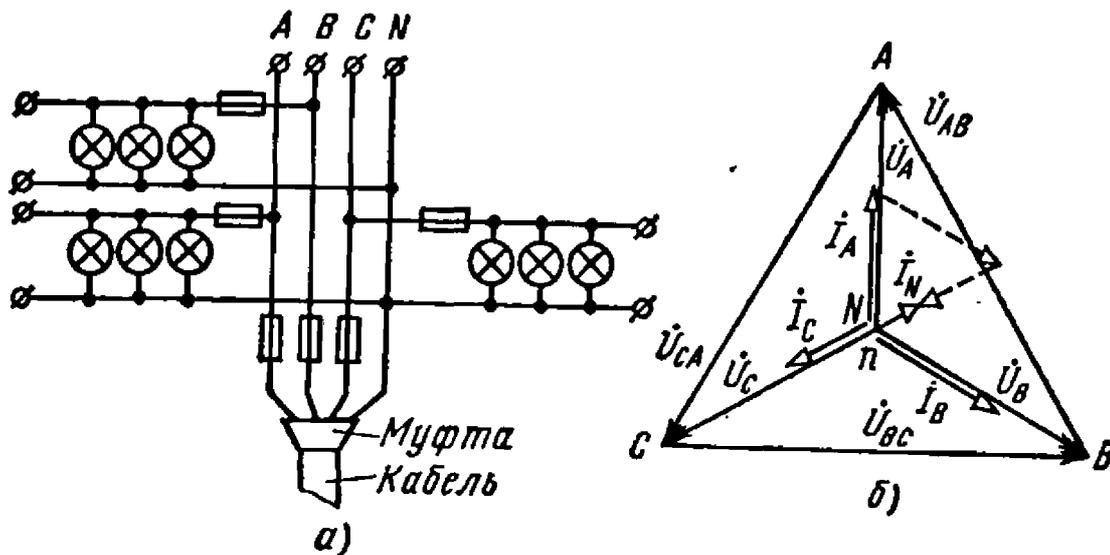


Рис. 6.6

6.6. На рис. 6.6, *a* изображена схема четырехпроводной осветительной сети жилого дома. В фазы *A* и *B* включены по 25 ламп, а в фазу *C*—15 ламп. Номинальная мощность каждой лампы $P_n = 60$ Вт, номинальное напряжение $U_n = 127$ В.

Определить токи в линейных и нейтральном проводах. Построить векторную диаграмму.

Решение. Мощность каждой из фаз $P_A = P_B = 60 \cdot 25 = 1500$ Вт, $P_C = 60 \cdot 15 = 900$ Вт.

Линейные токи $I_A = I_B = P_A / U_\phi = 11,8$ А, $I_C = P_C / U_\phi = 7,1$ А.

Если принять направление комплексной оси $+1$ совпадающим с фазным напряжением \dot{U}_A (рис. 6.6, *b*), то комплексы линейных токов будут следующие: $\dot{I}_A = 11,8$; $\dot{I}_B = 11,8e^{-j120^\circ}$; $\dot{I}_C = 7,1e^{j120^\circ}$.

Ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 4,7e^{-j60^\circ}.$$

6.7. Как изменится нагрузка «здоровых» фаз и ток нейтрального провода, если в фазе *A* перегорит предохранитель (см. задачу 6.6 и рис. 6.6, *a*).

Ответ. Токи в фазах *B* и *C* не изменятся, ток в нейтральном проводе будет $\dot{I}_N = 10,3e^{-j156^\circ 40'}$.

6.8. К трехфазному трансформатору с фазным напряжением $U_\phi = 127$ В подключены три группы ламп, соединенные по схеме рис. 6.8. Номинальное напряжение и мощность каждой лампы $U_n = 127$ В, $P_n = 200$ Вт.

Определить токи и напряжения ламп при номинальном режиме и обрыве нейтрального провода.

Ответ. При номинальном режиме

$$I_A = 53,5 \text{ А}, \quad I_B = 70,9 \text{ А}, \quad I_C = 88,2 \text{ А}, \\ U_a = U_b = U_c = 127 \text{ В}.$$

При обрыве нейтрального провода

$$I_A = 60 \text{ А}, \quad I_B = 71,5 \text{ А}, \quad I_C = 77,8 \text{ А}, \quad U_a = 143 \text{ В}, \\ U_b = 128 \text{ В}, \quad U_c = 112 \text{ В}, \quad U_{nN} = 18 \text{ В}.$$

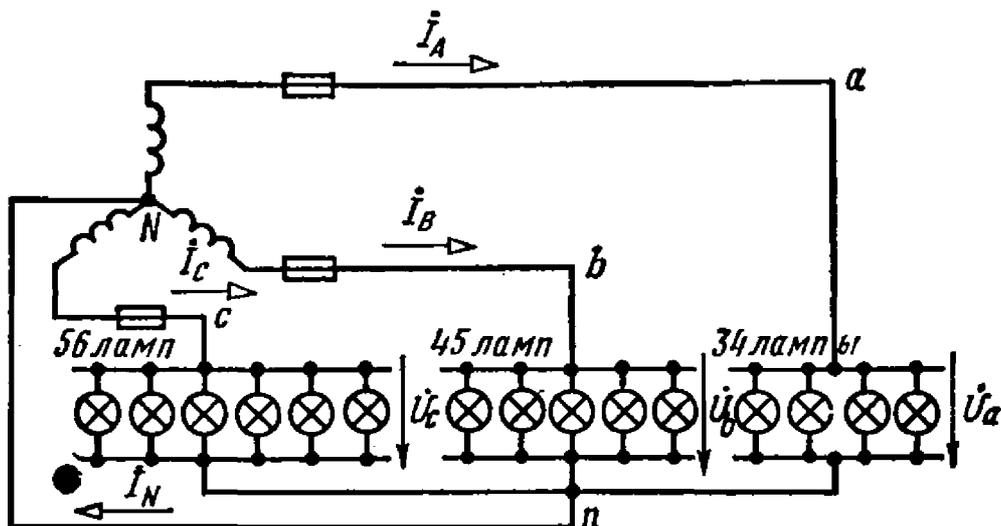


Рис. 6.8

6.9. Три группы 100-ваттных ламп с номинальными напряжениями 220 В распределены так, что первая группа (30 ламп) подключена на линейное напряжение U_{ab} , вторая (15 ламп) — на напряжение U_{bc} , третья (10 ламп) — на напряжение U_{ca} . Напряжение сети 220 В.

Определить напряжения на лампах, фазные и линейные токи при номинальном режиме и при перегорании предохранителя линейного провода А.

Построить векторные диаграммы для указанных режимов.

Ответ. При номинальном режиме

$$I_{ab} = 13,6 \text{ А}, \quad I_{bc} = 6,82 \text{ А}, \quad I_{ca} = 4,55 \text{ А}, \\ I_A = 16,4 \text{ А}, \quad I_B = 17,9 \text{ А}, \quad I_C = 9,9 \text{ А}.$$

Напряжения на всех лампах одинаково и равно 220 В.

При перегорании предохранителя

$$I_{ab} = I_{ca} = 3,41 \text{ А}, \quad I_{bc} = 6,82 \text{ А}, \quad I_B = I_C = 10,23 \text{ А}, \\ U_{ab} = 55 \text{ В}, \quad U_{bc} = 220 \text{ В}, \quad U_{ca} = 165 \text{ В}.$$

6.10. К зажимам четырехпроводной сети с фазным напряжением 127 В подключен несимметричный приемник (рис. 6.10, а), сопротивления фаз приемника $r_a = x_b = x_c = 25,4 \text{ Ом}$.

Определить фазные токи приемника и ток в нейтральном проводе. Построить векторную диаграмму.

Ответ. $I_N = 3,65 \text{ А}$, $I_\phi = 5 \text{ А}$.

Векторная диаграмма приведена на рис. 6.10, б.

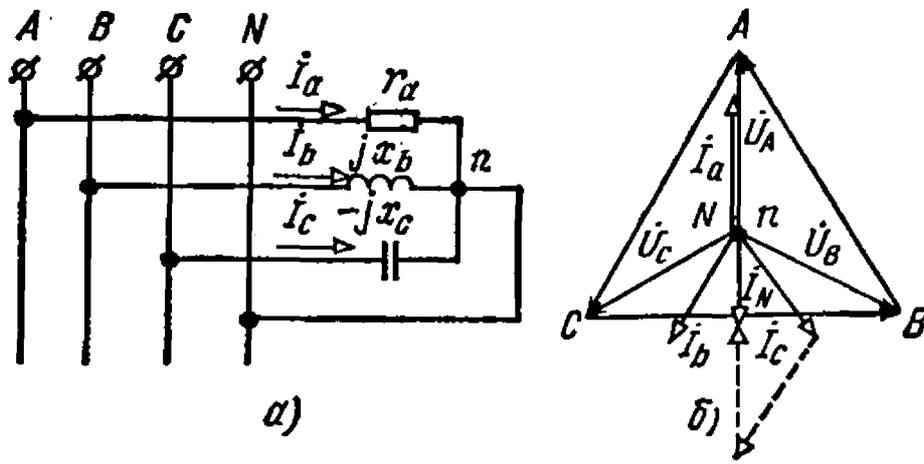


Рис. 6.10

6.11. Как изменятся ток в нейтральном проводе и векторная диаграмма, если в схеме предыдущей задачи поменять местами x_b и x_c ?

Указание и ответ. Рекомендуется построить векторную диаграмму и по ней определить величину и направление тока I_N . Ток в нейтральном проводе возрастет до 13,65 А и изменит фазу на 180° .

6.12. Несимметричный трехфазный приемник включен в четырехпроводную цепь с фазным напряжением генератора 127 В (см. рис. 6.10, а). При номинальном режиме фазные токи приемника соответственно равны: $I_a = I_b = I_c = 5$ А.

Определить фазные токи и напряжения приемника при обрыве нейтрального провода. Построить векторную диаграмму.

Указание и ответ. При обрыве нейтрального провода смещение нейтрали приемника будет равно $\dot{U}_n = -93$ В (рис. 6.12). Фазные напряжения приемника $U_a = 220$ В, $U_b = U_c = 114$ В. Фазные токи приемника $I_a = 8,65$ А, $I_b = I_c = 4,49$ А.

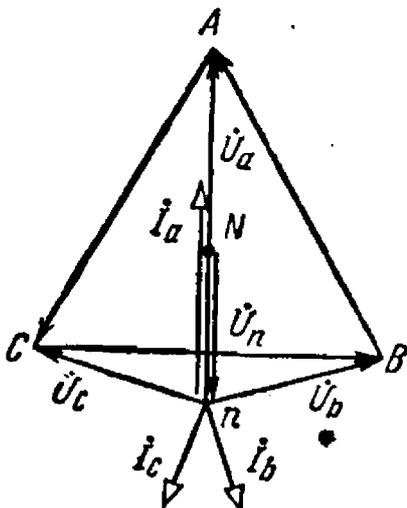


Рис. 6.12

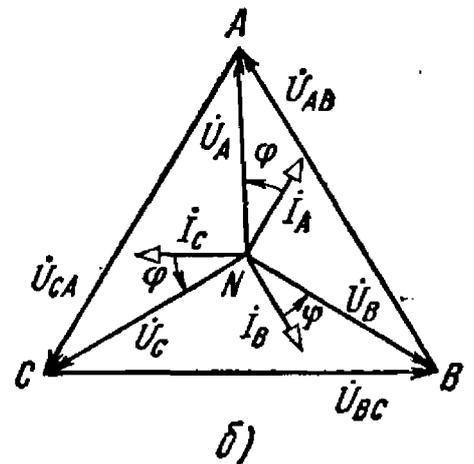
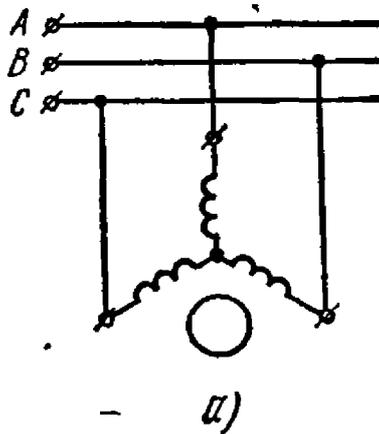


Рис. 6.13

6.13. Определить ток в проводах линии, к которой подключен трехфазный двигатель (рис. 6.13, а) с номинальной мощностью $P_n = 10$ кВт, если коэффициент мощности $\cos \varphi = 0,87$, к. п. д. $\eta = 82\%$, а линейное напряжение сети $U = 220$ В. Определить сопро-

тивление фаз обмотки статора двигателя. На какое напряжение можно включить двигатель при соединении фаз обмотки статора треугольником и неизменной мощности двигателя? Построить векторную диаграмму.

Решение. Потребляемая двигателем мощность

$$P = P_n / \eta = 10 / 0,82 \approx 12,2 \text{ кВт.}$$

Ток в подводящих проводах

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U \cos \varphi} = \frac{12\,200}{1,73 \cdot 220 \cdot 0,87} = 37 \text{ А.}$$

Мощность одной фазы

$$P_\phi = P / 3 = 4,07 \text{ кВт.}$$

Сопротивление фазы обмотки двигателя

$$r = P_\phi / I^2 = 4070 / 37^2 \approx 3 \text{ Ом,}$$

$$z = U_\phi / I = 127 / 37 = 3,43 \text{ Ом, } x = z \sin \varphi = 1,69 \text{ Ом.}$$

При соединении фаз обмотки статора треугольником двигатель может быть включен в сеть с напряжением 127 В, так как при этом его фазное напряжение будет таким же, как и при включении звездой с линейным напряжением 220 В. Векторная диаграмма приведена на рис. 6.13, б.

6.14. Трехфазный двигатель мощностью 7 кВт, 127/220 В работает с коэффициентом мощности $\cos \varphi = 0,87$.

Указание. При напряжении сети 127 В фазы обмотки двигателя соединены треугольником, при напряжении 220 В — звездой.

Найти ток в проводах, с помощью которых двигатель присоединен к сети, если его к. п. д. равен 87%. Определить сопротивления фаз обмотки двигателя. Построить векторную диаграмму.

Ответ. При соединении звездой $I = 24,3 \text{ А}$; при соединении треугольником $I = 42 \text{ А}$, $r = 4,55 \text{ Ом}$, $x = 2,57 \text{ Ом}$.

6.15. К трехпроводной сети подключен приемник, соединенный звездой, активная мощность которого $P = 2900 \text{ Вт}$, напряжение $U_n = 220 \text{ В}$ и $\cos \varphi_2 = 0,6$.

Каждый провод линии, соединяющий генератор и приемник, имеет активное сопротивление $r_d = 0,6 \text{ Ом}$ и индуктивное сопротивление $x_d = 1 \text{ Ом}$.

Найти напряжение на зажимах генератора, а также его активную и реактивную мощности. Определить падение и потерю напряжения в линии. Построить векторную топографическую диаграмму.

Решение. Предположим, что генератор соединен звездой (рис. 6.15, а). При симметричной нагрузке напряжение между нейтральными генератора и приемника равно нулю, поэтому каждую фазу схемы можно рассматривать независимо от других фаз и весь расчет проводить только для одной фазы, например для фазы А.

Фазный ток приемника равен линейному току:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U_n \cos \varphi_2} = \frac{2900}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,6} = 12,7 \text{ А.}$$

Фазное напряжение приемника

$$U_{\phi} = U_{\text{л}} / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ В.}$$

Сопротивления фаз приемника:

$$z_{\text{п}} = U_{\phi} / I = 127 / 12,7 = 10 \text{ Ом,}$$

$$r = z_{\text{п}} \cos \varphi_2 = 10 \cdot 0,6 = 6 \text{ Ом,}$$

$$x_L = z_{\text{п}} \sin \varphi_2 = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ Ом.}$$

Сопротивление фазы (с учетом сопротивления линии)

$$z = \sqrt{(r_{\text{л}} + r)^2 + (x_{\text{л}} + x_L)^2} = \sqrt{(0,6 + 6)^2 + (1 + 8)^2} = 11,15 \text{ Ом.}$$

Фазное и линейное напряжения генератора:

$$U_A = zI = 11,15 \cdot 12,7 = 141,5 \text{ В, } U = \sqrt{3}U_A = 245 \text{ В.}$$

Падение напряжения в проводе линии

$$U_{\text{пр}} = z_{\text{л}}I = \sqrt{r_{\text{л}}^2 + x_{\text{л}}^2}I = \sqrt{0,6^2 + 1^2} \cdot 12,7 = 14,8 \text{ В,}$$

т. е. оно составляет $14,8 / 141,5 \cdot 100\% = 10,5\%$ от фазного напряжения генератора.

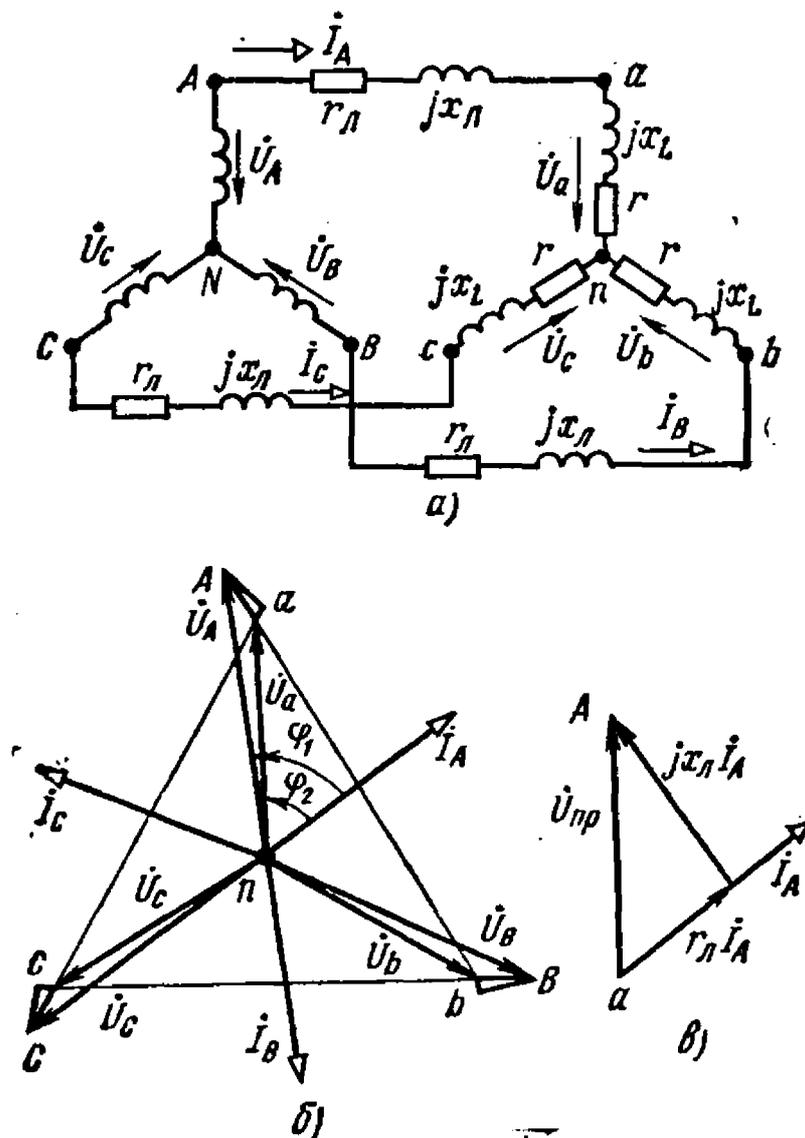


Рис. 6.15

Потеря напряжения в линии равна арифметической разности линейных напряжений в начале и конце линии:

$$\Delta U_{\text{л}} = (141,5 - 127) \sqrt{3} = 14,5 \cdot \sqrt{3} = 25,1 \text{ В,}$$

т. е. оно составляет $25,1/245 \cdot 100\% = 10,25\%$ от линейного напряжения генератора.

Сравнительно высокие значения потерь напряжения обусловлены преднамеренно завышенными величинами $r_{\text{л}}$ и $x_{\text{л}}$, взятыми для удобства построения векторной диаграммы напряжений.

Векторная топографическая диаграмма строится для одной фазы. Вектор фазного напряжения приемника \dot{U}_a (рис. 6.15, б) и вектор фазного тока \dot{I}_A сдвинуты один относительно другого на угол $\varphi_2 = 53^\circ$.

Прибавляя к вектору \dot{U}_a вектор падения напряжения в активном сопротивлении провода линии и вектор индуктивного падения напряжения, модули которых соответственно равны $r_{\text{л}} I_A = 0,6 \cdot 12,7 = 7,62 \text{ В}$, $x_{\text{л}} I_A = 1 \cdot 12,7 = 12,7 \text{ В}$, получим вектор фазного напряжения генератора \dot{U}_A .

Вектор $\dot{U}_{\text{пр}}$, равный сумме векторов $r_{\text{л}} \dot{I}_A$ и $j x_{\text{л}} \dot{I}_A$, изображает вектор падения напряжения в проводе линии (рис. 6.15, в). Аналогично строятся векторы напряжений двух других фаз.

Коэффициент мощности генератора

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_{\text{л}} + r}{z} = \frac{0,6 + 6}{11,15} = 0,592.$$

Активная мощность генератора

$$P = \sqrt{3} U I \cos \varphi_1 = 3 (r + r_{\text{л}}) I^2 = 3,17 \text{ кВт.}$$

Полная мощность генератора

$$S = \sqrt{3} U I = \sqrt{3} 245 \cdot 12,7 = 5390 \text{ В} \cdot \text{А} = 5,39 \text{ кВА.}$$

Реактивная мощность генератора

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{5,39^2 - 3,17^2} = 4,34 \text{ квар.}$$

6.16. На рис. 6.16 изображена однолинейная схема трехфазной цепи, состоящей из станции, подстанции и соединяющей их линии. Каждая фаза линии имеет сопротивления активное $0,8 \text{ Ом/км}$ и индуктивное $0,6 \text{ Ом/км}$.

Определить ток, падение и потерю напряжения в линии.

На схеме указаны величины линейного напряжения, мощности и $\cos \varphi$ приемника.

Ответ. $I = 64 \text{ А}$, падение напряжения 640 В , потеря напряжения 1100 В .

6.17. Два симметричных трехфазных приемника, каждый из которых соединен звездой, подключены к трехпроводной линии (рис. 6.17).

Сопротивления фаз первого приемника $x_1 = 5$ Ом, второго $r_2 = 5$ Ом. Линейное напряжение источника питания 220 В.

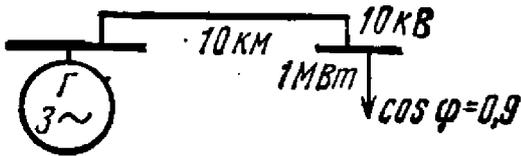


Рис. 6.16

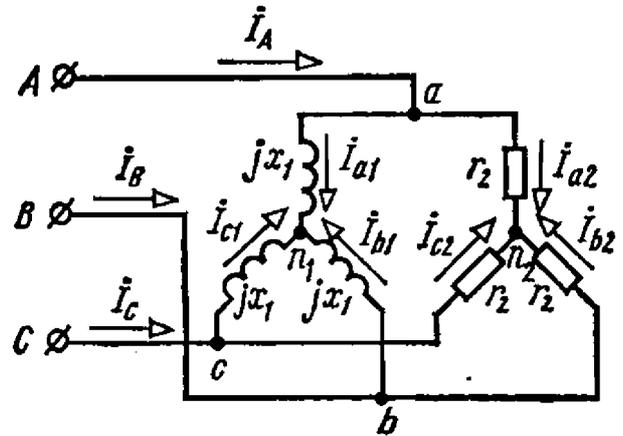


Рис. 6.17

Определить фазные и линейные токи.

Ответ. $I_\phi = 25,4$ А, $I = 36$ А.

6.18. Трехфазный приемник, соединенный звездой, подключен к сети с линейным напряжением $U = 220$ В (рис. 6.18, а). Сопротивления фаз обмотки приемника $r = 3$ Ом и $x_L = 4$ Ом.

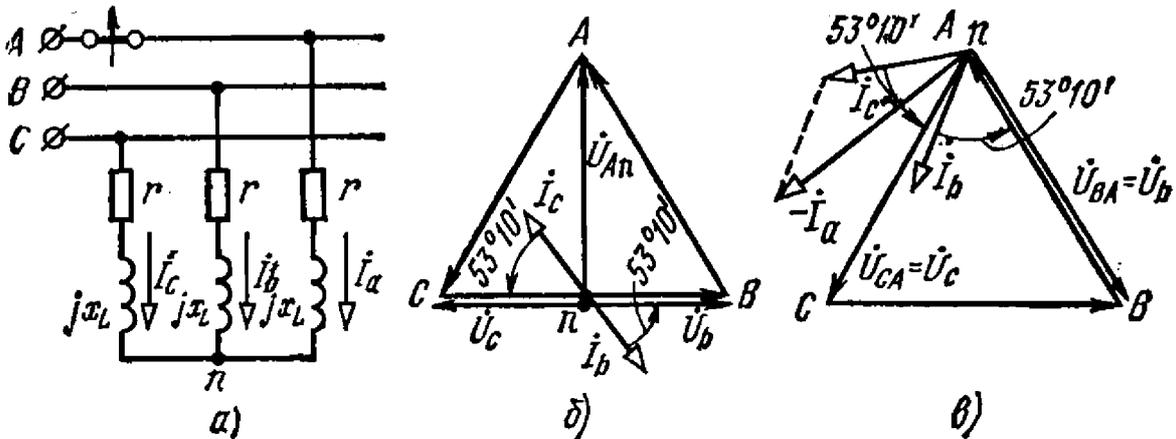


Рис. 6.18

Пользуясь векторными диаграммами, определить фазные напряжения и токи приемника при обрыве и коротком замыкании фазы a .
 Ответ. При обрыве фазы

$$U_b = U_c = U/2, \quad U_{An} = \frac{\sqrt{3}U}{2},$$

$$I_a = 0, \quad I_b = I_c = 22 \text{ А.}$$

При коротком замыкании фазы a

$$U_b = U_c = U = 220 \text{ В}, \quad \dot{U}_a = 0,$$

$$I_b = I_c = 44 \text{ А}, \quad I_a \approx 76 \text{ А.}$$

Векторные диаграммы представлены на рис. 6.18, б, в.

6.19. Определить род нагрузки и сопротивление фаз симметричного приемника, соединенного звездой, если линейное напряжение на входе схемы $U = 380$ В, ток в линии $I = 4,4$ А и показания двух ваттметров, включенных по схеме рис. 6.19, равны: $P_1 = 1665$ Вт, $P_2 = 707$ Вт.

Указание. При решении задачи рекомендуется воспользоваться соотношением $\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}$.

Ответ. $r = 41$ Ом, $x_L = 28,7$ Ом, $\varphi = 35^\circ$ (инд.)

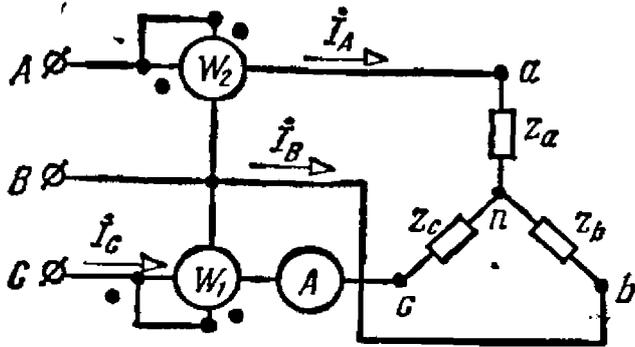


Рис. 6.19

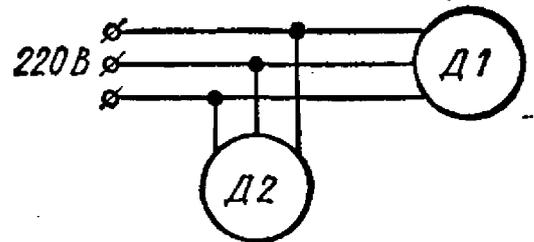


Рис. 6.20

6.20. Найти общий ток, мощность и коэффициент мощности установки из двух двигателей (рис. 6.20), у которых $P_1 = 4,5$ кВт, $U_1 = 220$ В, $\cos \varphi_1 = 0,84$, $\eta_1 = 82\%$, $P_2 = 10$ кВт, $U_2 = 220$ В, $\cos \varphi_2 = 0,88$, $\eta_2 = 85\%$.

Решение. Находим активную мощность потребления энергии:

$$P_{1п} = \frac{P_1}{\eta_1} = 5,5 \text{ кВт}, \quad P_{2п} = \frac{P_2}{\eta_2} = 11,75 \text{ кВт},$$

$$P = P_{1п} + P_{2п} = 17,25 \text{ кВт}.$$

Углы сдвига фаз:

$$\sin \varphi_1 = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_1} = 0,547, \quad \varphi_1 = 33^\circ,$$

$$\sin \varphi_2 = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_2} = 0,475, \quad \varphi_2 = 28^\circ 20'.$$

Реактивные мощности

$$Q_1 = P_{1п} \operatorname{tg} \varphi_1 = 3,57 \text{ квар},$$

$$Q_2 = P_{2п} \operatorname{tg} \varphi_2 = 6,31 \text{ квар},$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 9,88 \text{ квар}.$$

Полная мощность, общий ток и коэффициент мощности установки:

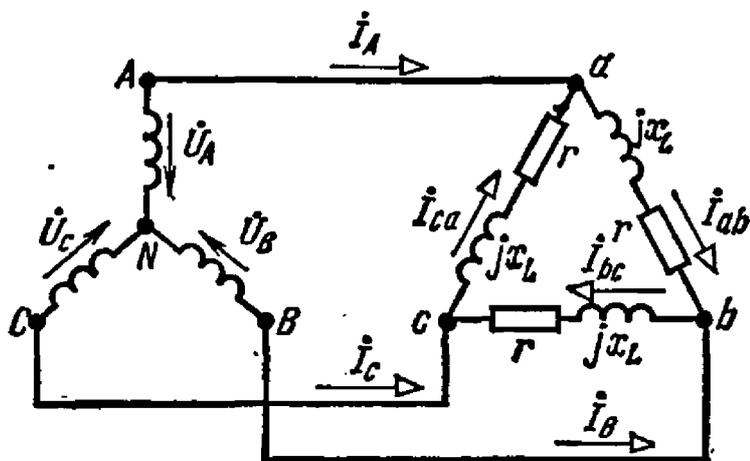
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 19,85 \text{ кВА},$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = 54 \text{ А},$$

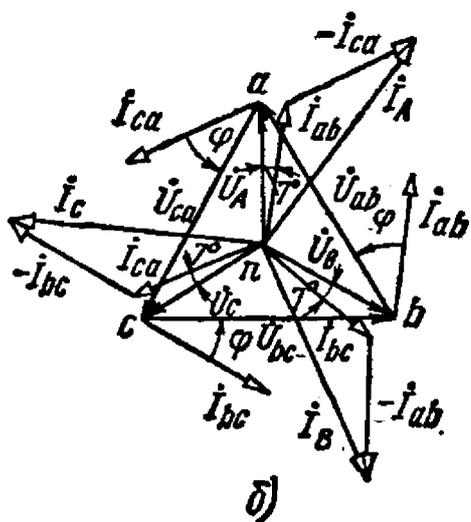
$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{17,95}{19,85} = 0,87.$$

6.21. К зажимам генератора (рис. 6.21, а) с фазным напряжением 127 В подключен приемник, соединенный треугольником, каждая фаза которого имеет активное сопротивление $r=8$ Ом и индуктивное сопротивление $x_L=6$ Ом.

Определить ток каждой фазы генератора и отдаваемую им мощность. Построить векторную диаграмму.



а)



б)

Рис. 6.21

Решение. Нагрузка симметричная, поэтому расчет можно вести на одну фазу.

Фазные токи приемника

$$I_{\phi} = \frac{U}{z_{\phi}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 127}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 22 \text{ А.}$$

Векторы фазных токов отстают по фазе от соответствующих им векторов линейных напряжений на угол φ :

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{8}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 0,8, \quad \varphi = 37^{\circ}.$$

Токи в фазах генератора равны линейным токам в проводах: $I = \sqrt{3} I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 22 = 38 \text{ А.}$

Для того чтобы определить сдвиг фаз между векторами линейных токов и фазных напряжений генератора, обратимся к вектор-

ной диаграмме рис. 6.21, б. Здесь векторы \dot{U}_A, \dot{U}_B и \dot{U}_C изображают звезду фазных напряжений генератора, а векторы $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}$ и \dot{U}_{ca} являются фазными напряжениями приемника или линейными напряжениями генератора.

Векторы фазных токов приемника образуют звезду векторов, сдвинутых по фазе на угол 120° , причем звезда векторов фазных токов приемника отстает по фазе от звезды векторов фазных напряжений генератора на угол 7° . Звезда векторов линейных токов генератора отстает по фазе от звезды векторов фазных токов приемника на угол 30° , поэтому линейные токи и фазные напряжения генератора сдвинуты по фазе на угол 37° .

Мощность генератора $P = \sqrt{3} UI \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 38 \cdot 0,8 = 11,6 \text{ кВт.}$

6.22. Определить ток в линии, ток и напряжение приемника, соединенного треугольником (рис. 6.22), если известны сопротивления фаз приемника $r=6$ Ом, $x=9$ Ом и сопротивления линии $r_{\Sigma}=1$ Ом, $x_{\Sigma}=2$ Ом. Линейное напряжение на входе сети 220 В.

Указание и ответ. Рекомендуется преобразовать треугольник в звезду. Полученная эквивалентная схема представляет собой трехпроводную цепь с симметричным приемником, соединенным звездой. Расчет производится на одну фазу:

$$I_A = U_A / Z_A = 21,8 e^{-j59^\circ}; I_{ab} = I_A / \sqrt{3} = 12,6 \text{ A}; U_{AB} = z_{ab} I_{ab} = 136 \text{ В.}$$

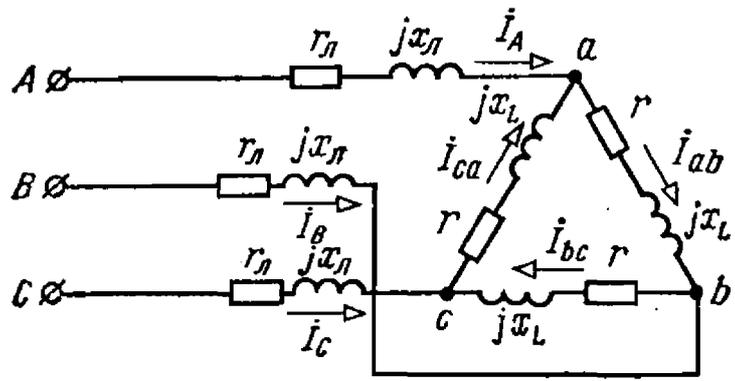


Рис. 6.22

6.23. Найти фазные и линейные токи схемы рис. 6.23, а, определить потребляемую активную мощность цепи, используя показания ваттметров, и построить векторную диаграмму, если сопротивление $r_1 = 4 \text{ Ом}$, $x_1 = 3 \text{ Ом}$, $r_2 = 5 \text{ Ом}$, $r_3 = 3 \text{ Ом}$, $x_3 = 4 \text{ Ом}$, а линейное напряжение источника питания $U = 220 \text{ В}$.

Решение. Предположим, что вектор \dot{U}_{bc} направлен по оси действительных величин (рис. 6.23, б). Тогда комплексы векторов линейных напряжений будут равны:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{bc} &= 220 \text{ В,} \\ \dot{U}_{ab} &= 220 e^{j120^\circ} \text{ В} = \\ &= (-110 + j190,5) \text{ В,} \\ \dot{U}_{ca} &= 220 e^{-j120^\circ} \text{ В} = \\ &= (-110 - j190,5) \text{ В.} \end{aligned}$$

Комплексы сопротивлений фаз приемника:

$$\begin{aligned} Z_{ab} &= r_1 + jx_1 = (4 + j3) \text{ Ом} = \\ &= 5e^{j36^\circ50'} \text{ Ом,} \\ Z_{bc} &= r_2 = 5 \text{ Ом,} \\ Z_{ca} &= r_3 - jx_3 = (3 - j4) \text{ Ом} = \\ &= 5 e^{-j53^\circ10'} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

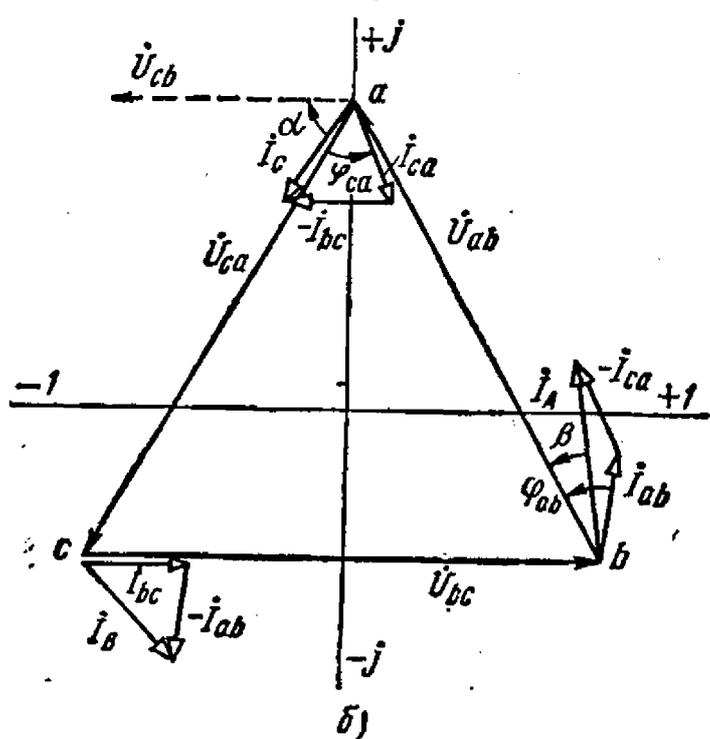
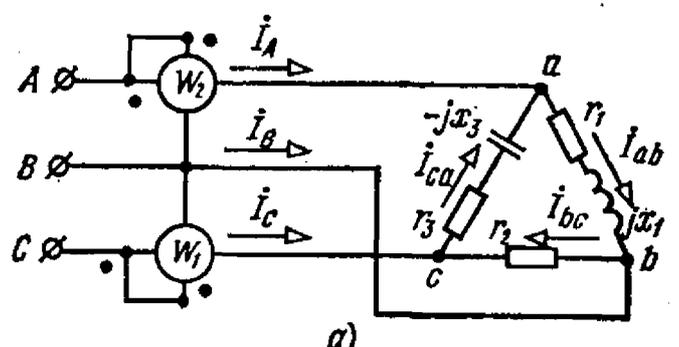


Рис. 6.23

Комплексы фазных и линейных токов:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{220 e^{j120^\circ}}{5 e^{j36^\circ 50'}} = 44 e^{j83^\circ 10'} \text{ A} = (5,24 + j43,6) \text{ A},$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{220}{5} = 44 \text{ A},$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{220 e^{-j120^\circ}}{5 e^{-j53^\circ 10'}} = 44 e^{-j66^\circ 50'} \text{ A} = (17,3 - j40,5) \text{ A},$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 5,24 + j43,6 - 17,3 + j40,5 = (-12,06 + j84,1) \text{ A} = 84,8 e^{j98^\circ 10'} \text{ A},$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = 44 - 5,24 - j43,6 = (38,76 - j43,6) \text{ A} = 58,2 e^{-j48^\circ 20'} \text{ A},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = 17,3 - j40,5 - 44 = (-26,7 - j40,5) \text{ A} = 48,5 e^{-j123^\circ 50'} \text{ A}.$$

Модули токов:

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = 44 \text{ A}, \quad I_A = 84,8 \text{ A}, \quad I_B = 58,2 \text{ A}, \quad I_C = 48,5 \text{ A}.$$

Правильность решения можно проверить путем подстановки комплексов токов \dot{I}_A , \dot{I}_B и \dot{I}_C в уравнение $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$.

Комплексы мощности:

$$\tilde{S}_1 = \dot{U}_{cb} \dot{I}_C^* = -220 (-26,7 + j40,5) = 5860 \text{ Вт} - j8900 \text{ вар},$$

$\tilde{S}_2 = \dot{U}_{ab} \dot{I}_A^* = (-110 + j190,5) (-12,06 - j84,1) = 17348 \text{ Вт} + j6955 \text{ вар}$. Действительные части полученных комплексов равны показаниям ваттметров, а мощность, потребляемая приемником $P = P_1 + P_2 = 17,35 \text{ кВт}$.

6.24. К трехпроводной сети с линейным напряжением $U = 220 \text{ В}$ подключены два симметричных трехфазных приемника. Паспортные данные приемников: $P_1 = 5,26 \text{ кВт}$, $U_{1\phi} = 220 \text{ В}$, $\cos \varphi_1 = 0,88$ (инд.), $P_2 = 3,39 \text{ кВт}$, $U_{2\phi} = 127 \text{ В}$, $\cos \varphi_2 = 0,78$ (инд.).

Начертить схему включения приемников в сеть, определить фазные и линейные токи приемников и сети, найти общий коэффициент мощности установки.

Ответ. Для первого приемника $I_\phi = 9,1 \text{ А}$, $I_\pi = 15,7 \text{ А}$; для второго — $I_\phi = I_\pi = 11,4 \text{ А}$; линейный ток сети $I = 27 \text{ А}$; $\cos \varphi = 0,84$.

6.25. Три группы 100-ваттных ламп, рассчитанных на напряжение 220 В и двигатель с номинальными данными $P_n = 10 \text{ кВт}$, $U_n = 220 \text{ В}$, $\cos \varphi = 0,75$, $\eta = 85\%$, включены в трехфазную цепь (рис. 6.25).

Определить линейные токи сети и энергию, учтенную счетчиком за 8 ч работы всех потребителей с полной нагрузкой.

Ответ. $I_A = I_C = 56,5 \text{ А}$, $I_B = 49,5 \text{ А}$, $Wh = 142 \text{ кВт}\cdot\text{ч}$.

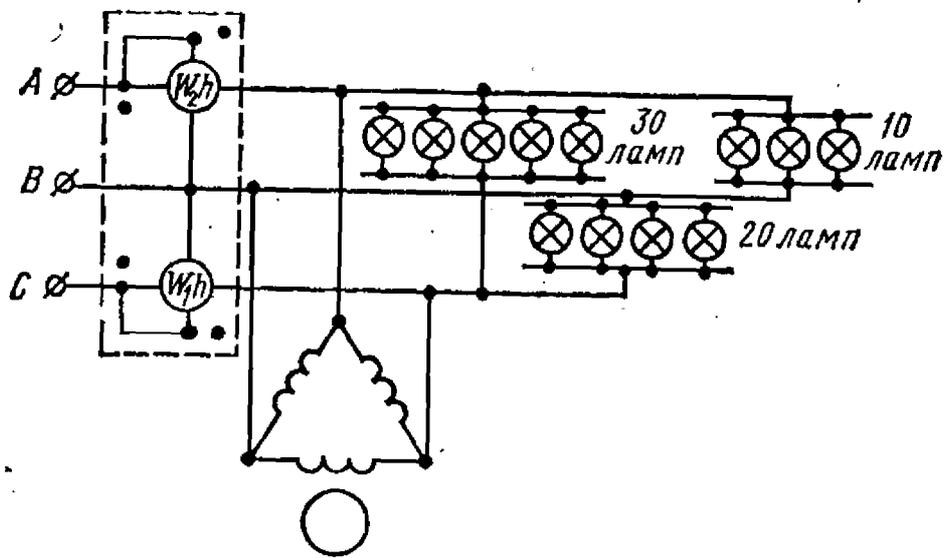


Рис. 6.25

6.26. Найти токи и напряжения схемы рис. 6.26, если сопротивление $r = 15$ Ом, $x_L = 5$ Ом, $r_n = 1$ Ом, а линейное напряжение генератора $U = 220$ В. Построить векторную диаграмму.

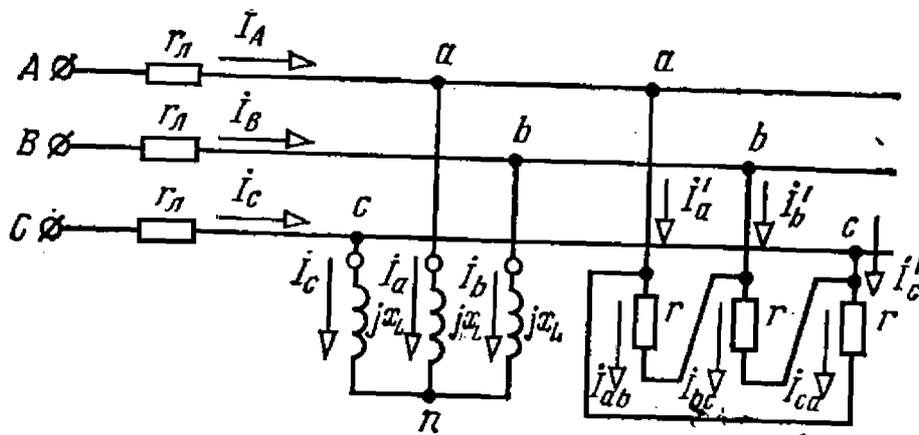


Рис. 6.26

Ответ. $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = 12$ А, $I'_a = I'_b = I'_c = 21$ А,
 $I_a = I_b = I_c = 21$ А, $I_A = I_B = I_C = 29,5$ А,
 $U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = 180$ В, $U_a = U_b = U_c = 105$ В.

Глава 7

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПРОСТЕЙШИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

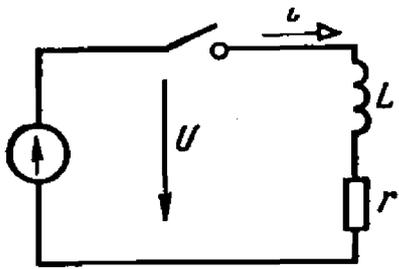
7.1. катушка, сопротивление которой $r = 10$ Ом и индуктивность $L = 100$ мГ, включается в сеть постоянного тока напряжением $U = 110$ В (рис. 7.1, а).

Построить кривую изменения тока в катушке и определить энергию магнитного поля для момента времени $t = 0,01$ с после замыкания ключа.

Решение. Уравнение электрического состояния цепи после замыкания $L \frac{di}{dt} + ri = U$.

Решение уравнения находим как алгебраическую сумму принужденной и свободной составляющих: $i = i_{np} + i_{св}$.

Значение принужденного тока определяем при расчете цепи в установившемся режиме $i_{np} = U/r = 11$ А, а свободную составляющую — из общего решения дифференциального уравнения без правой части:



$L \frac{di_{св}}{dt} + ri_{св} = 0$; $i_{св} = Ae^{pt}$, где $p = -r/L$ — корень характеристического уравнения.

Значение тока переходного периода находим из выражения $i = (11 + Ae^{-t/\tau})$ А (постоянная времени $\tau = 1/p = L/r = 0,01$ с).

Для определения постоянной интегрирования A воспользуемся первым законом коммутации $i(0) = 11 + A = 0$, $A = -11$.

Окончательно имеем $i = 11(1 - e^{-t/0,01})$ А.

Кривая тока изображена на рис. 7.1, б.

Энергия магнитного поля катушки $W_M = Li^2/2$. Подставляя в эту формулу числовые значения индуктивности (0,1 Г) и величину мгновенного значения тока при $t = 0,01$ с (6,95 А), получаем $W_M = 2,42$ Дж.

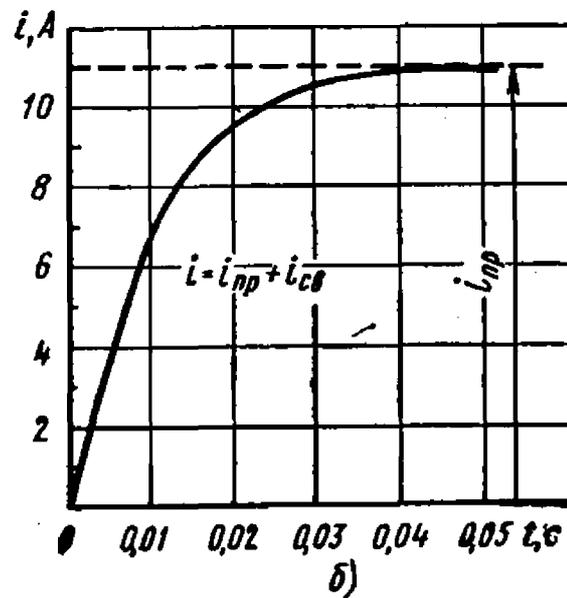


Рис. 7.1

7.2. Катушка, сопротивление которой $r = 4$ Ом, включается в сеть постоянного тока напряжением $U = 24$ В.

Чему равна индуктивность катушки, если ток в ней через 2,5 с после включения равен 95% своего установившегося значения?

Ответ. $L = 3,33$ Г.

7.3. Катушка, активное сопротивление которой $r = 2,75$ Ом и индуктивность $L = 0,55$ Г, включается в сеть постоянного тока напряжением $U = 110$ В.

Через какое время ток в катушке достигнет 50% своего установившегося значения?

Ответ. Через 32,2 мс.

7.4. Индуктивная катушка, соединенная последовательно с резистором и включенная в сеть постоянного тока напряжением $U = 110$ В, мгновенно замыкается накоротко (рис. 7.4).

По какому закону будет изменяться ток в катушке после замыкания ключа, если ее индуктивность $L = 0,168$ Г, сопротивление $r_L = 14$ Ом, а сопротивление резистора $r = 30$ Ом?

Решение. До замыкания ключа ток в катушке $I = U/(r + r_L) = 2,5$ А.

Принужденная составляющая тока в катушке после замыкания ключа равна нулю.

Ток в катушке в переходном режиме равен свободной составляющей, определяемой из уравнения $L \frac{di}{dt} + r_L i = 0$; $i = A e^{-\frac{r_L}{L} t} = A e^{-t/\tau}$.

Постоянную интегрирования находят по первому закону коммутации $i(0) = A = 2,5$ А.

Постоянная времени $\tau = L/r_L = 0,012$ с.

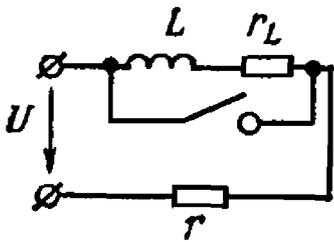


Рис. 7.4

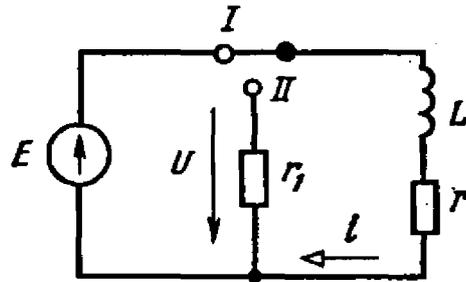


Рис. 7.5

7.5. Катушка, сопротивление которой $r = 4$ Ом и индуктивность $L = 5$ Г, внезапно отключается от сети постоянного тока напряжением $U = 110$ В и замыкается на резистор $r_1 = 6$ Ом (рис. 7.5).

Определить энергию магнитного поля катушки до отключения ее от сети. Найти значение тока для момента времени $t_1 = 1$ с после отключения катушки. Подсчитать тепловую энергию, выделенную в r_1 в течение первой секунды после отключения катушки. Найти максимальное значение э. д. с. самоиндукции, индуктированной в катушке после отключения, и установить ее зависимость от величины дополнительного сопротивления r_1 .

Решение. При нормальной работе катушки, когда переключатель находится в положении I (рис. 7.5), ток

$$I = U/r = 110/4 = 27,5 \text{ А}$$

и энергия

$$W_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{5 \cdot 27,5^2}{2} = 1890 \text{ Дж.}$$

Для отключения катушки переводим переключатель в положение II. Изменение тока в полученном контуре определяется уравнением

$$L \frac{di}{dt} + (r + r_1) i = 0,$$

решением которого является выражение

$$i = A e^{-\frac{r+r_1}{L} t}.$$

Так как ток в индуктивности не может изменяться скачком, то в момент переключения рубильника, т. е. при $t = 0$, $i_{t=0} = 27,5 \text{ А} = I$. Следовательно,

$$i = 27,5 e^{-\frac{r+r_1}{L}t} = 27,5 e^{-2t},$$

так как постоянная времени $\tau = 1/2 = 0,5 \text{ с}$.

При $t = 1 \text{ с}$ ток $i = 27,5 \cdot 0,135 = 3,71 \text{ А}$.

Энергия, выделенная в виде теплоты в сопротивлении,

$$W = \int_{t=0}^{t=1} r_1 i^2 dt = 27,5^2 \cdot 6 \int_{t=0}^{t=1} e^{-4t} dt = \frac{27,5^2}{4} \cdot 6 (1 - e^{-4}) = 1110 \text{ Дж}.$$

Э. д. с. самоиндукции, индуцированную в катушке, определяем по формуле

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d}{dt} \left(27,5 e^{-\frac{r+r_1}{L}t} \right) = (r+r_1) 27,5 e^{-\frac{r+r_1}{L}t}.$$

Из формулы видно, что наибольшая э. д. с. самоиндукции возникает в катушке в начальный момент, т. е. при $t = 0$ $e_{L \max} = 27,5 (r+r_1)$, и ее величина растет с увеличением добавочного сопротивления r_1 .

При мгновенном разрыве цепи, когда сопротивление r_1 равно бесконечности, э. д. с. самоиндукции также должна равняться бесконечности.

В реальных условиях никогда не возникает бесконечно большая э. д. с. самоиндукции, так как при отключении цепи между размыкаемыми контактами образуется электрическая искра или дуга. В рассматриваемом случае $e_{L \max} = 275 \text{ В}$.

7.6. Для измерения напряжения на зажимах катушки, сопротивление которой $r = 20 \text{ Ом}$ и индуктивность $L = 1 \text{ Г}$, включен вольтметр по схеме рис. 7.6. Сопротивление вольтметра $r_v = 10 \text{ кОм}$. Можно ли, не отсоединяя вольтметр от катушки, при помощи ключа отключить катушку от сети напряжением $U = 100 \text{ В}$?

Ответ. В первый момент после коммутации э. д. с. самоиндукции катушки может равняться 50 кВ, что приведет к повреждению изоляции измерительного прибора, поэтому перед отключением катушки следует разомкнуть цепь вольтметра.

7.7. Цепь рис. 7.7 имеет параметры $r_1 = 30 \text{ Ом}$, $r_2 = 20 \text{ Ом}$, $L_3 = 0,12 \text{ Г}$ и включается на постоянное напряжение $U = 110 \text{ В}$.

Найти начальные и конечные значения токов в ветвях и э. д. с. самоиндукции катушки.

Решение. В начальный момент времени ток в индуктивности равен нулю, поэтому $i_1(0) = i_2(0) = U / (r_1 + r_2) = 110 / 50 = 2,2 \text{ А}$.

При этом э. д. с. самоиндукции будет равна напряжению на резисторе r_2 : $e_L(0) = r_2 i_2(0) = 20 \cdot 2,2 = 44 \text{ В}$. В установившемся режиме резистор r_2 будет короткозамкнут ветвью с индуктивностью и $i_{1\text{пр}} = i_{3\text{пр}} = U / r_1 = 110 / 30 = 3,67 \text{ А}$; $i_{2\text{пр}} = 0$; $e_{2\text{пр}} = 0$.

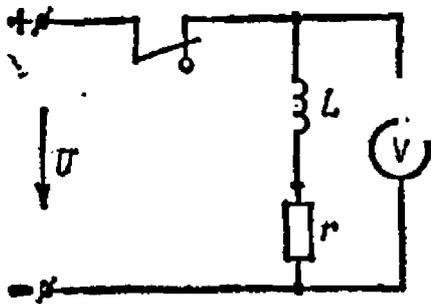


Рис. 7.6

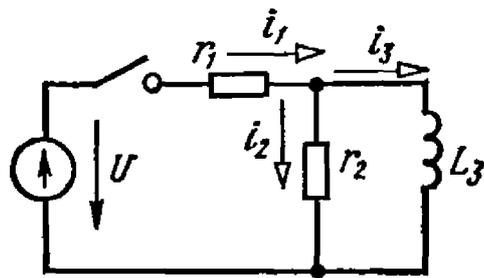


Рис. 7.7

7.8. Найти закон изменения тока неразветвленного участка цепи (рис. 7.8) после замыкания ключа, если $U = 64$ В, $r_1 = 2$ Ом, $r_2 = 8$ Ом, $r_3 = 6$ Ом, $L = 0,1$ Г.

Решение. В цепи, содержащей один накопитель энергии, ток любой ветви независимо от структуры цепи определяется выражением $i = i_{пр} + Ae^{-t/\tau}$.

Значение $i_{пр}$ вычисляют при расчете цепи в установившемся режиме. Постоянную интегрирования A определяют из начальных условий, а постоянную времени τ — из соотношения $\tau = L/r_{вх}$ (для цепи, содержащей индуктивный элемент) или $\tau = Cr_{вх}$ (для цепи, содержащей емкостной элемент), где $r_{вх}$ — входное сопротивление цепи относительно полюсов накопителя энергии.

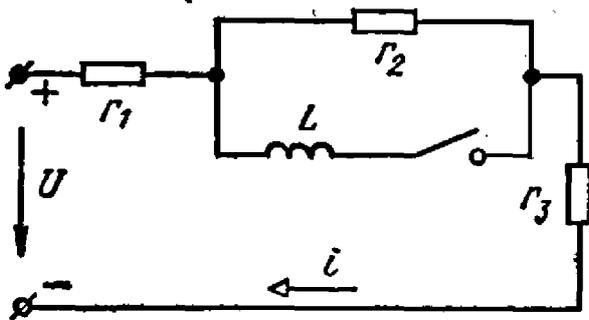


Рис. 7.8

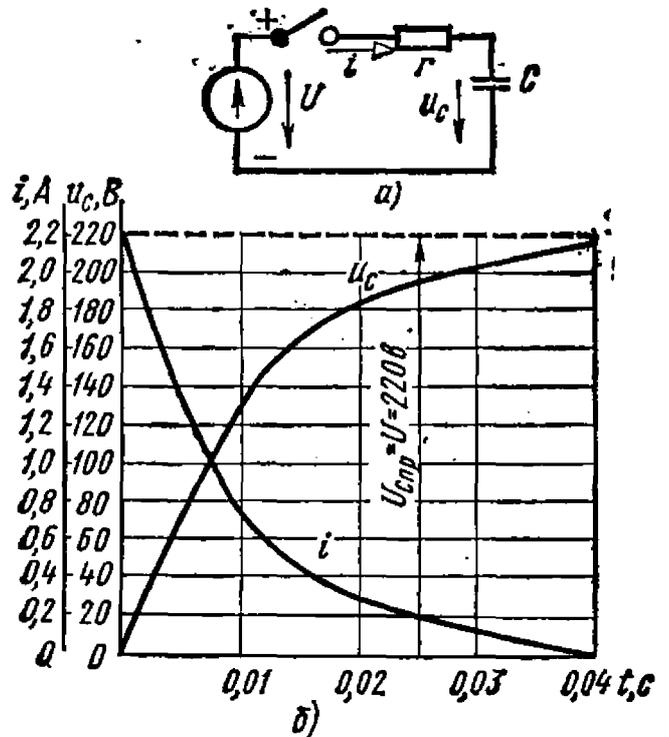


Рис. 7.9

В установившемся режиме ток неразветвленного участка $i_{пр} = U/(r_1 + r_3) = 8$ А.

В соответствии с первым законом коммутации ток неразветвленного участка в первый момент после коммутации равен току до коммутации:

$$i(0) = i_{пр} + A = U/(r_1 + r_2 + r_3) = 4 \text{ А.}$$

Следовательно, $A = i(0) - i_{пр} = -4$.

Входное сопротивление относительно полюсов накопителя энергии

$$r_{вх} = \frac{(r_1 + r_3)r_2}{r_1 + r_2 + r_3} = 4 \text{ Ом.}$$

Следовательно, $\tau = L/r_{\text{вх}} = 0,025$ с и ток неразветвленного участка $i = (8 - 4e^{-t/0,025})$ А.

7.9. Найти закон изменения тока i и напряжения u_C в схеме рис. 7.9, а после замыкания ключа, если $U = 220$ В, $C = 100$ мкФ, $r = 100$ Ом.

Решение. Уравнение электрического состояния цепи после замыкания ключа $rC \frac{du_C}{dt} + u_C = U$.

Решение находим как алгебраическую сумму принужденной и свободной составляющих: $u_C = u_{C_{\text{пр}}} + u_{C_{\text{св}}}$.

Значение принужденной составляющей определяем из расчета цепи в установившемся режиме $u_{C_{\text{пр}}} = U = 220$ В.

Свободную составляющую определяем из общего решения дифференциального уравнения без правой части $rC \frac{du_{C_{\text{св}}}}{dt} + u_{C_{\text{св}}} = 0$, $u_{C_{\text{св}}} = Ae^{pt}$, где $p = -1/rC$ — корень характеристического уравнения $p + \frac{1}{rC} = 0$.

Напряжение на конденсаторе в переходный период определяем из выражения $u_C = 220 + Ae^{-t/\tau}$ (постоянная времени $\tau = rC = 100 \cdot 10^{-6} = 0,1$ с).

Постоянную интегрирования A находим, пользуясь вторым законом коммутации $u_C(0) = 220 + A = 0$, $A = -220$.

Окончательно имеем

$$u_C = 220(1 - e^{-t/0,01}) \text{ В}$$

и

$$i = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{U}{\tau} e^{-t/\tau} = 2,2e^{-t/0,01} \text{ А.}$$

На рис. 7.9, б построены графики изменения напряжения и тока в зависимости от времени. Из кривых следует, что напряжение на конденсаторе практически достигает принужденного значения через $t = 0,04$ с.

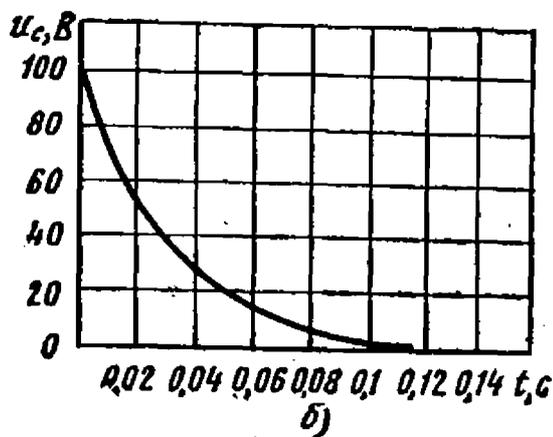
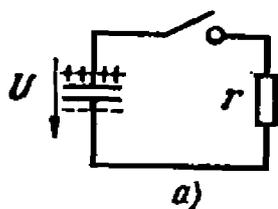


Рис. 7.10

7.10. Конденсатор емкостью $C = 1500$ мкФ, заряженный до напряжения $U = 100$ В, разряжается на резистор с сопротивлением $r = 20$ Ом (рис. 7.10, а).

Определить время разряда конденсатора до напряжения равного 5 В.

Ответ.

$$u_C = Ue^{-t/\tau} = 100e^{-t/0,03}$$

Согласно экспоненциальной кривой рис. 7.10, б, напряжение на конденсаторе достигнет 5% своего первоначального значения за время $t = 3\tau = 3 \cdot 0,03 = 0,09$ с.

7.11. Двухжильный кабель, емкость которого $C = 1,5 \text{ мкФ}$ и сопротивление каждой жилы $r = 0,8 \text{ Ом}$, включается на постоянное напряжение $U = 500 \text{ В}$.

Определить начальное значение тока и время t_1 , в течение которого ток спадает до 2% своего начального значения.

Решение. На рис. 7.11 приведена эквивалентная схема двухжильного кабеля, где емкость C и сопротивление r показаны сосредоточенными; при этом емкость C включена в точках, соответствующих середине кабеля.

При включении цепи на постоянное напряжение в ней появится ток, замыкающийся по пути, отмеченному стрелками. Напряжение u_C и ток i связаны между собой уравнениями $i = C \frac{du_C}{dt}$ и $ri + u_C = U$.

В результате совместного решения этих уравнений получаем:

$$u_C = U \left(1 - e^{-\frac{1}{rC} t} \right) = 500 (1 - e^{-t/\tau}) \text{ В},$$

$$i = \frac{U}{r} e^{-\frac{1}{rC} t} = 625 e^{-t/\tau} \text{ А},$$

где постоянная времени $\tau = rC = 0,8 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} = 1,2 \text{ мкс}$.

При $t = 0$ ток $i_{t=0} = 625 \text{ А}$. Ток спадает до $0,02 \cdot 625 = 12,5 \text{ А}$ за время $t_1 = 4\tau = 4,8 \text{ мкс}$.

Следует отметить, что в начальный момент времени ток определяется только отношением приложенного напряжения к сопротивлению одной жилы r .

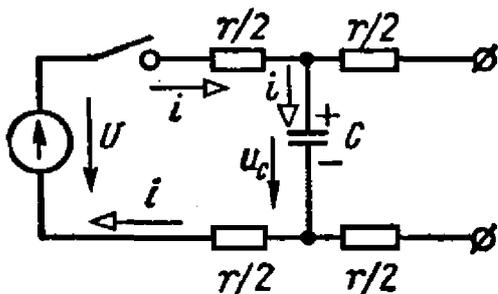


Рис. 7.11

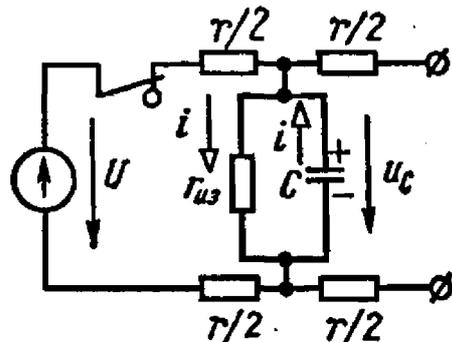


Рис. 7.12

7.12. Определить напряжение между жилами кабеля (см. условие задачи 7.11), заряженного до напряжения $U = 500 \text{ В}$, через $t = 75 \text{ мкс}$ после отключения кабеля от источника питания. Сопротивление изоляции между жилами $r_{из} = 100 \text{ Ом}$.

Решение. При отключении заряженного кабеля от источника питания на его жилах останется заряд, который можно рассматривать сосредоточенным на обкладках емкостного элемента эквивалентной схемы рис. 7.12. С течением времени вследствие несовершенства изоляции заряд с одной жилы будет переноситься на другую и нейтрализоваться. Таким образом, здесь будет иметь место разряд кабеля через собственную изоляцию.

Разрядный ток отмечен на схеме рис. 7.12 стрелками. Напряжение u_C и ток i связаны между собой уравнениями $u_C = r_{из} i$ и

$i = -C \frac{du_C}{dt}$, совместное решение которых дает выражение $u_C = U e^{-\frac{t}{\tau}}$, где постоянная времени $\tau = r_{\text{из}} C = 100 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} = 150$ мкс.

Через $t = 75$ мкс $= 0,5\tau$ напряжение между жилами кабеля имеет величину $u_C = 500 \cdot 0,606 = 303$ В.

7.13. Найти закон изменения тока i в цепи (рис. 7.13) при замыкании ключа, если $r_1 = 10$ Ом; $r_2 = 40$ Ом; $r_3 = 50$ Ом; $C = 75$ мкФ, напряжение сети $U = 80$ В.

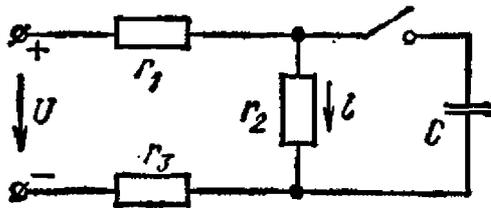


Рис. 7.13

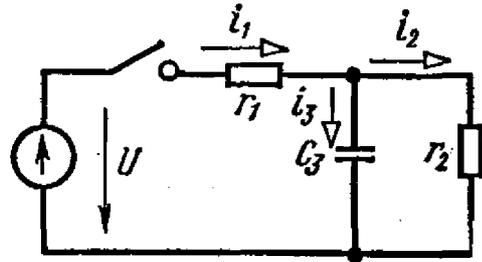


Рис. 7.14

Указания и ответ. Разветвленная цепь (рис. 7.13) содержит один накопитель энергии, поэтому решение задачи аналогично решению задачи 7.8:

$$i = I_{\text{пр}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right); \quad I_{\text{пр}} = U / (r_1 + r_2 + r_3) = 0,8 \text{ А};$$

$$\tau = Cr_{\text{вх}}; \quad r_{\text{вх}} = 24 \text{ Ом}; \quad \tau = 0,0018 \text{ с}; \quad i = 0,8 \left(1 - e^{-\frac{t}{0,0018}} \right).$$

7.14. Параметры цепи (рис. 7.14) равны: $r_1 = 20$ Ом, $r_2 = 30$ Ом, $C_3 = 100$ мкФ.

Найти начальные и конечные значения токов i_1 , i_2 и i_3 и напряжения на конденсаторе, если схема включается на постоянное напряжение $U = 220$ В.

Ответ. $i_1(0) = i_3(0) = 11$ А; $i_2(0) = 0$; $u_C(0) = 0$; $i_{1\text{пр}} = i_{2\text{пр}} = 4,4$ А; $i_{3\text{пр}} = 0$; $u_{C\text{пр}} = 132$ В.

7.15. До какого напряжения надо предварительно зарядить конденсатор (рис. 7.14), чтобы в цепи при включении сразу наступил установившийся режим?

Ответ. До напряжения $U_C = 132$ В.

7.16. Построить кривую изменения напряжения на конденсаторе в цепи (рис. 7.16, а) при поочередном переключении ключа в положения I и II. Напряжение $U = 5$ В; $r_1 = 20$ кОм; $r_2 = 24,4$ кОм; $C = 10$ мкФ, промежутки времени между переключениями равны 0,2 с.

Коммутация начинается с установки ключа в положение I, начальное значение напряжения на конденсаторе $u_C(0) = 1,67$ В.

Ответ. После установки ключа в положение I

$$u_C = \left(5 - 3,33e^{-\frac{t}{0,2}} \right) \text{ В},$$

к моменту переключения ключа в положение II

$$u_C = (5 - 3,33e^{-1}) = 3,78 \text{ В.}$$

После установки ключа в положение II

$$u_C = 3,78e^{-\frac{t}{0,244}} \text{ В.}$$

Кривая изменения напряжения на конденсаторе показана на рис. 7.16, б.

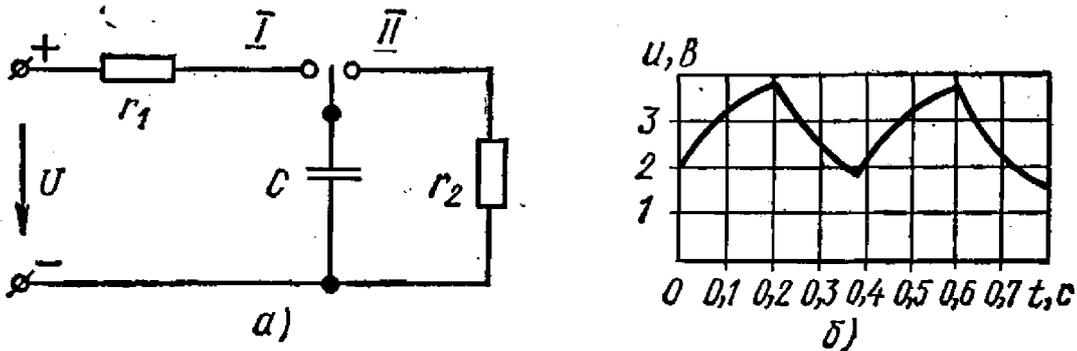


Рис. 7.16

7.17. Две параллельные ветви включаются на постоянное напряжение $U = 220 \text{ В}$. Сопротивления обеих ветвей одинаковы и равны $r = 20 \text{ Ом}$ (рис. 7.17), индуктивность $L = 0,1 \text{ Г}$.

Определить емкость C конденсатора, при которой ток i в неразветвленной части цепи будет иметь постоянное значение, и найти величину этого тока.

Ответ. Ток не будет зависеть от времени при выполнении условия $(e^{-\frac{t}{\tau_L}} = e^{-\frac{t}{\tau_C}})$ или при равенстве постоянных времени для ветвей, т. е. $\tau_C = \tau_L$.

При этом емкость $C = L/r^2 = 250 \text{ мкФ}$, Величина тока $i = 11 \text{ А}$.

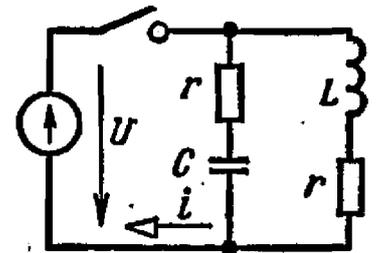


Рис. 7.17

7.18*. Определить начальные и установившиеся значения токов i , i_1 и i_2 , а также э. д. с. самоиндукции e_L после замыкания ключа (рис. 7.18, а—в), если $U = 100 \text{ В}$; $r = 10 \text{ Ом}$; $L = 10 \text{ мГ}$; $C = 2 \text{ мкФ}$. Напряжение на конденсаторе до замыкания ключа равнялось нулю.

Ответы даны в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Электрическая величина	Начальные значения			Установившиеся значения		
	схема а	схема б	схема в	схема а	схема б	схема в
$i, \text{ А}$	10	20	5	20	10	5
$i_1, \text{ А}$	0	0	0	10	10	5
$i_2, \text{ А}$	10	20	5	10	0	0
$e_L, \text{ В}$	100	100	50	0	0	0

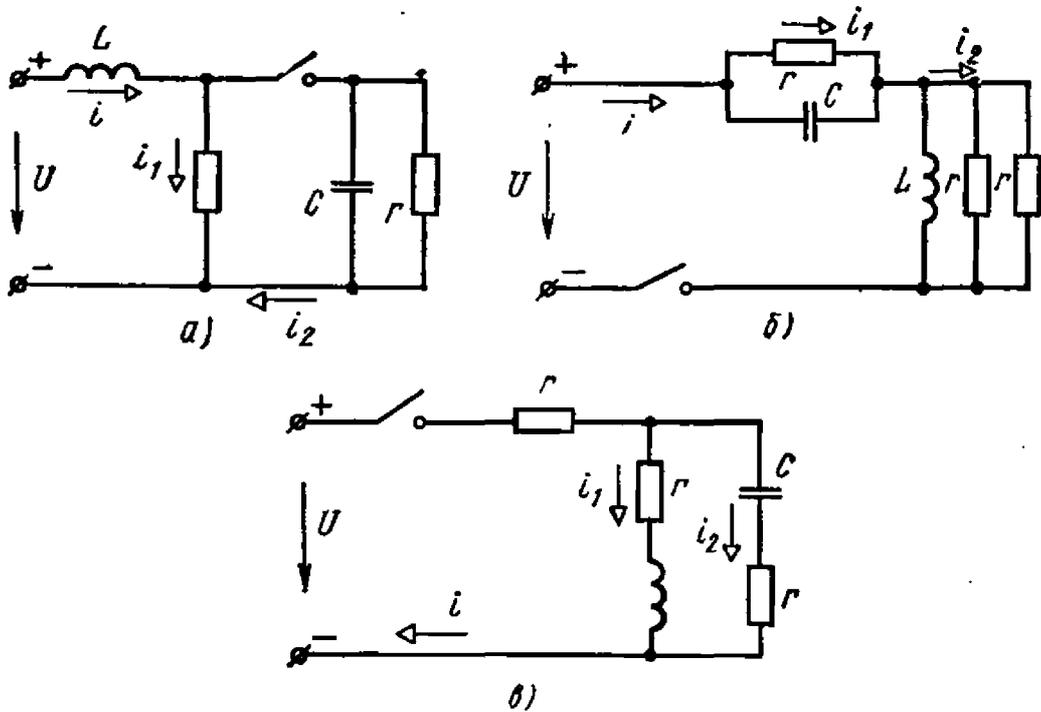


Рис. 7.18

7.19. Определить наибольшее мгновенное значение тока в катушке, сопротивление которой $r = 1 \text{ Ом}$ и индуктивность $L = 31,4 \text{ мГ}$, при включении ее в сеть синусоидального напряжения $U = 120 \text{ В}$ (рис. 7.19, а). Включение происходит в момент, когда мгновенное значение напряжения равно половине его положительного амплитудного значения. Частота сети $f = 50 \text{ Гц}$.

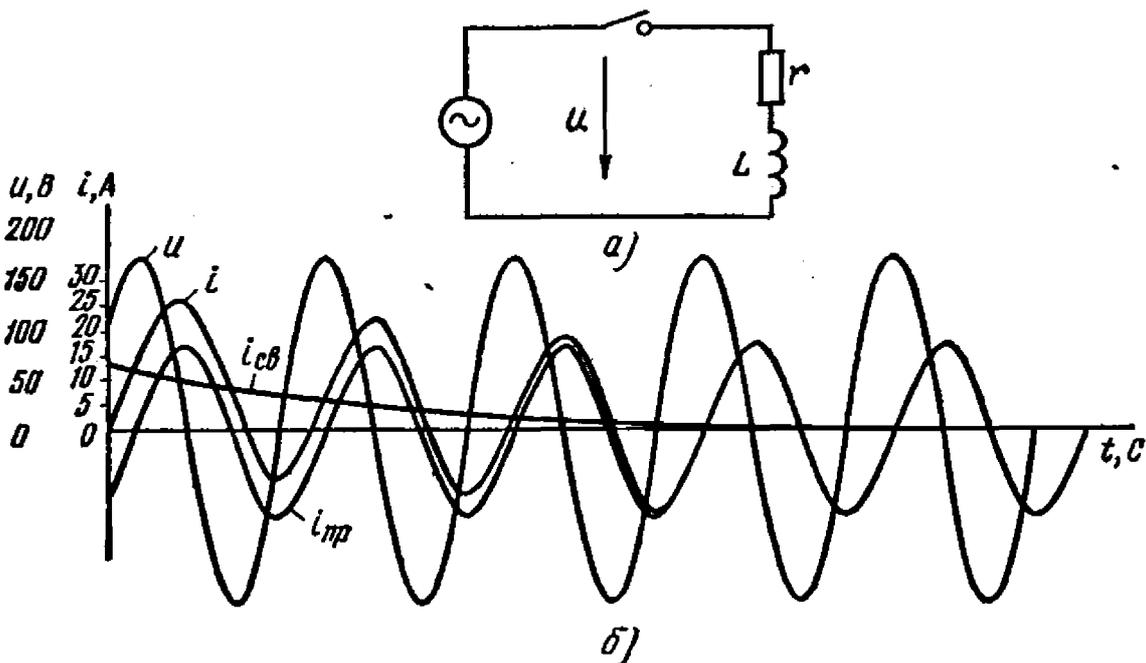


Рис. 7.19

Решение. Определим начальную фазу синусоидального напряжения: $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$.

При $t = 0$

$$u(0) = U_m \sin \psi, \quad \sin \psi = u(0)/U_m = 0,5; \quad \psi = 30^\circ.$$

Для определения тока в катушке в установившемся режиме находим:

$$\begin{aligned}x_L &= \omega L = 314 \cdot 31,4 \cdot 10^{-3} = 9,9 \text{ Ом}, \\z &= \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{1^2 + 9,9^2} = 10 \text{ Ом}, \\ \cos \varphi &= \frac{r}{z} = \frac{1}{10}, \quad \varphi = 84^\circ, \quad \psi - \varphi = 30^\circ - 84^\circ = -54^\circ, \\ &\sin(-54^\circ) = -0,809.\end{aligned}$$

Тогда ток в катушке в установившемся режиме

$$i_{\text{пр}} = \frac{U_m}{z} \sin(\omega t + \psi - \varphi) = \frac{\sqrt{2} \cdot 120}{10} \sin(\omega t - 54^\circ) = 17 \sin(\omega t - 54^\circ).$$

Свободная составляющая тока катушки

$$i_{\text{св}} = A e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где $\tau = L/r = 0,0314$ с.

Действительный ток

$$i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}} = 17 \sin(\omega t - 54^\circ) + A e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

При $t = 0$ ток $i(0) = 0$ и $17 \sin(-54^\circ) + A = 0$, откуда

$$A = -17 \sin(-54^\circ) = 17 \cdot 0,809 = 13,7 \text{ А}.$$

Окончательное уравнение для тока имеет вид

$$i = 17 \sin(\omega t - 54^\circ) + 13,7 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

По этому уравнению построены кривые зависимости токов $i_{\text{пр}}$, $i_{\text{св}}$ и i от времени (рис. 7.19, б). Из графика видно, что наибольшее мгновенное значение тока в цепи равно 26 А.

7.20. Мгновенное значение тока в катушке, индуктивность которой L и сопротивление r , при включении ее на синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$ определяется уравнением

$$i = I_m \left[\sin(\omega t + \psi - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}} \right],$$

где $I_m = U_m/z$, $\text{tg } \varphi = \frac{\omega L}{r}$, а ψ — начальная фаза.

Пользуясь этим уравнением, определить в задаче 7.19 начальную фазу (момент включения), для которой свободная составляющая тока имеет в начальный момент максимальное значение. Для полученной начальной фазы ψ определить приближенно время t_1 , при котором действительный ток i в катушке будет иметь максимальное значение.

Ответ. $\psi = 174^\circ$, $t_1 \approx 0,01$ с.

7.21. В задаче 7.20 найти начальную фазу ψ , при которой ток в катушке сразу после ее включения будет изменяться по синусоидальному закону.

Ответ. $\psi = \varphi$.

7.22. Найти закон изменения тока i и напряжения u_C на конденсаторе в зависимости от времени, если цепь задачи 7.9 будет включена на синусоидальное напряжение $u = 170 \sin(\omega t + \psi)$ В. При этом начальная фаза $\psi = \pi/6$, активное сопротивление $r = 10$ Ом, $C = 100$ мкФ.

Ответ. .

$$i = \left[5,1 \sin(314t + 103^\circ) + 3,63e^{-\frac{t}{0,001}} \right] \text{ А,}$$

$$u_C = \left[162 \sin(314t + 13^\circ) - 36,3e^{-\frac{t}{0,001}} \right] \text{ В.}$$

7.23. В задаче 7.22 определить начальную фазу ψ , при которой начальное значение тока будет максимальным. Найти числовое значение тока при указанном условии.

Ответ. $\psi = 90^\circ$, $i(0) = 17$ А.

Глава 8

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

8.1. Определить действующее и среднее значения, коэффициенты формы и амплитуды периодически изменяющейся э. д. с., график мгновенных значений которой приведен на рис. 8.1.

Решение. Уравнение э. д. с. за промежуток времени $0 \leq t \leq T/4$ можно получить из соотношения $e/t = \frac{E_m}{T/4}$, откуда $e = \frac{4}{T} E_m t$.

Действующее значение э. д. с.

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt} = \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{T/4} e^2 dt} = E_m / \sqrt{3}.$$

Среднее по модулю значение э. д. с.,

$$E_{\text{ср. мод}} = \frac{T}{4} \int_0^{4/T} e dt = E_m / 2.$$

Коэффициент формы

$$k_\Phi = E / E_{\text{ср. мод}} = 2 / \sqrt{3} = 1,157.$$

Коэффициент амплитуды

$$k_a = E_m / E = \sqrt{3} = 1,73.$$

8.2. Для периодической э. д. с. (рис. 8.1) записать ряд Фурье и определить действующее значение, если максимальное значение E_m равно 10 В (при разложении ограничиться тремя членами ряда).

Решение. Ряд Фурье для кривой треугольной симметричной формы имеет вид [2]

$$\tilde{e} = \frac{8E_m}{\pi^2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t - \frac{1}{7^2} \sin 7\omega t + \frac{1}{9^2} \sin 9\omega t + \dots \right).$$

Если ограничиться тремя членами разложения в ряд и учесть, что $E_m = 10$ В, получим $e = (8,1 \sin \omega t - 0,9 \sin 3\omega t + 0,3 \sin 5\omega t)$ В. Действующее значение $E = E_m / \sqrt{3} = 5,78$ В (см. решение задачи 8.1).

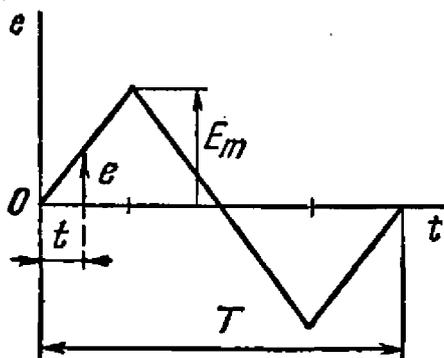


Рис. 8.1

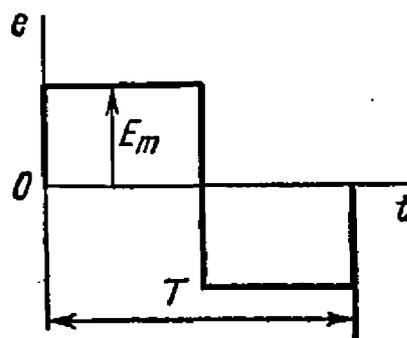


Рис. 8.3

Действующее значение также можно определить, воспользовавшись разложением в ряд:

$$E = \sqrt{E_{(1)}^2 + E_{(3)}^2 + E_{(5)}^2} = \sqrt{\left(\frac{8,1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,9}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0,3}{\sqrt{2}}\right)^2} = 5,77 \text{ В.}$$

Действующее значение э. д. с., определенное по трем членам разложения, с точностью до долей процента совпало с истинным значением, найденным аналитическим путем, что свидетельствует о допустимости представления несинусоидальных периодических величин ограниченным числом первых членов разложения в ряд Фурье.

8.3. Определить действующее и среднее значения, коэффициенты формы и амплитуды периодически изменяющейся э. д. с., график мгновенных значений которой приведен на рис. 8.3.

Каким числом членов ряда Фурье можно ограничиться, чтобы действующее значение э. д. с., определенное по разложению в ряд, отличалось от истинного не более чем на 5%.

Ответ. $E = E_{\text{ср. мод}} = E_m$; $k_{\text{ф}} = k_{\text{а}} = 1$. В разложении достаточно ограничиться двумя членами ряда.

8.4. Определить коэффициенты амплитуды и формы несинусоидального напряжения по показаниям вольтметров, приведенным в табл. 8.1.

Решение. Показания вольтметра электромагнитной системы независимо от формы кривой равны действующему значению измеряемого напряжения $U = 4,2$ В.

Отклонение подвижной части выпрямительного прибора пропорционально среднему значению напряжения. Градуировка шкалы

Система прибора	Вольтметры		Электронный вольтметр амплитудных значений
	электромагнитной системы	выпрямительной системы	
Показания прибора, В	4,2	4,0	6,1

производится в действующих значениях синусоидального напряжения. Для определения среднего по модулю значения необходимо разделить показание прибора на коэффициент формы синусоиды (равный 1,11): $U_{\text{ср. мод}} = 4,0/1,11 = 3,64$ В.

Показания электронного прибора с амплитудным детектором пропорциональны амплитудному значению измеряемого напряжения. Градуировка шкалы производится в действующих значениях синусоидального напряжения. Для определения амплитудного значения необходимо умножить показания прибора на коэффициент амплитуды синусоиды (равный 1,41): $U_m = 1,41 \cdot 6,1 = 8,5$ В.

Коэффициент формы $k_f = U/U_{\text{ср. мод}} = 1,15$; коэффициент амплитуды $k_a = U_m/U = 2,02$.

8.5. Напряжение источника изменяется по трапецеидальному закону (рис. 8.5, а). Записать ряд Фурье и построить по нему кривую мгновенных значений u , определить процентное содержание высших гармоник относительно основной гармоники (при разложении в ряд ограничиться седьмой гармоникой включительно).

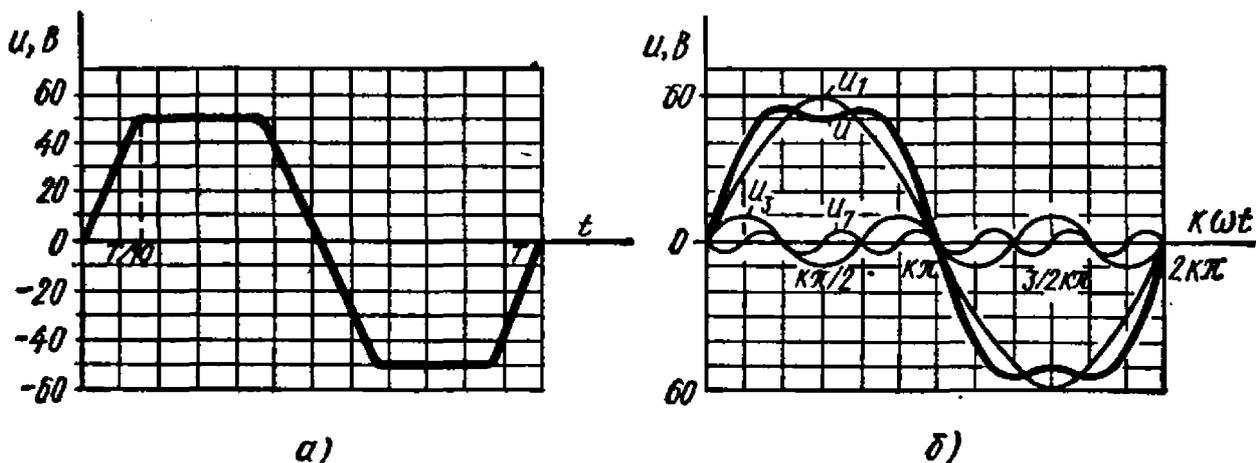


Рис. 8.5

Решение. Для напряжения трапецеидальной формы ряд Фурье имеет вид

$$u = \frac{4U_m}{\pi\alpha} \left(\sin \alpha \sin \omega t + \frac{1}{3^2} \sin 3\alpha \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\alpha \sin 5\omega t + \frac{1}{7^2} \sin 7\alpha \sin 7\omega t \right).$$

При $\alpha = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{10} = \frac{\pi}{5}$ в ряде будут отсутствовать гармоники, кратные 5, следовательно, $u = (59,6 \sin \omega t + 10,7 \sin 3\omega t - 1,97 \sin 7\omega t)$ В.

На рис. 8.5, б построены кривые отдельных гармоник и результирующая кривая, кривая $u_{(7)}$ вычерчена в масштабе, увеличенном в два раза по отношению к масштабу всех остальных гармоник. Отличие кривой u от заданной трапеции объясняется ограниченным числом взятых членов разложения.

Содержание высших гармоник относительно основной

$$\frac{U_{(3) m}}{U_{(1) m}} \cdot 100 = 18\%; \quad \frac{U_{(7) m}}{U_{(1) m}} \cdot 100 = 3,3\%.$$

8.6. Катушка с сопротивлением $r = 10$ Ом и индуктивностью $L = 33$ мГ подключена к источнику, напряжение которого изменяется по закону, показанному на рис. 8.5, а. Записать ряд Фурье для тока и определить коэффициент мощности цепи, если частота основной гармоники $f = 50$ Гц.

Решение. Для определения ряда тока найдем полные сопротивления катушки для отдельных гармоник:

$$\begin{aligned} z_{(1)} &= \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{10^2 + 11^2} = 14,87 \text{ Ом}, \\ z_{(3)} &= \sqrt{r^2 + (3\omega L)^2} = \sqrt{10^2 + 33^2} = 34,5 \text{ Ом}, \\ z_{(7)} &= \sqrt{r^2 + (7\omega L)^2} = \sqrt{10^2 + 77^2} = 77,6 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Амплитудные и действующие значения гармоник тока:

$$\begin{aligned} I_{(1) m} &= U_{(1) m} / z_{(1)} = 4,01 \text{ А}, \quad I_{(1)} = 2,84 \text{ А}, \\ I_{(3) m} &= U_{(3) m} / z_{(3)} = 0,31 \text{ А}, \quad I_{(3)} = 0,22 \text{ А}, \\ I_{(7) m} &= U_{(7) m} / z_{(7)} = 0,0254 \text{ А}, \quad I_{(7)} = 0,0183 \text{ А}. \end{aligned}$$

Коэффициенты мощности и углы сдвига фаз отдельных гармоник тока по отношению к напряжению:

$$\begin{aligned} \cos \varphi_{(1)} &= r / z_{(1)} = 0,672, \quad \varphi_{(1)} = 47^\circ 45', \\ \cos \varphi_{(3)} &= r / z_{(3)} = 0,29, \quad \varphi_{(3)} = 73^\circ 10', \\ \cos \varphi_{(7)} &= r / z_{(7)} = 0,129, \quad \varphi_{(7)} = 82^\circ 35'. \end{aligned}$$

Ряд тока

$$i = [4,01 \sin(\omega t - 47^\circ 45') + 0,31 \sin(3\omega t - 73^\circ 10') - 0,0254 \sin(7\omega t - 82^\circ 35')] \text{ А}.$$

Для определения коэффициента мощности $\chi = P/UI$ найдем действующие значения напряжения, тока и активную мощность цепи:

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(3)}^2 + U_{(7)}^2} = 43 \text{ В}, \\ I &= \sqrt{I_{(1)}^2 + I_{(3)}^2 + I_{(7)}^2} = 2,84 \text{ А}, \\ P &= U_{(1)} I_{(1)} \cos \varphi_{(1)} + U_{(3)} I_{(3)} \cos \varphi_{(3)} + U_{(7)} I_{(7)} \cos \varphi_{(7)} = r I_{(1)}^2 + r I_{(3)}^2 + \\ &\quad + r I_{(7)}^2 = r I^2 = 80,6 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\chi = \frac{80,6}{43 \cdot 2,84} = 0,66.$$

8.7. Напряжение на входе цепи (рис. 8.7) задано рядом $u = (105 \sin \omega t - 4,2 \sin 3\omega t + 2,14 \sin 7\omega t)$ В.

Определить процентное содержание высших гармоник относительно основной для напряжения и токов ветвей, если $r = 8$ Ом; $L = 25,5$ мГ; $C = 398$ мкФ; $\omega = 314$ рад/с

Ответ. Результаты расчета приведены в табл. 8.2.

Таблица 8.2

Электрическая величина	Процентное содержание	
	пятой гармоники	седьмой гармоники
u	3,83	2,04
i_r	3,83	2,04
i_L	0,801	0,292
i_C	20,1	14,4

Гармонический состав тока резистора одинаков с напряжением, следовательно, форма тока в резисторе повторяет форму приложенного напряжения.

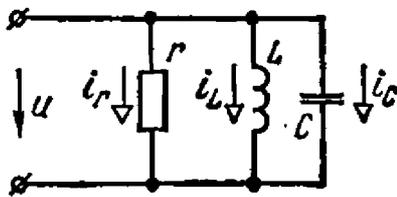


Рис. 8.7

Процентное содержание высших гармоник тока индуктивной катушки ниже, чем напряжения, следовательно, кривая тока в индуктивной катушке «сглажена» по сравнению с приложенным напряжением.

Процентное содержание высших гармоник тока конденсатора выше, чем напряжения, следовательно, кривая тока в конденсаторе более искажена, чем приложенное напряжение.

8.8. Напряжение на входе схемы, содержащей последовательно включенные r и C , задано уравнением

$$u = [141 \sin(\omega t - 43^\circ) + 31 \sin(3\omega t + 12^\circ)] \text{ В.}$$

Записать уравнение для мгновенных значений тока. Определить действующие значения напряжения и тока и активную мощность, если сопротивление $r = 10$ Ом и емкость $C = 96,5$ мкФ, $\omega = 314$ рад/с.

Ответ. $I = 3,25$ А, $U = 103$ В, $P \approx 106$ Вт, $i = [4,08 \sin(\omega t + 30^\circ 10') + 2,08 \sin(3\omega t + 59^\circ 45')] \text{ А.}$

8.9. Определить действующее значение тока и мощность цепи рис. 8.9, если сопротивление $r = 10$ Ом, индуктивность $L = 8,5$ мГ,

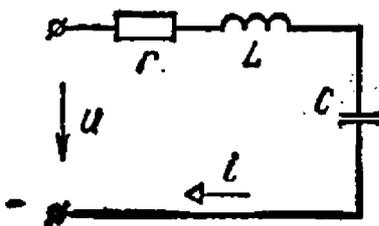


Рис. 8.9

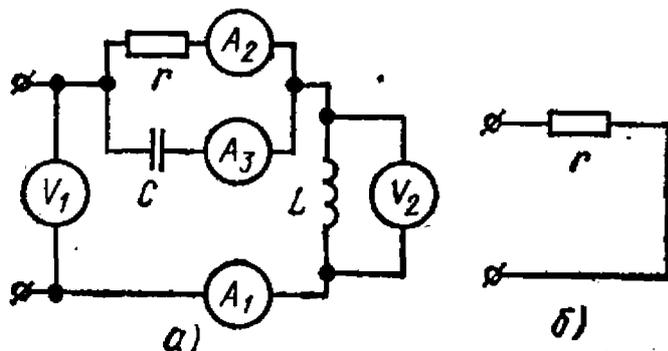


Рис. 8.10

емкость $C = 132,8$ мкФ, а напряжение задано уравнением $u = (70,5 \sin \omega t + 40 \sin 3\omega t)$ В.

Ответ. $I = 3,54$ А, $P = 126$ Вт.

8.10. Напряжение на входе цепи (рис. 8.10, а) задано выражением $u = U_{(0)} + U_{(1)m} \sin 314t$.

Определить параметры цепи r , L и C по показаниям приборов, приведенным в табл. 8.3.

Таблица 8.3

Приборы	A_1	A_2	A_3	V_1	V_2
Система прибора	мэ	эм	эм	мэ	эм
Единицы измерения	А	А	А	В	В
Показание приборов	0,3	0,5	0,4	10	12

Решение. Проведем анализ и расчет цепи поочередно для каждой из составляющих входного напряжения, учитывая, что приборы магнитоэлектрической системы (мэ) реагируют только на постоянные составляющие напряжения или тока, а показания приборов электромагнитной системы (эм) определяются действующими значениями электрических величин.

Сопротивление конденсатора на постоянном токе равно бесконечности, индуктивное сопротивление катушки постоянному току равно нулю, поэтому схема замещения рассматриваемой цепи на постоянном токе будет иметь вид, показанный на рис. 8.10, б.

Из схемы рис. 8.10, б видно, что постоянная составляющая тока в резисторе $I_{(0)r}$ равна постоянной составляющей тока неразветвленного участка $I_{(0)L}$ и равна показанию прибора A_1 , $I_{(0)r} = 0,3$ А.

Постоянная составляющая напряжения на резисторе $U_{(0)r}$ равна постоянной составляющей входного напряжения, т. е. показанию первого вольтметра $U_{(0)r} = 10$ В. Следовательно, $r = U_{(0)r} / I_{(0)r} = 33$ Ом.

Для определения параметров C и L рассчитаем действующие значения токов и напряжений на основной гармонике. Прибор A_2 показывает действующее значение тока в резисторе $I_r = \sqrt{I_{(0)r}^2 + I_{(1)r}^2}$, следовательно, $I_{(1)r} = \sqrt{I_r^2 - I_{(0)r}^2} = \sqrt{0,5^2 - 0,3^2} = 0,4$ А.

Постоянная составляющая тока в конденсаторе отсутствует, поэтому амперметр A_3 показывает действующее значение основной гармоники тока $I_{(1)c} = 0,4$ А.

Резистор и конденсатор соединены параллельно и равенство действующих значений токов основной гармоники свидетельствует о том, что сопротивления этих элементов на частоте $\omega = 314$ рад/с

равны; следовательно, $\frac{1}{\omega C} = r = 33 \text{ Ом}$, емкость конденсатора $C = 96 \text{ мкФ}$.

Токи резистора и конденсатора сдвинуты на угол $\pi/2$, поэтому комплекс тока основной гармоники на неразветвленном участке определится выражением $\dot{I}_{(1)L} = (0,4 + j0,4) \text{ А}$, а действующее значение тока в индуктивности $I_{(1)L} = \sqrt{2} \cdot 0,4 = 0,56 \text{ А}$.

Так как на неразветвленном участке постоянная составляющая напряжения равна нулю, а вольтметр V_2 показывает действующее значение напряжения первой гармоники $U_{(1)L} = 12 \text{ В}$, то, следовательно, $\omega L = U_{(1)L} / I_{(1)L} = 12 / 0,56 = 21,4 \text{ Ом}$, $L = 0,68 \text{ Г}$.

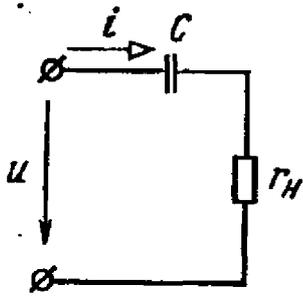


Рис. 8.11

8.11. Напряжение на входе цепи рис. 8.11 задано уравнением $u = (100 + 50 \sin 314 t) \text{ В}$.

Записать уравнения для мгновенных значений напряжения на конденсаторе и резисторе, если емкость $C = 2,5 \text{ мкФ}$ и сопротивление $r_{(n)} = 100 \text{ кОм}$.

Ответ. $u_c = 100 + 0,635 \sin(\omega t - 89^\circ 15')$ В,
 $u_n = 50 \sin(\omega t + 45')$ В.

Конденсатор, включенный в цепь (рис. 8.11), иногда называют разделительным, так как в рассматриваемой цепи происходит разделение постоянной и переменной составляющих напряжений. С большой степенью точности можно сказать, что на зажимах конденсатора выделилась постоянная составляющая, а на зажимах резистора — переменная составляющая приложенного напряжения.

8.12. Напряжение на входе цепи (рис. 8.12, а—в) содержит постоянную составляющую, основную и третью гармоники. Опре-

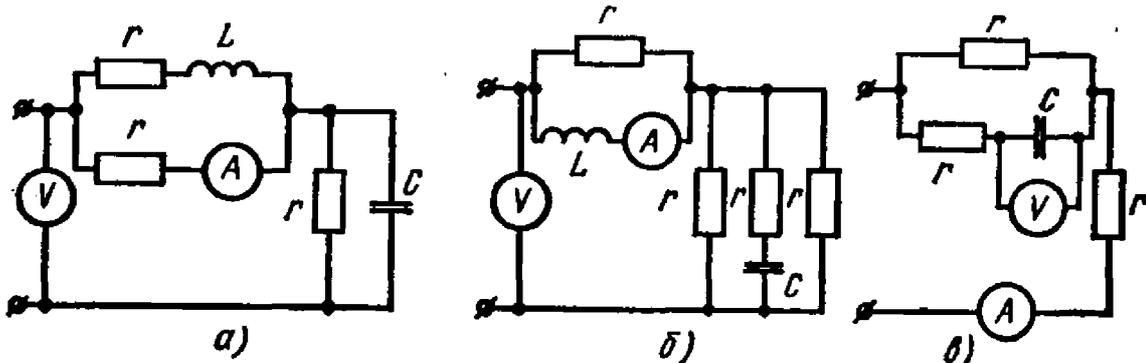


Рис. 8.12

делить сопротивление резистора r по заданным показаниям приборов магнитоэлектрической системы $U_V = 12 \text{ В}$, $I_A = 0,2 \text{ А}$.

Ответ дан в табл. 8.4.

Таблица 8.4

Схема	а	б	в
Сопротивление, Ом	20	120	60

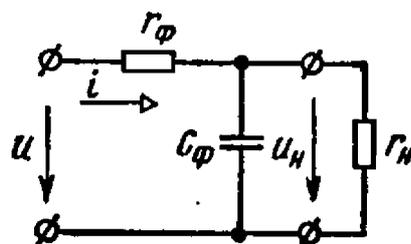


Рис. 8.13

8.13. Для уменьшения пульсаций напряжения на резисторе r_n , подключенном к однополупериодному выпрямителю, применен Г-образный сглаживающий rC -фильтр, схема которого изображена на рис. 8.13.

Определить коэффициенты пульсаций (отношение амплитуды основной гармоники напряжения к постоянной составляющей $q = U_{(1)m}/U_0$) для напряжения u и напряжения u_n , если параметры фильтра $r_\phi = 1$ кОм, $C_\phi = 10$ мкФ, а сопротивление резистора $r_n = 10$ кОм. Напряжение на входе фильтра задано уравнением $u = (70 + 60 \cos \omega t)$ В.

Решение. Коэффициент пульсаций для напряжения на входе фильтра $q_n = U_{(1)m}/U = 60/70 = 0,857$.

Для того чтобы определить коэффициент пульсаций для напряжения на резисторе, проведем расчет схемы от постоянной составляющей и основной гармоники напряжения:

$$U_{n(0)} = \frac{r_n U_{(0)}}{r_\phi + r_n} = \frac{10\,000 \cdot 70}{11\,000} = 63,6 \text{ В.}$$

Основная гармоника напряжения

$$U_{n(1)m} = \frac{U_{(1)m}}{z_{(1)}} z_{p(1)},$$

где $z_{(1)}$ — входное сопротивление цепи рис. 8.13 по первой гармонике; $z_{p(1)}$ — сопротивление разветвления по первой гармонике.

Для определения величин $z_{(1)}$ и $z_{p(1)}$ воспользуемся комплексными сопротивлениями:

$$Z_{p(1)} = \frac{r_n \left(-j \frac{1}{\omega C_\phi} \right)}{r_n - j \frac{1}{\omega C_\phi}} = \frac{10\,000 (-j 318)}{10\,000 - j 318} = (10,1 - j 318) \text{ Ом;}$$

$$z_{p(1)} = 318 \text{ Ом;}$$

$$Z_{(1)} = r_\phi + Z_{p(1)} = 1010,1 - j 318; \quad z_{(1)} = 1060 \text{ Ом.}$$

Амплитуда основной гармоники напряжения

$$U_{n(1)m} = \frac{60 \cdot 318}{1060} = 18,06 \text{ В.}$$

Коэффициент пульсаций для напряжения на резисторе

$$q_n = U_{n(1)m}/U_{n(0)} = 18,06/63,6 = 0,284.$$

8.14. Для уменьшения пульсаций напряжения на нагрузочном резисторе r_n , подключенном к двуполупериодному выпрямителю, применен индуктивный фильтр (рис. 8.14). Определить коэффициенты пульсаций для напряжения на входе фильтра q , напряжения на резисторе q_n , если $L = 0,8$ Г, $r_n = 100$ Ом. Напряжение на входе фильтра задано уравнением $u = (70 + 32 \cos 628 t)$ В.

Ответ. $q = 0,455$; $q_n = 0,17$.

8.15. Для уменьшения пульсаций напряжения на резисторе, подключенном к двухполупериодному выпрямителю, применен Г-образный LC-фильтр, собранный по схеме рис. 8.15.

Определить коэффициенты пульсаций q и q_H для напряжения питания и напряжения на резисторе, если параметры фильтра

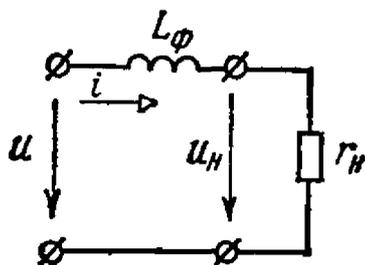


Рис. 8.14

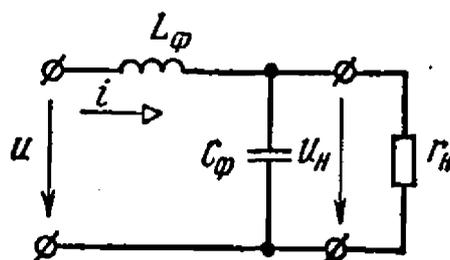


Рис. 8.15

$L_\phi = 2,6$ Г, $C_\phi = 3,2$ мкФ, а сопротивление $r_H = 10$ кОм. Напряжение на входе фильтра задано уравнением $u = (64 + 36 \cos 2\omega t)$ В.

Ответ. $q = 0,563$; $q_H = 0,171$.

8.16. Для выделения на нагрузочном резисторе r_H второй гармоники напряжения применен фильтр, собранный по схеме рис. 8.16. Определить отношение действующего значения напряжения второй гармоники к действующему значению напряжения для источника и напряжения на резисторе, если $L_\phi = 63,4$ мГ; $C_\phi = 0,001$ мкФ, $r_H = 500$ Ом, $f = 10$ кГц, а приложенное напряжение задано уравнением $u = (10,5 \sin \omega t + 4,7 \sin 2\omega t + 1,1 \sin 3\omega t)$ В.

Решение. Действующее значение напряжения источника

$$U = \sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(2)}^2 + U_{(3)}^2} = 8,2 \text{ В.}$$

Искомое отношение для напряжения источника

$$U_{(2)}/U = \frac{4,7}{\sqrt{2 \cdot 8,2}} = 0,407.$$

Первая гармоника напряжения на резисторе

$$U_{H(1)} = \frac{r_H U_{(1)}}{z_{(1)}},$$

где $z_{(1)} = \sqrt{r_H^2 + (x_{L(1)} - x_{C(1)})^2}$.

В свою очередь

$$x_{L(1)} = 2\pi f L_\phi = 3980 \text{ Ом,}$$

$$x_{C(1)} = \frac{1}{2\pi f C_\phi} = 15920 \text{ Ом.}$$

Окончательно имеем $z_{(1)} = 11,94$ кОм, $U_{H(1)} = 0,318$ В. Вторая гармоника напряжения на резисторе

$$U_{H(2)} = \frac{r_H U_{(2)}}{z_{(2)}},$$

$$x_{L(2)} = 2x_{L(1)} = 7960 \text{ Ом, } x_{C(2)} = x_{C(1)}/2 = 7960 \text{ Ом.}$$

В схеме рис. 8.16 на частоте 20 кГц возникает резонанс напряжений, поэтому

$$z_{(2)} = r_n \text{ и } U_{n(2)} = U_{(2)} = 4,7/\sqrt{2} = 3,33 \text{ В.}$$

Третья гармоника напряжения на нагрузке

$$U_{n(3)} = \frac{r_n U_{(3)}}{z_{(3)}},$$

$$x_{L(3)} = 3x_{L(1)} = 11940 \text{ Ом, } x_{C(3)} = x_{C(1)}/3 = 5307 \text{ Ом,}$$

$$z_{(3)} = \sqrt{(x_{L(3)} - x_{C(3)})^2 + r_n^2} = 6650 \text{ Ом, } U_{n(3)} = 0,0587 \text{ В.}$$

Действующее значение напряжения на резисторе

$$U_n = \sqrt{U_{n(1)}^2 + U_{n(2)}^2 + U_{n(3)}^2} = 3,34 \text{ В.}$$

Искомое отношение для напряжения на резисторе

$$U_{n(2)}/U_n = 3,33/3,34 = 0,997.$$

Следовательно, рассматриваемый фильтр имеет избирательные свойства: на нагрузочном резисторе практически выделилась только вторая гармоника приложенного напряжения.

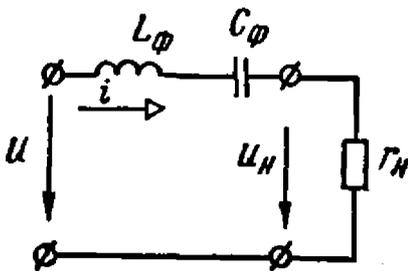


Рис. 8.16

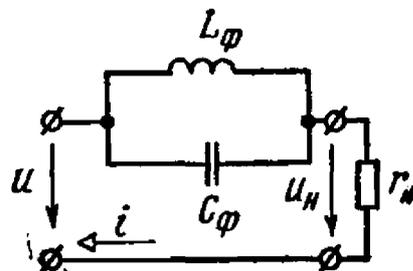


Рис. 8.17

8.17. Для выделения на резисторе r_n основной гармоники приложенного напряжения использован заградительный фильтр, собранный по схеме рис. 8.17.

Определить коэффициенты искажения для напряжения питания и напряжения на нагрузке, если $C_\phi = 0,007$ мкФ, $L_\phi = 101$ мГ, $f = 2000$ Гц, $r_n = 20$ кОм, а подведенное к схеме напряжение $u = (14,1 \sin \omega t + 6 \sin 3\omega t)$ В.

Ответ. Коэффициент искажения определяется отношением $k_u = U_{(1)}/U$. Для напряжения питания $k_u = 0,918$, для напряжения на резисторе $k_u = 1$, следовательно, применение резонансного фильтра обеспечило синусоидальный закон изменения напряжения на нагрузочном резисторе.

8.18*. Перечислите номера гармоник, которые будет содержать ряд Фурье, записанный: а) для тока i_1 ; б) для тока i_2 ; в) для напряжения u_{ab} , если напряжение на входе схем рис. 8.18, а — в задано уравнением $u = U_{(1)m} \sin \omega t + U_{(2)m} \sin 2\omega t + U_{(3)m} \sin 3\omega t$.

Ответы даны в табл. 8.5.

Наименование несинусоидальной величины	Номера гармоник, содержащихся в ряду Фурье (рис. 8.18)		
	схема а	схема б	схема в
Ток i_1	1, 2, 3	1, 2, 3	2
Ток i_2	1, 3	2, 3	1, 2, 3
Напряжение u_{AB}	3	1, 2, 3	2, 3

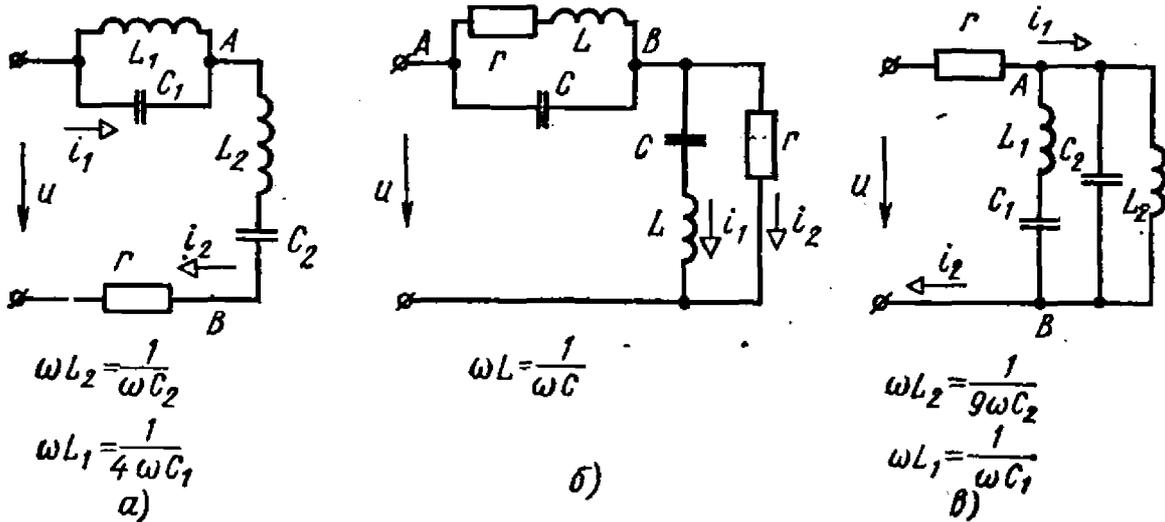


Рис. 8.18

8.19. Напряжение на входе избирательного rC -фильтра (рис. 8.19) задано выражением $u_{вх} = 10 + 30 \sin \omega t + 8 \sin 3\omega t$.

Определить коэффициенты искажения для напряжения на входе и выходе фильтра, если $r = 10$ кОм и $\omega = \frac{1}{rC}$.

Ответ. $k_{u_{вх}} = 0,87$; $k_{u_{вых}} = 0,98$.

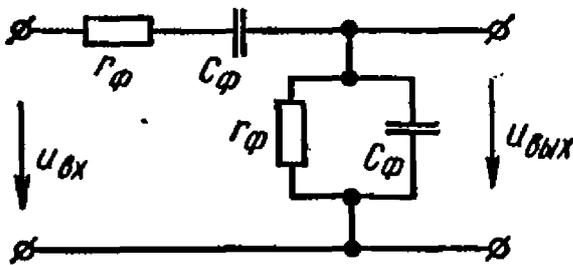


Рис. 8.19

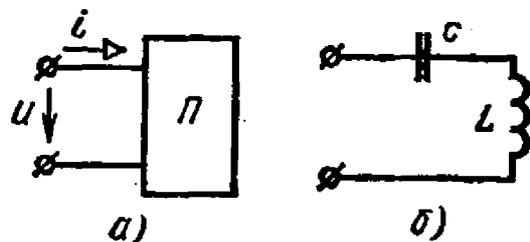


Рис. 8.20

8.20. Напряжение и ток пассивного двухполюсника рис.8.20, а заданы выражениями

$$i = (0,5 \sin \omega t + 0,1 \sin 3\omega t) \text{ А,}$$

$$u = \left[2 + 4 \sin \left(3\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \right] \text{ В.}$$

Начертить эквивалентную схему двухполюсника и определить ее параметры, если $\omega = 1884$ рад/с.

Решение. Рассмотрим гармонический состав тока и напряжения. Постоянная составляющая напряжения отличается от нуля, а ток не содержит постоянной составляющей, следовательно, входное сопротивление двухполюсника по постоянной составляющей бесконечно велико. По условиям задачи $I_{(1)m} = 0,5$ А, в то время как основная гармоника кривой напряжения отсутствует: $U_{(1)m} = 0$, следовательно, входное сопротивление двухполюсника на частоте основной гармоники равно нулю. Такое сопротивление имеет двухполюсник рис. 8.20, б в режиме резонанса напряжений, когда $\omega L = 1/\omega C$.

Сопротивление двухполюсника (рис. 8.20, б) по постоянной составляющей равно бесконечности, а сопротивление двухполюсника по третьей гармонике $z_{(3)} = U_{(3)m}/I_{(3)m} = 4/0,1 = 40$ Ом.

Для двухполюсника рис. 8.20, б это сопротивление определяется выражением $z_{(3)} = 3\omega L - 1/3\omega C$, следовательно, $3\omega L - 1/3\omega C = 40$ Ом. Так как $\omega = 1884$ рад/с и $\omega L = 1/\omega C$, параметры эквивалентной схемы должны равняться $L = 7,98$ мГ и $C = 35,4$ мкФ.

8.21. Решить задачу 8.20 при условии, что

$$i = [2 + 0,8 \sin(\omega t - \pi/2)] \text{ А,}$$

$$u = (10 \sin \omega t + 4 \sin 3\omega t) \text{ В.}$$

Ответ. Схема эквивалентного двухполюсника приведена на рис. 8.21. Параметры схемы $L = 5,9$ мГ, $C = 5,3$ мкФ.

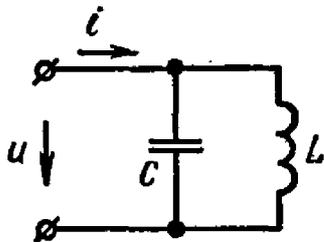


Рис. 8.21

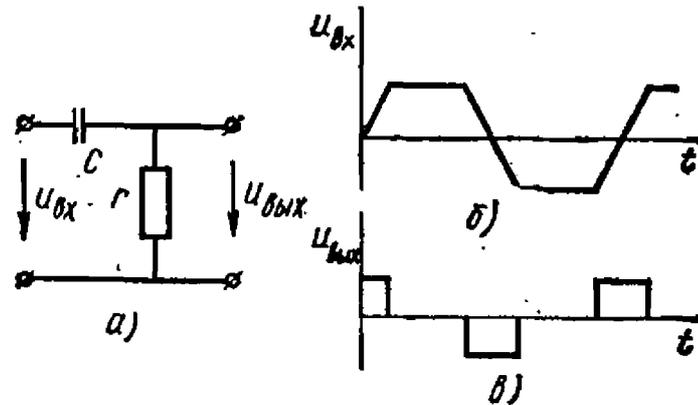


Рис. 8.22

8.22. Изобразить график мгновенных значений напряжения $u_{\text{вых}}$ для схемы рис. 8.22, а, если входное напряжение $u_{\text{вх}}$ изменяется по закону, показанному на рис. 8.22, б. Параметры схемы r и C подобраны таким образом, что $u_C \gg u_r$.

Решение. Напряжение на выходе прямо пропорционально току $u_{\text{вых}} = ri$. Так как $u_C \gg u_r$, то можно принять $u_C \approx u_{\text{вх}}$, следовательно, $i = C \frac{du_C}{dt} \approx C \frac{du_{\text{вх}}}{dt}$. Тогда $u_{\text{вых}} = ri = rC \frac{du_{\text{вх}}}{dt}$ и схема рис. 8.22 осуществляет операцию дифференцирования входного напряжения по времени. Закон изменения выходного напряжения приведен на рис. 8.22, в.

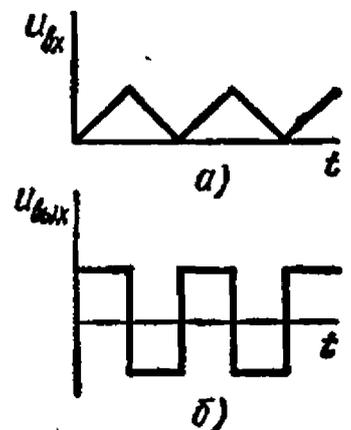


Рис. 8.23

8.23. Решить задачу 8.22 при условии, что входное напряжение изменяется по закону, данному на рис. 8.23, а.

Ответ. Закон изменения выходного напряжения приведен на рис. 8.23, б.

Глава 9

МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПОСТОЯННОЙ МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛОЙ

9.1. На кольцевой замкнутый сердечник (рис. 9.1) равномерно нанесена обмотка с числом витков $\omega = 200$. Поперечное сечение кольца прямоугольное. Наружный диаметр кольца $D = 16$ см, внутренний диаметр $d = 10$ см, толщина $b = 4$ см.

Определить ток в обмотке катушки, при котором магнитный поток в сердечнике $\Phi = 12 \cdot 10^{-4}$ Вб $= 120\ 000$ Мкс, если материал сердечника: а) дерево, б) литая сталь, в) листовая электротехническая сталь Э42.

Решение. Магнитная индукция в сердечниках из дерева и литой стали

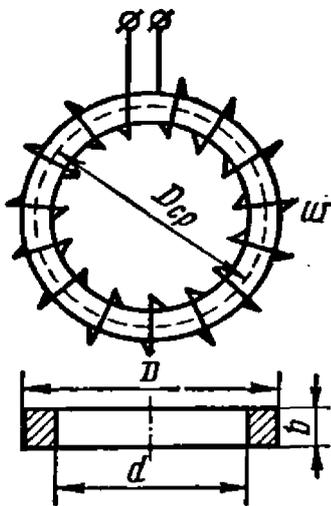


Рис. 9.1

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Phi}{\frac{D-d}{2} b} = \frac{12 \cdot 10^{-4}}{\frac{16-10}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 1 \text{ Т} = 10\ 000 \text{ Гс.}$$

Магнитная индукция в сердечнике из листовой электротехнической стали Э42 (с учетом коэффициента заполнения стали $k_{з.с} = 0,9$)

$$B' = \frac{\Phi}{k_{з.с} S} = 1,11 \text{ Т} = 11\ 100 \text{ Гс.}$$

а. Напряженность поля в сердечнике из дерева

$$H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1 \text{ Т}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Г/м}} = 8 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

Ток в обмотке находим из уравнения $H = \omega I / l_{\text{ср}}$:

$$I = \frac{l_{\text{ср}} H_0}{\omega} = \frac{40,8 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^5}{200} = 1632 \text{ А,}$$

где

$$l_{\text{ср}} = \pi D_{\text{ср}} = \pi \frac{D+d}{2} = 40,8 \text{ см.}$$

Обычно для катушек кольцевых сердечников плотность тока в обмотке с лакостойкой или хлопчатобумажной изоляцией допускается не выше $\Delta = 3 \text{ А/мм}^2$, поэтому для данного тока потребовался бы провод с лакостойкой изоляцией сечением $q = I/\Delta = 1632/3 = 544 \text{ мм}^2$.

В этом случае площадь окна намотки S_m при $w = 200$ должна быть равна (без учета коэффициента заполнения меди $k_{з.м}$)

$$S_m = 544 \cdot 10^{-2} \cdot 200 = 1088 \text{ см}^2.$$

Для данного размера сердечника площадь окна намотки (без учета $k_{з.м}$) составляет ..

$$S_m = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 10^2}{4} = 78,5 \text{ см}^2.$$

Следовательно, в этом сердечнике заданный поток получить невозможно.

б. Напряженность поля в сердечнике из литой стали определяется по кривой намагничивания (см. приложение 9.1 а): при $B = 1 \text{ Т}$ $H_{ст} = 750 \text{ А/м}$ и ток в обмотке $I = 1,53 \text{ А}$.

в. Аналогично для сердечника из стали Э42 при $B = 1,11 \text{ Т}$ $H_{ст} = 570 \text{ А/м}$ и ток в обмотке $I = 1,16 \text{ А}$.

Сопоставляя полученные результаты, видим, что один и тот же магнитный поток Φ можно получить при меньших магнитодвижущих силах, если материал сердечника легче намагничивается.

9.2. Определить относительные магнитные проницаемости и магнитные сопротивления ферромагнитных сердечников задачи 9.1 и индуктивности их катушек.

Указание и ответ. Заданные величины можно подсчитать, пользуясь следующими соотношениями:

для относительной магнитной проницаемости

$$\mu = \frac{B \text{ (Т)}}{\mu_0 \text{ (Г/м)} H \text{ (А/м)}}; \quad (9.1)$$

для магнитного сопротивления магнитопровода

$$R_m = \frac{w I \text{ (А)}}{\Phi \text{ (Вб)}} = \frac{l \text{ (м)}}{\mu_0 \text{ (Г/м)} \mu S \text{ (м}^2\text{)}} \left[\frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}} \right];$$

для индуктивности катушки

$$L = \frac{w \Phi}{I} = \frac{\mu \mu_0 \text{ (Г/м)} w^2 S \text{ (м}^2\text{)}}{l \text{ (м)}} = \frac{w^2}{R_m} \text{ (Г)}.$$

Результаты вычислений приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Материал сердечника	Ток I , А	Индуктивность L , мГ	Относительная магнитная проницаемость μ	Магнитное сопротивление R_m , $\frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}}$
Литая сталь	1,53	157	1065	$2,55 \cdot 10^5$
Сталь Э42	1,16	207	1560	$1,93 \cdot 10^5$

9.3. Определить, как изменится индуктивность катушки задачи 9.1, у которой материал сердечника выполнен из стали Э42, если ток в обмотке ($I = 1,16$ А) увеличить в два раза.

Ответ. Индуктивность катушки уменьшится и будет равной $L = 129$ мГ, так как материал сердечника при заданном увеличении тока находится в состоянии насыщения, а относительная магнитная проницаемость уменьшается [см. формулу (9.1) задачи 9.2].

9.4. Определить величины H , B , Φ , μ , R_m и L кольцевого сердечника из ферромагнитного материала марки 50НП, если сечение сердечника $S = 0,7$ см² и длина его средней линии $l_{cp} = 15$ см. В равномерно распределенной обмотке с числом витков $\omega = 500$ ток $I = 18$ мА.

Ответ. $H = 60$ А/м, $B = 1$ Т, $\Phi = 7 \cdot 10^{-5}$ Вб, $\mu = 13\,300$, $R_m = 128\,500 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}}$, $L = 1,94$ Г.

9.5. Кольцевой сердечник типа ОЛ32/50—16 (см. приложение 9.2) с числом витков $\omega = 128$ можно выполнить из стали Э310 или пермаллоя 79НМ. Длина средней линии сердечника $l_{cp} = 12,8$ см, $k_{з.с} = 0,95$.

В каком из сердечников можно получить больший магнитный поток при двух токах в обмотках — 0,01 и 0,4 А?

Ответ. В первом случае (при токе $I = 0,01$ А) напряженность магнитного поля в обоих сердечниках $H = 0,1$ А/см, а потоки $\Phi_1 = 27,4 \cdot 10^{-6}$ Вб (в стали) и $\Phi_2 = 76,3 \cdot 10^{-6}$ Вб (в пермаллое). Во втором случае $H = 4$ А/см, $\Phi_1 = 198 \cdot 10^{-6}$ Вб и $\Phi_2 = 117,8 \cdot 10^{-6}$ Вб. Пермаллой предпочтительнее применять при малых напряженностях магнитного поля ($H < 1$ А/см).

9.6. В схемах автоматики широко применяется магнитный усилитель, основным элементом которого является ферромагнитный сердечник с обмотками (рис. 9.6). Одна из обмоток магнитного уси-

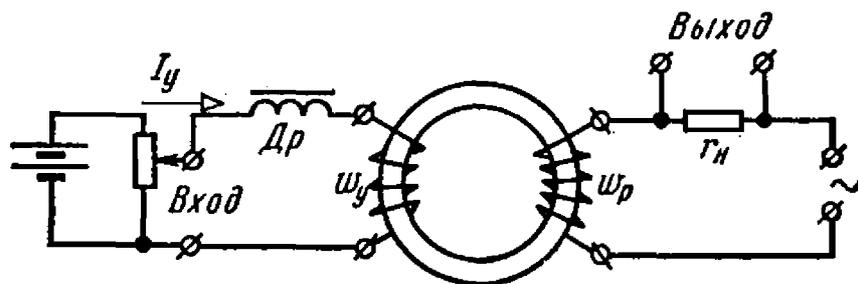


Рис. 9.6

лителя — обмотка управления ($\omega_y = 200$) — питается постоянным током I_y . Сердечник может быть выполнен из стали Э310, из пермаллоя 79НМ или из пермендюра*.

Какой материал можно выбрать для сердечника, чтобы получить магнитный поток $\Phi = 1,4 \cdot 10^{-5}$ Вб при наименьшем токе управления и отсутствии тока в рабочей обмотке ω_p ? Диаметры сердечника: внутренний $d = 20$ мм, внешний $D = 28$ мм, а толщина $b = 5$ мм.

* Магнитные характеристики материалов см. в приложении 9.1.

Ответ. Для сердечника из пермаллоя 79НМ получается минимальный ток управления $I_y = 13,2$ мА, при $k_{зс} \approx 1$.

9.7. Определить магнитный поток в сердечнике и индуктивность катушки с числом витков $\omega = 100$.

Кольцевой сердечник катушки выполнен из электротехнической стали Э42 с диаметрами: внешним $D = 28$ мм, внутренним $d = 20$ мм и толщиной $b = 5$ мм. Ток в обмотке $I = 0,09$ А, при $k_{зс} \approx 1$.

Ответ. $\Phi = 9,8 \cdot 10^{-6}$ Вб; $L = 1,09 \cdot 10^{-2}$ Г.

9.8. Индуктивность катушки со стальным сердечником можно регулировать, изменяя величину тока в обмотке.

Определить индуктивности катушки предыдущей задачи 9.7, если ток в обмотке увеличить: а) в 2 раза; б) в 5 раз.

Ответ. а) $L = 0,845 \cdot 10^{-2}$ Г; б) $L = 0,49 \cdot 10^{-2}$ Г. Из-за нелинейности кривой намагничивания стали отсутствует пропорциональность между изменениями тока и индуктивности катушки.

9.9. В сердечнике из литой стали (рис. 9.9) необходимо создать магнитную индукцию $B = 1$ Т. Число витков равномерно намотанной на сердечник обмотки $\omega = 200$, длина средней линии сердечника $l_{ср} = 69$ см, сечение $S = 6$ см².

Как изменятся ток и магнитное сопротивление магнитопровода, если в сердечнике сделать воздушный зазор $\delta = 0,5$ мм? Магнитный поток сердечника должен остаться без изменения. При расчете рассеянием пренебречь и считать поле в воздушном зазоре однородным.

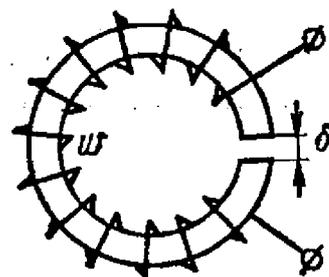


Рис. 9.9

Решение. Пренебрегая потоком рассеяния, считаем, что магнитная индукция в воздушном зазоре и в стали одинакова: $B_0 = B_c = 1$ Т.

Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре

$$H_0 = B_0 / \mu_0 = 8 \cdot 10^5 B_0 \text{ А/м} = 8 \cdot 10^5 \cdot 1,0 = 800 \cdot 10^3 \text{ А/м.}$$

Напряженность поля в сердечнике для $B = 1$ Т по кривой намагничивания литой стали (см. приложение 9.1а) равна $H_{ст} = 750$ А/м.

Магнитодвижущая сила обмотки:

при отсутствии в сердечнике воздушного зазора

$$\omega I_1 = l_{ср} H_{ст} = 0,69 \cdot 750 = 517,5 \text{ А;}$$

при наличии в сердечнике воздушного зазора

$$\omega I_2 = l_{ср} H_{ст} + \delta H_0 = 517,5 + 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \cdot 10^3 = 917,5 \text{ А.}$$

Токи в обмотке:

$$I_1 = \frac{\omega I_1}{\omega} = \frac{517,5}{200} = 2,58 \text{ А, } I_2 = \frac{\omega I_2}{\omega} = \frac{917,5}{200} = 4,58 \text{ А.}$$

Ток нужно увеличить на $\Delta I = 4,58 - 2,58 = 2$ А, т. е. почти в два раза.

Магнитное сопротивление:

магнитопровода

$$R_{м.с} = \frac{l_{ср}}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{l_{ср}}{\frac{B}{H_{ст}} S} = \frac{69 \cdot 10^{-2}}{\frac{1}{750} 6 \cdot 10^{-4}} = 8,65 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}};$$

воздушного зазора

$$R_\delta = \frac{\delta}{\mu_0 S} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = 6,63 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}};$$

магнитопровода с воздушным зазором

$$R_m = R_{м.с} + R_\delta = (8,65 + 6,63) \cdot 10^5 = 15,3 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}}.$$

Этот же результат можно получить из соотношения

$$R_m = \frac{\omega I_2}{BS} = \frac{917,5}{1,6 \cdot 10^{-4}} = 15,3 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}}.$$

9.10. В воздушном зазоре магнитопровода катушки (рис. 9.10), набранного из пластин стали Э12, требуется получить индукцию $B_0 = 1 \text{ Т}$.

Определить ток в катушке с числом витков $\omega = 500$, если воздушный зазор равен: а) $\delta = 0,55 \text{ мм}$, б) $\delta = 2 \text{ мм}$. Как изменится индуктивность катушки с увеличением воздушного зазора, если магнитная индукция в зазоре должна оставаться при этом неизменной? При расчете потоком рассеяния пренебречь. Коэффициент заполнения стали $k_{з.с} = 0,95$. Размеры даны в миллиметрах.

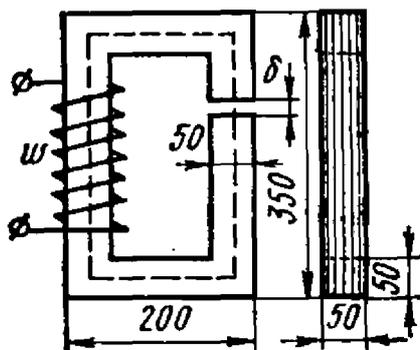


Рис. 9.10

Ответ. а) $I = 1,78 \text{ А}$, $L = 0,067 \text{ Г}$;
б) $I = 4,10 \text{ А}$, $L = 0,029 \text{ Г}$.

Индуктивность катушки с увеличением воздушного зазора уменьшается.

9.11*. Определить ток в обмотке катушки с незамкнутым магнитопроводом (рис. 9.11, а, б), если заданы средняя длина $l_{ср}$ и поперечное сечение сердечника S , длина воздушного зазора δ , число витков обмотки ω и величина магнитного потока в зазоре Φ_0 (табл. 9.2). При расчете полем рассеяния пренебречь, магнитное

Таблица 9.2

Вариант	$l_{ср}$	S	δ	ω	Φ_0	Материал	Рис. 9.11
1	100	4	0,02	500	$4 \cdot 10^{-4}$	Э42	а
2	70	4	0,05	500	$4 \cdot 10^{-4}$	Э12	а
3	86	25	0,1	400	$30 \cdot 10^{-4}$	50НП	б
4	86	25	0,1	400	$30 \cdot 10^{-4}$	Э31	б

В, Т	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	Материал
H, А/м	0	40	95	160	270	435	850	Э42
	0	55	135	220	335	500	875	Э12
	0	—	65	120	185	300	550	Э31
	0	12	18	27	40	60	130	50НП

поле в зазоре считать равномерным. Сечение магнитопровода задано в см^2 ; средняя длина магнитопровода и длина воздушного зазора — в см, а поток — в Вб.

Магнитные характеристики материалов заданы табл. 9.3.

Ответ. 1,19 А; 1,5 А; 3,60 А; 2,68 А.

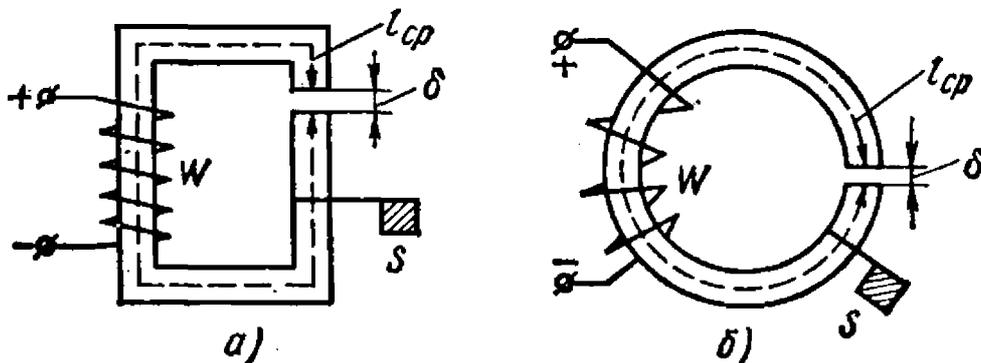


Рис. 9.11

9.12. Катушка с кольцевым сердечником, содержащим переменный воздушный зазор, подключена к сети постоянного тока напряжением $U = 12$ В. Обмотка катушки имеет сопротивление $R = 12$ Ом и число витков $w = 1000$. Сердечник выполнен из стали Э42 и имеет диаметры: внешний $D = 22$ см, внутренний $d = 18$ см и толщину пакета $b = 1$ см, $k_{зс} \approx 1$.

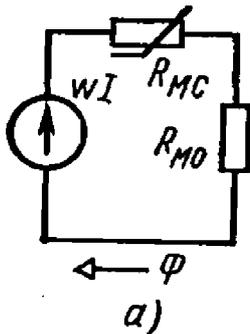
Определить магнитный поток и индуктивность катушки, когда воздушный зазор сердечника $\delta_1 = 0,01$ см, и нарисовать аналоговую схему замещения магнитной цепи.

Решение. Магнитодвижущая сила для заданного сердечника определяется уравнением $wI = l_c H_{ст} + \delta H_v$, которое можно решить с помощью графического построения опрокинутой характеристики (см. гл. 2, задача 2.5). Задаваясь произвольно несколькими значениями потока Φ в сердечнике и зная величину поперечного сечения сердечника $S = \frac{D-d}{2} b = 2 \text{ см}^2$, вычисляем значение индукции B для каждого из принятых потоков. Затем по кривой намагничивания (см. приложение 9.1а, б) находим соответствующие значения $H_{ст}$ и вычисляем $l_c H_{ст}$, где $l_c = \pi \frac{D+d}{2} = 62,8$ см.

Полученные результаты расчетов сведем в табл. 9.4.

$\Phi \cdot 10^{-4}, \text{ Вб}$	0,84	1,0	1,5	2	2,2	2,4	2,48	2,68
$B, \text{ Т}$	0,42	0,5	0,75	1	1,1	1,2	1,24	1,34
$H_c, \text{ А/м}$	100	125	240	440	575	850	1000	1650
$l_c H_c, \text{ А}$	62,8	78,4	151	276	361	534	628	1035

На основании данных таблицы и аналоговой схемы замещения рис. 9.12, а (см. [1]) строим вебер-амперную характеристику $\Phi(l_c H_{ст})$ (рис. 9.12, б). Затем по двум точкам строим прямую $\Phi(\omega I - \delta H_B)$, соответствующую заданному значению воздушного зазора. Для этого



нужно предварительно определить напряженность поля H_B для одного из значений индукции (или магнитного потока). Определим, например, H_B для индукции $B = 0,5 \text{ Т}$ (что соответствует магнитному потоку $\Phi = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$): $H_B (\text{А/м}) = 8 \cdot 10^5 \cdot B (\text{Т}) = 4 \cdot 10^5 \text{ А/м}$.

Тогда

$$\delta H_B = 40 \text{ А}, \quad \omega I - \delta_1 H_B = 960 \text{ А}.$$

Находим на графике рис. 9.12, б точку a_1 с ординатой $\Phi = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$, абсциссой $lH = 960 \text{ А}$ и проводим через нее и через точку A прямую. Точка c_1 пересечения кривой $\Phi(l_c H_{ст})$ и прямой $\Phi(\omega I - \delta_1 H_B)$ определяет искомое значение потока $\Phi_1 = 2,62 \times 10^{-4} \text{ Вб}$.

Индуктивность катушки

$$L = \frac{\omega \Phi_1}{I} = 262 \text{ мГ}.$$

9.13. Как изменятся магнитный поток и индуктивность катушки в задаче 9.12, если воздушный зазор в сердечнике увеличить до $\delta_2 = 0,05 \text{ см}$ и $\delta_3 = 0,1 \text{ см}$?

Ответ: Поток и индуктивности соответственно уменьшаются и будут равны $\Phi_2 = 2,40 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ (точка c_2 на рис. 9.12, б); $\Phi_3 = 1,88 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ (точка c_3 на рис. 9.12, б), $L_2 = 240 \text{ мГ}$ и $L_3 = 188 \text{ мГ}$.

9.14. Незамкнутый магнитопровод катушки состоит из двух различных по сечению участков 1 и 2 (рис. 9.14). Определить ток в обмотке катушки, если в зазоре магнитная индукция $B_0 = 1 \text{ Т}$, длина участка с сечением $S_1 = 1 \text{ см}^2$ $l_1 = 4 \text{ см}$, длина участка с сечением $S_2 = 0,5 \text{ см}^2$ $l_2 = 7 \text{ см}$, воздушный зазор $\delta = 0,1 \text{ мм}$. Число витков обмотки $\omega = 100$. Материал магнитопровода — сталь Э42. При расчете рассеянием пренебречь и магнитное поле в зазоре считать равномерным.

Ответ: $I = 1,15 \text{ А}$.

9.15. Ш-образный магнитопровод типа Ш16×20 выполнен из пластин стали Э12. На рис. 9.15 указаны размеры: $a = 16$ мм, $b = 20$ мм, $c = 16$ мм, $h = 40$ мм и $\delta = 0,5$ мм.

Определить магнитодвижущую силу катушки, если индукция в воздушном зазоре $B = 1,25$ Т. При расчете потоком рассеяния пренебречь. Коэффициент заполнения стали принять равным $k_{з.с} = 0,9$.

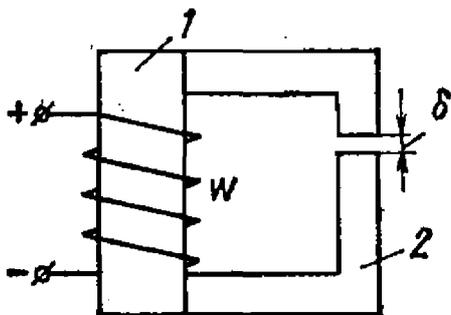


Рис. 9.14

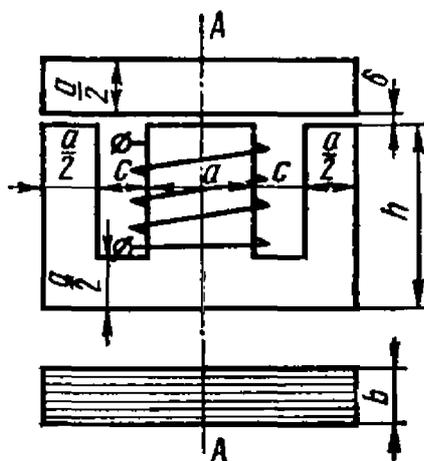
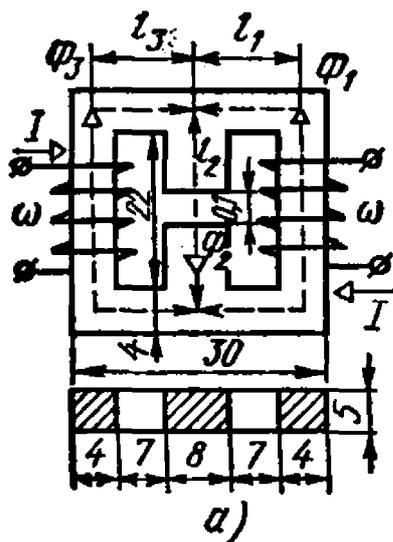


Рис. 9.15

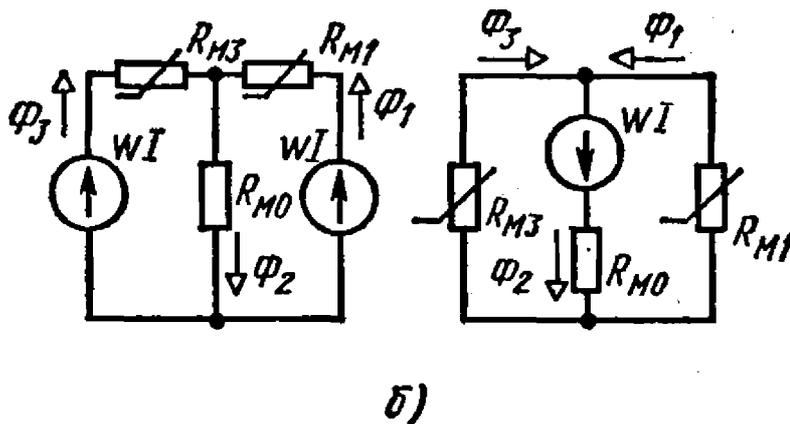
пренебречь. Коэффициент заполнения стали принять равным $k_{з.с} = 0,9$.

Ответ. $\omega I = 1128$ А.

Ввиду полной симметрии разветвленной магнитной цепи относительно вертикальной оси AA, проходящей через середину магнитопровода, магнитный поток, создаваемый катушкой, разветвляется на два равных потока. Следовательно, расчет этой цепи можно вести по одной ее половине.



а)



б)

Рис. 9.16

9.16. Магнитопровод, показанный на рис. 9.16, а, выполнен из стали Э12.

Какой ток нужно установить в намагничивающих катушках с числом витков 260 у каждой, чтобы создать в воздушном зазоре магнитный поток $\Phi = 32,4 \cdot 10^{-4}$ Вб? При расчете потоками рассеяния пренебречь. Размеры сердечника (в сантиметрах) и направления токов в обмотках указаны на рисунке, коэффициент заполнения

стали $k_{в.с} = 0,9$. Какой ток нужно иметь в катушке для сохранения того же потока в воздушном зазоре, если из двух катушек оставить одну и поместить ее на среднем стержне? Составить аналоговые схемы замещения магнитной цепи для обоих случаев.

Ответ. В обоих случаях размещения катушек $I = 3,94$ А. Аналоговые схемы показаны на рис. 9.16, б.

9.17*. Определить величину магнитного потока в воздушном зазоре катушки с незамкнутым магнитопроводом (рис. 9.17), если заданы средняя длина и сечение магнитопровода $l_{ср}$ и S , длина воздушного зазора δ , ток в обмотке I , число витков обмотки w и

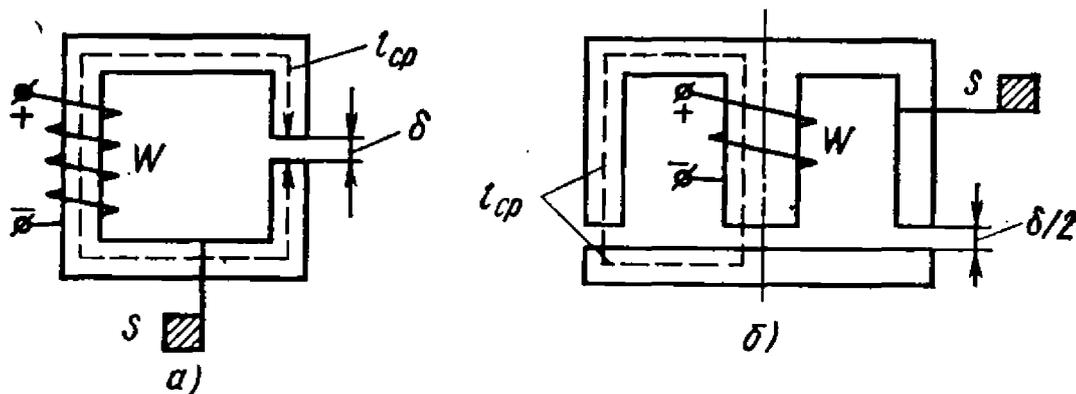


Рис. 9.17

материал сердечника. Полем рассеяния пренебречь, поле в воздушном зазоре считать равномерным. Размеры заданы в см, ток — в А. Задачу решить графически. Магнитные характеристики заданы в табл. 9.3 (см. задачу 9.11).

Таблица 9.5

Вариант	$l_{ср}$	S	δ	w	I	Материал	Рис. 9.17
1	100	5	0,1875	500	3	Э42	а
2	50	4	0,15	500	2	Э12	а
3	20	1	0,0125	100	0,28	50НП	б
4	100	5	0,15	500	2	Э31	б

Ответ. $4,15 \cdot 10^{-4}$ Вб; $2,95 \cdot 10^{-4}$ Вб; $0,26 \cdot 10^{-4}$ Вб; $3,5 \cdot 10^{-4}$ Вб.

9.18. Определить вращающий момент, действующий на рамку магнитоэлектрического миллиамперметра (рис. 9.18), если ток в рамке $I = 7,5$ мА, число витков рамки $w = 48$, длина ее (по оси) $l = 35$ мм, ширина $b = 18,8$ мм. Индукция в плоскости нейтрали $a-b$ постоянного магнита $B = 0,5$ Т, площадь поперечного сечения магнита $S_m = 3,5$ см². Коэффициент рассеяния магнитного потока $\sigma = 1,65$.

Решение. Рабочий магнитный поток прибора с учетом рассеяния

$$\Phi_p = \frac{BS_m}{\sigma} = \frac{0,5 \cdot 3,5 \cdot 10^{-4}}{1,65} = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Магнитная индукция в воздушном зазоре

$$B_0 = \frac{\Phi_p}{S_n} = \frac{1,06 \cdot 10^{-4}}{7,33 \cdot 10^{-4}} = 0,144 \text{ Т},$$

где $S_n = \frac{(l_3 + 2\delta)\pi l}{3} = 7,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ — поверхность полюсных наконечников, через которую проходит рабочий магнитный поток.

Вращающий момент рамки прибора $M_{\text{вп}} = B_0 I l b \omega = 0,144 \cdot 35 \times 10^{-3} \cdot 7,5 \cdot 10^{-3} \cdot 18,8 \cdot 10^{-3} \cdot 48 = 3,41 \cdot 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{м} = 3,41 \cdot 10^{-5} \text{ Дж} = 348 \text{ мГ} \cdot \text{см}$.

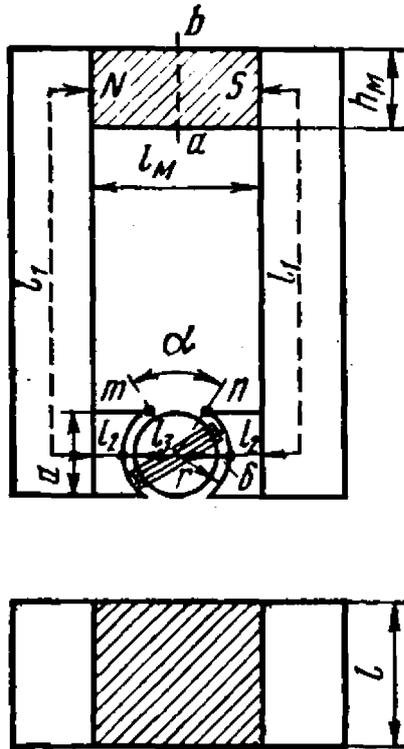


Рис. 9.18

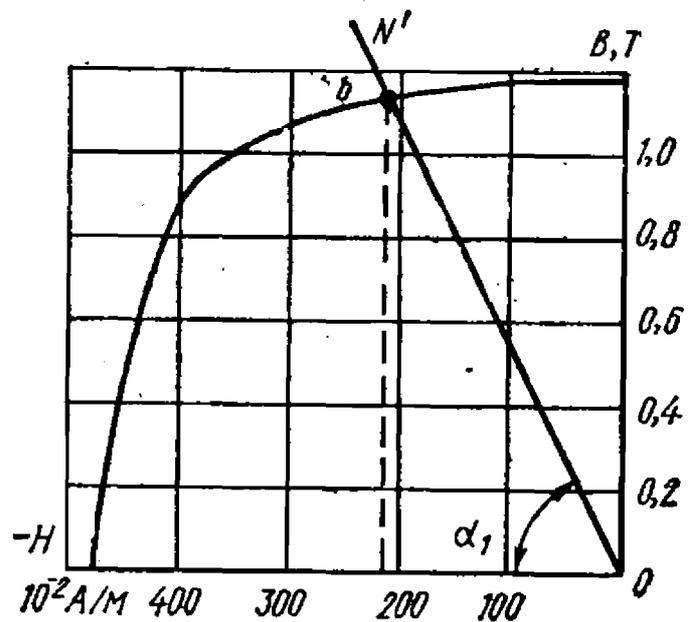


Рис. 9.19

9.19. Определить индукцию в воздушном зазоре магнитоэлектрического прибора (рис. 9.18), если характеристика постоянного магнита из сплава магнико (АНКО-4) приведена на рис. 9.19. Сопротивления стыков между накладками, магнитом и полюсными наконечниками пренебречь.

Размеры магнитопровода: $l_m = 30 \text{ мм}$, $l = 35 \text{ мм}$, $h_m = 10 \text{ мм}$, $\delta = 1,2 \text{ мм}$, $l_3 + 2\delta = 20 \text{ мм}$, $a = 17 \text{ мм}$.

Указание и решение. Для заданной магнитной цепи, согласно закону полного тока, можно написать следующее уравнение:

$$l_m H_m + l_1 H_1 + l_2 H_2 + l_3 H_3 + l_0 H_0 = 0. \quad (9.2)$$

Здесь H_m — напряженность поля в самом магните на участке l_m ; H_0 — напряженность поля в воздушных зазорах, общая длина которых l_0 ; H_1 , H_2 и H_3 — напряженности поля в магнитных накладках, полюсных наконечниках и цилиндре соответственно на участках l_1 , l_2 и l_3 , выполненных из магнитомягкого материала.

Магнитные напряжения участков l_1 , l_2 и l_3 малы по сравнению с $l_m H_m$ и $l_0 H_0$, ими можно пренебречь. Поэтому уравнение (9.2) упро-

щается:

$$l_m H_m + l_0 H_0 = 0. \quad (9.3)$$

Магнитный поток в среднем сечении S_m постоянного магнита

$$\Phi_m = B_m S_m.$$

Рабочий магнитный поток воздушного зазора с учетом коэффициента рассеяния σ :

$$\Phi_p = \frac{\Phi_m}{\sigma} = \frac{B_m S_m}{\sigma} = B_0 S_n = \mu_0 H_0 S_n.$$

Подставляя в это уравнение вместо напряженности H_0 ее значение из выражения (9.2), находим

$$B_m = \frac{\sigma \mu_0 S_n}{S_m} H_0 = \frac{\sigma \mu_0 S_n l_m}{l_0 S_m} H_m. \quad (9.4)$$

Уравнение (9.4) выражает прямую, тангенс угла наклона которой к оси абсцисс α_1 зависит от свойств материала, а также от соотношения геометрических размеров магнита и воздушного зазора, характеризуемых коэффициентом σ . Так как зависимость $B(H)$ определяется также кривой размагничивания, то точка пересечения кривой $B(H)$ и луча, выходящего из начала координат под углом α_1 к оси абсцисс, определяет рабочий режим магнита (рис. 9.19).

Магнитная индукция в воздушном зазоре прибора определяется точкой пересечения b характеристики $B(H)$ с прямой ON' . Тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{S_n l_m}{2\delta S_m} = \frac{7,33 \cdot 10^{-4} \cdot 30 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1,2^{-3} \cdot 3,5 \cdot 10^{-4}} = 26,2,$$

где S_n — поверхность полюсных наконечников; S_m — площадь поперечного сечения магнита; l_m — длина магнита; δ — длина одного воздушного зазора.

Для построения прямой ON' на графике $B(H)$ проведем следующие рассуждения.

Из (9.4) имеем

$$\frac{B_m}{H_m} = \frac{\sigma \mu_0 S_n l_m}{l_0 S_m} = \sigma \mu_0 \operatorname{tg} \alpha_1,$$

откуда

$$\frac{B_m (\text{Т})}{H_m (\text{А/м})} = 1,65 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 26,2 = 540 \cdot 10^{-7} \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2},$$

$$B_m (\text{Т}) = 540 \cdot 10^{-7} H_m (\text{А/м}) = 0,54 \cdot 10^{-4} H_m (\text{А/м}) = 0,54 \cdot 10^{-2} H_m (\text{А/см}).$$

Задаваясь произвольно величиной $H_m = 200$ А/см, получаем

$$B_m = 0,54 \cdot 10^{-2} \cdot 200 = 1,08 \text{ Т.}$$

Через точку с этими координатами и начало координат проводим прямую ON' .

Точка b определяет индукцию B_b , равную в этом случае 1,14 Т.

9.20. Определить магнитную индукцию в воздушном зазоре гальванометра типа ГЗС-47 (рис. 9.20). Характеристики магнита из сплава магнико (АНКО-4) приведены на рис. 9.19. Размеры магнитной системы указаны в миллиметрах. Коэффициент рассеяния магнитного потока $\sigma = 1,65$.

Ответ. Индукция равна $B_B = 0,64$ Т.

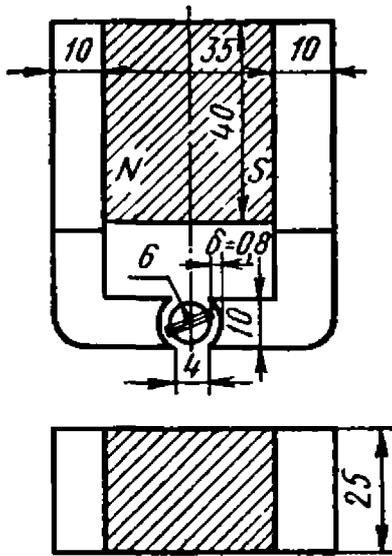


Рис. 9.20

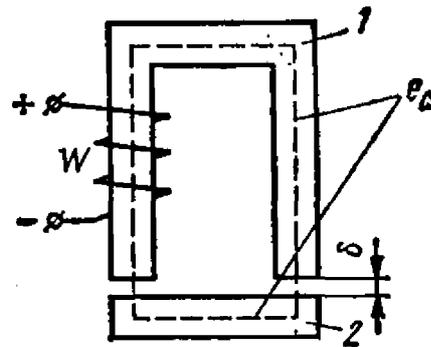


Рис. 9.21

9.21. Магнитопровод 1 и ярмо 2 электромагнита (рис. 9.21) выполнены из стали одинакового сечения $S_c = 2,5$ см² и имеют суммарную длину $l_c = 0,3$ м. Определить силу F , с которой ярмо притягивается к магнитопроводу, если ток в обмотке $I = 1,8$ А, число витков обмотки $\omega = 110$, длина воздушного зазора $\delta = 0,025$ мм. Магнитная характеристика стали задана в табл. 9.6.

Таблица 9.6

$B, \text{ Т}$	0	0,4	0,67	0,87	1,0	1,1	1,2	1,3
$H, \text{ А/м}$	0	100	200	300	400	500	600	700

Примечание. По мере притяжения ярма зазор δ уменьшается и сила F возрастает, расчет ведется для заданного максимального зазора.

Решение. При изменении расстояния между магнитопроводом и ярмом имеет место изменение энергии магнитного поля

$$dW_{\text{эм}} = d\left(\frac{LI^2}{2}\right) = \frac{I^2}{2} dL,$$

которое должно равняться работе сил, вызывающих перемещение $Fd\delta$, т. е. $dW_{\text{эм}} = Fd\delta$, откуда

$$F = \frac{I^2}{2} \cdot \frac{dL}{d\delta}.$$

Ввиду малости воздушного зазора можно принять $\frac{dL}{d\delta} = \frac{L}{\delta}$.
С помощью преобразований находим

$$L = \frac{\psi_0}{I} = \frac{\Phi_0 \omega}{I} = \frac{B_0 S_0 \omega}{I} \text{ или}$$

$$LI^2 = B_0 S_0 \omega I = B_0 S_0 H_0 \delta = \frac{B_0}{\mu_0} S_0 \delta,$$

откуда

$$F = \frac{B_0^2}{2\mu_0} S_0.$$

Выражая силу F в ньютонах (Н), магнитную индукцию B_0 — в тесла (Т), сечение S_0 — в см² и подставляя значение магнитной постоянной $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м, получаем расчетную формулу $F = 40B_0^2 S_0$ [Н]. Подставляя численное значение заданных величин, вычисляем магнитодвижущую силу $\omega I = 1980$ А, строим вебер-амперную характеристику $\Phi_{ст}(\omega I)$ по заданной кривой намагничивания $B_{ст}(H_{ст})$ и далее опрокинутую характеристику воздушного зазора $\Phi(\omega I - H_0 \delta)$. Из пересечения характеристик находим, что индукция в воздушном зазоре $B_0 = 1,12$ Т. Тогда искомая сила притяжения $F = 40 \cdot 1,12^2 \cdot 5 = 251$ Н.

9.22. Рассчитать тяговую характеристику подъемного электромагнита $F(\delta)$ для значений воздушного зазора $\delta = 1, 2, 3, 4$ мм. При расчете потоком рассеяния и магнитным сопротивлением стали пренебречь, магнитодвижущая сила катушки электромагнита $\omega I = 2500$ А. Размеры электромагнита указаны на рис. 9.22 в мм.

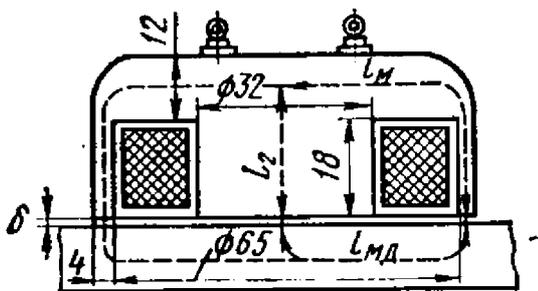


Рис. 9.22

Решение. Магнитодвижущая сила катушки электромагнита расходуется на проведение магнитного потока через воздушные зазоры, тело электромагнита и поднимаемую деталь: $\omega I = 2\delta H_0 +$

$+(l_m + l_2) H_c + l_{мд} H_d$, или в случае пренебрежения магнитными сопротивлениями участков в теле электромагнита и сопротивлением участка поднимаемой детали

$$\omega I = \delta_1 H_{01} + \delta_2 H_{02} = R_{м0} \Phi = (R_{м01} + R_{м02}) \Phi, \quad (9.5)$$

где $R_{м01} = \frac{\delta_1}{\mu_0 S_1}$ и $R_{м02} = \frac{\delta_2}{\mu_0 S_2}$ — магнитные сопротивления воздушных зазоров средней (δ_2) и внешней (δ_1) частей электромагнита.

Сила тяги электромагнита состоит из двух сил:

$$F = F_1 + F_2,$$

где

$$F_1 = \frac{B_1^2}{2\mu_0} S_1 \text{ и } F_2 = \frac{B_2^2}{2\mu_0} S_2. \quad (9.6)$$

Магнитные индукции воздушных зазоров:

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{\omega I}{(R_{\mu 01} + R_{\mu 02}) S_1} = \frac{\omega I}{\left(\frac{\delta_1}{\mu_0 S_1} + \frac{\delta_2}{\mu_0 S_2}\right) S_1},$$

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{\omega I}{(R_{\mu 01} + R_{\mu 02}) S_2} = \frac{\omega I}{\left(\frac{\delta_1}{\mu_0 S_1} + \frac{\delta_2}{\mu_0 S_2}\right) S_2}.$$
(9.7)

Подставляя соотношения (9.7) в (9.6), получаем:

$$F_1 = \left[\frac{\omega I}{\left(\frac{\delta_1}{\mu_0 S_1} + \frac{\delta_2}{\mu_0 S_2}\right) S_1} \right]^2 \frac{S_1}{2\mu_0} = \frac{\omega^2 I^2 \mu_0}{2 \left(\frac{\delta_1}{S_1} + \frac{\delta_2}{S_2}\right)^2 S_1},$$

$$F_2 = \left[\frac{\omega I}{\left(\frac{\delta_1}{\mu_0 S_1} + \frac{\delta_2}{\mu_0 S_2}\right) S_2} \right]^2 \frac{S_2}{2\mu_0} = \frac{\omega^2 I^2 \mu_0}{2 \left(\frac{\delta_1}{S_1} + \frac{\delta_2}{S_2}\right)^2 S_2}.$$
(9.8)

Задавая значения $\delta_1 = \delta_2 = 1, 2, 3$ и 4 мм и подставляя в (9.8) значения площадей средней S_2 и внешней S_1 частей электромагнита

$$S_1 = \frac{D^2 - d^2}{4} \pi = 0,0867 \text{ м}^2$$

и

$$S_2 = \frac{d_1^2}{4} \pi = 0,081 \text{ м}^2,$$

получим следующую таблицу (табл. 9.7).

Таблица 9.7

$\delta, \text{ мм}$	1	2	3	4
$F_1 \cdot 10^4 \text{ Н}$	8	1,97	0,892	0,50
$F_2 \cdot 10^4 \text{ Н}$	8,54	2,055	0,960	0,535
$F \cdot 10^4 \text{ Н}$	16,54	4,025	1,852	1,035

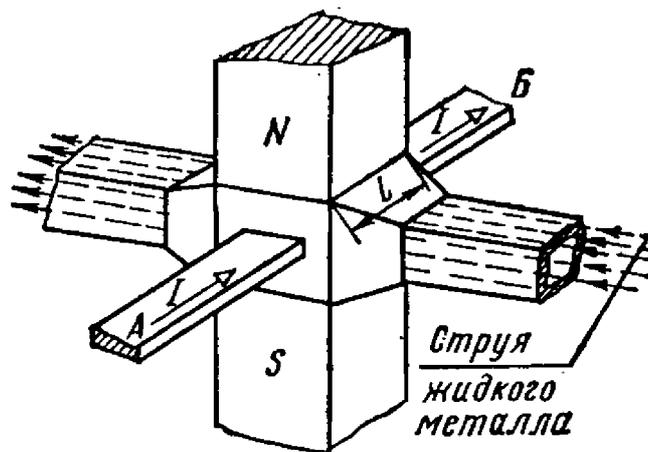


Рис. 9.23

9.23. Для охлаждения теплоносителя атомного реактора применяется жидкий металл. На рис. 9.23 схематически показано устройство соответствующего жидкостного насоса. К зазору между полюсами электромагнита $N-S$ подводятся медные шины A и B , концы которых подключены к источнику напряжения. В направлении, перпендикулярном направлению магнитного поля электромагнита и шины, пропускается струя жидкого металла. В результате взаимодействия магнитного поля с током (который сначала проходит по шине, затем попадает в струю жидкого металла и отводится снова по шине) создается усилие, под влиянием которого движется струя жидкого металла.

Определить силу, действующую на струю, если ток $I = 10\,000\text{ А}$, активная длина струи $l = 10\text{ см}$ и магнитная индукция $B = 1\text{ Т}$.

Ответ. $F = 1000\text{ Н}$.

9.24*. Определить силу F , с которой ядро 2 притягивается к электромагниту 1 (рис. 9.24), если заданы их размеры, суммарный воздушный зазор l_B и магнитодвижущая сила ωI (табл. 9.8). Магнитная характеристика материала ядра 2 и электромагнита 1 задана табл. 9.6 (см. задачу 9.21).

Таблица 9.8

Вариант	$l_1, \text{ см}$	$S_1, \text{ см}^2$	$l_2, \text{ см}$	$S_2, \text{ см}^2$	$l_B, \text{ мм}$	$\omega I, \text{ А}$
1	12	2	8	2	0,05	120
2	18	2	2	2	0,133	100
3	15	2	5	2	0,325	128

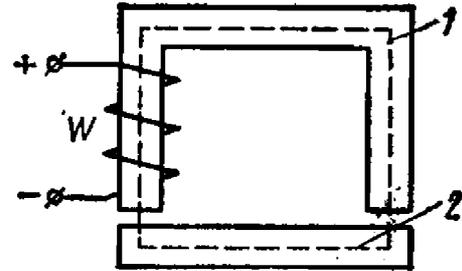
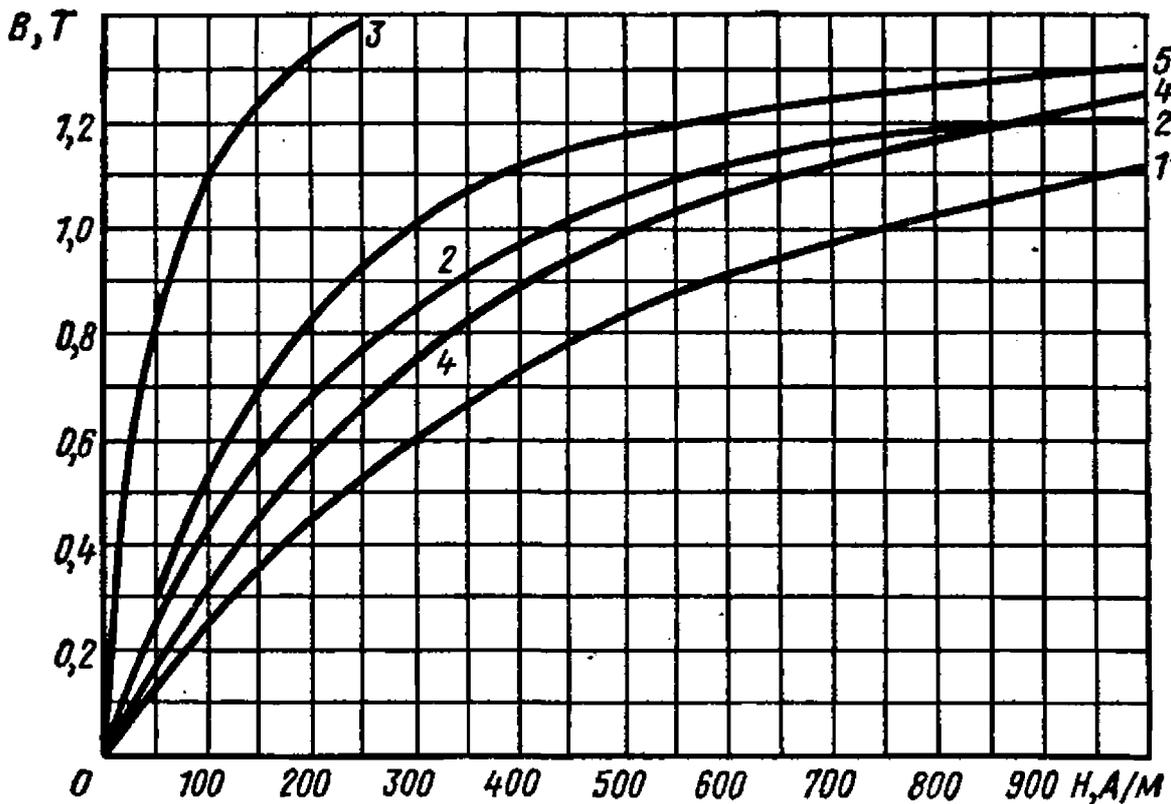


Рис. 9.24

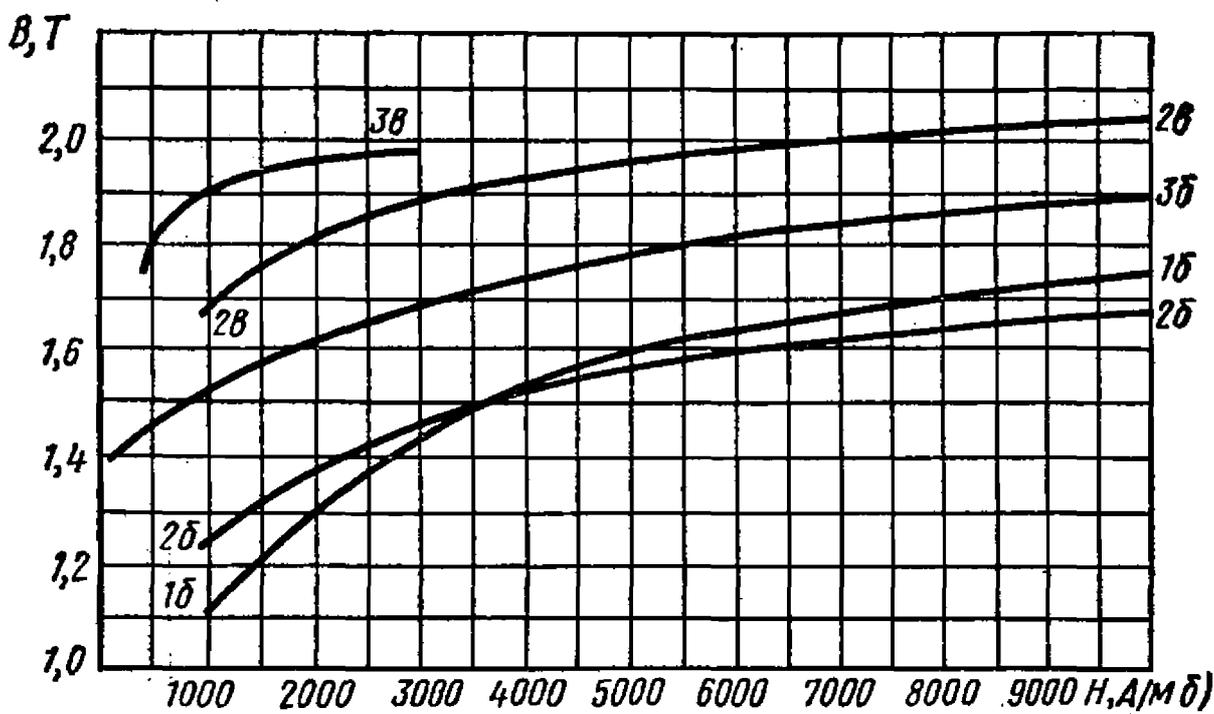
Ответ. 160 Н; 57,5 Н; 25,64 Н.

Приложения

Приложение 9.1

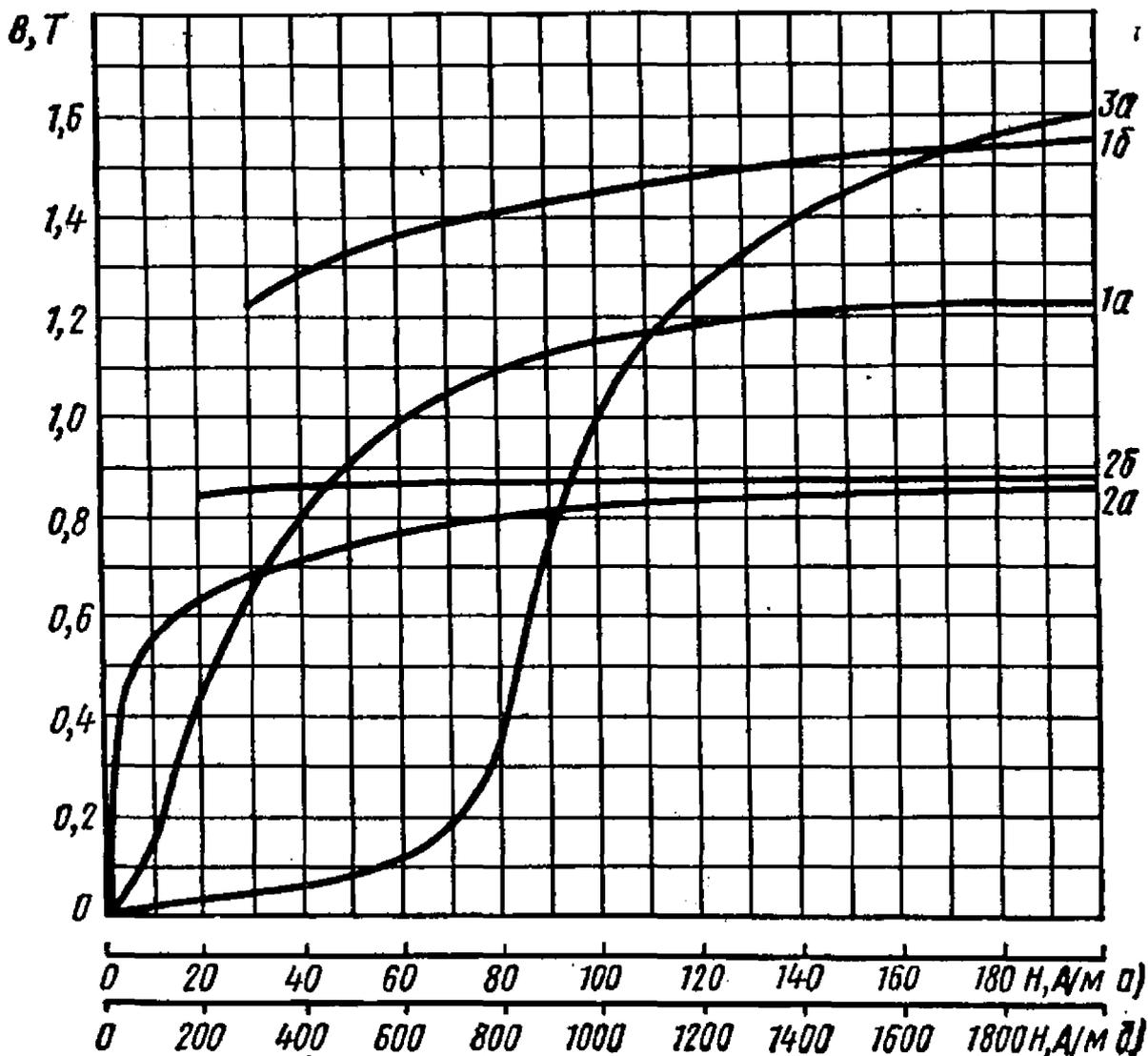


1. Литая сталь
2. Листовая электротехническая сталь 342 (горячекатаная)
3. Листовая электротехническая сталь 3310 (холоднокатаная)
4. Листовая электротехническая сталь 312 (горячекатаная)
5. Листовая электротехническая сталь 331 (горячекатаная)



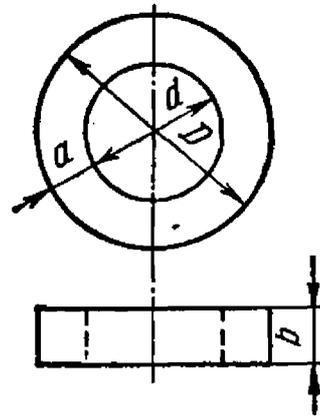
0 10000 20000 30000 40000 50000 60000 70000 80000 90000 H, A/m б)

1. Литая сталь
2. Листовая электротехническая сталь 342 (горячекатаная)
3. Листовая электротехническая сталь 3310 (холоднокатаная)



0 20 40 60 80 100 120 140 160 180 H, A/m а)
 0 200 400 600 800 1000 1200 1400 1600 1800 H, A/m б)

1. Никелевый пермаллой 50НП
2. Молибденевый пермаллой 79НМ
3. Пермендюр



№ группы ряда	№ сердечника	Обозначение сердечника ОЛ $d/D-b$	Основные размеры, мм				Справочные величины			
			a	b	d	D	l_c , см	S_c^* , см ²	$S_{ок}^*$, см ²	V_c^* , см ³
I	1	ОЛ10/16-4	3	4	10	16	4	0,12	0,78	0,48
	2			5				0,15		0,6
	3			6,5				0,20		0,8
	4			8				0,24		0,96
II	5	ОЛ12/20-5	4	5	12	20	5	0,20	1,1	1
	6			6,5				0,26		1,3
	7			8				0,32		1,6
	8			10				0,40		2,0
III	9	ОЛ16/26-65	5	6,5	16	26	6,5	0,33	2,0	2,145
	10			8				0,40		2,6
	11			10				0,50		3,25
	12			12,5				0,68		4,42
IV	13	ОЛ20/32-8	6	8	20	32	8,1	0,48	3,1	3,89
	14			10				0,60		4,85
	15			12,5				0,75		6,08
	16			16				0,96		4,78
V	17	ОЛ25/40-10	7,5	10	25	40	10,2	0,75	4,9	7,65
	18			12,5				0,94		9,52
	19			16				1,20		12,24
	20			20				1,50		15,3
	21			25				1,87		19,1
VI	22	ОЛ32/50-16	9	16	32	50	12,8	1,44	8,0	18,4
	23			20				1,80		23,0
	24			25				2,25		28,8
	25			32				2,88		36,8

Примечание. Звездочка означает, что сечения S_c и V_c сердечника указаны без учета коэффициента заполнения стали.

МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛОЙ

10.1. Для катушки с магнитопроводом из листовой электротехнической стали Э42 при трех значениях синусоидального напряжения ($f = 50$ Гц) были получены с помощью осциллографа три динамические петли перемагничивания $B_t(H_t)$, изображенные на рис. 10.1, а. Амплитудные значения магнитной индукции этих петель $B_m = 0,6; 1; 1,6$ Т. Магнитопровод имеет площадь поперечного сечения $S_c = 10$ см², средняя длина магнитной линии $l_c = 30$ см, число витков катушки $w = 150$. Поле рассеяния и активным сопротивлением обмотки можно пренебречь.

Определить действующие значения напряжений, соответствующие заданным величинам B_m , и построить кривые мгновенных значений тока в катушке $i(t)$.

Решение. При отсутствии активного сопротивления и поля рассеяния обмотки напряжение U на ней уравнивается только э. д. с. E от потока в магнитопроводе $U = E = 4,44f\omega S_c B_m$.

Заданным значениям B_m соответствуют следующие значения напряжений:

при $B_m = 0,6$ Т $U = 4,44 \cdot 50 \cdot 150 \times 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0,6 = 20$ В;

при $B_m = 1$ Т $U = 33$ В;

при $B_m = 1,6$ Т $U = 53$ В.

Индукция в сердечнике достигает амплитуды B_m при максимальных значениях напряженности магнитного поля, которые легко определить, опустив перпендикуляры из вершин динамических петель рис. 10.1, а на ось абсцисс:

при $B_m = 0,6$ Т $H_m = 450$ А/м;

при $B_m = 1$ Т $H_m = 1300$ А/м;

при $B_m = 1,6$ Т $H_m = 5000$ А/м.

Рассмотрим в качестве примера построение кривой $i(\omega t)$ для $B_m = 1$ Т. Для этого на рис. 10.1, б взята петля 2 рис. 10.1, а, мас-

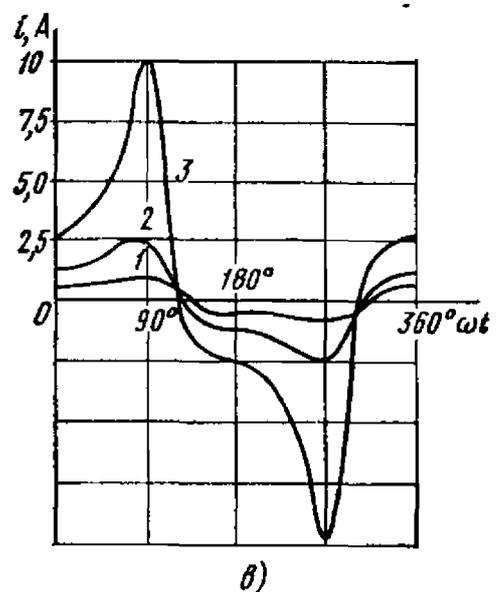
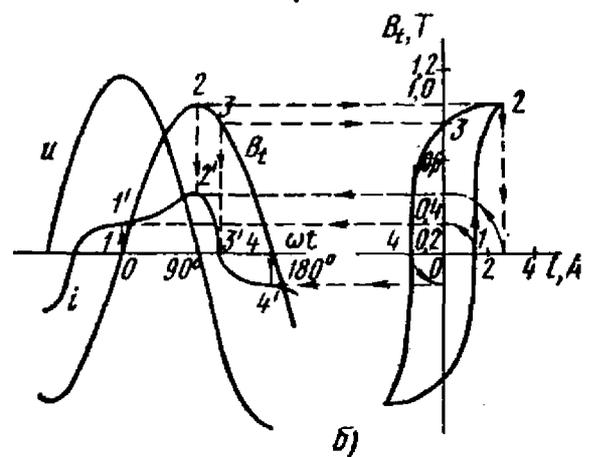
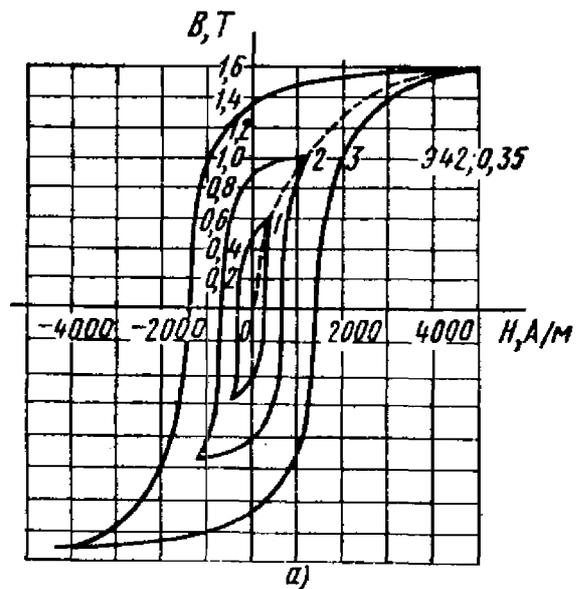


Рис. 10.1

штаб которой по оси абсцисс пересчитан на масштаб тока по формуле $i = \frac{H_1 l_c}{\omega}$, слева от петли построена синусоида магнитной индукции $B_1(\omega t)$. Задаваясь значениями магнитной индукции на петле (точки 1, 2, 3, 4), находим соответствующие им точки 1, 2, 3 и 4 на синусоиде $B_1(\omega t)$. Затем по кривой индукции B_1 находим моменты времени, а по петле — значения токов для выбранных значений магнитной индукции и определяем точки 1', 2', 3' и 4' кривой $i(\omega t)$. На том же рис. 10.1, б построена кривая питающего напряжения при $U = 33$ В.

Аналогично построены кривые $i(\omega t)$ рис. 10.1, в для двух других случаев, когда максимальная индукция $B_m = 0,6$ и $1,6$ Т соответствует напряжениям 20 и 53 В.

10.2. Для задачи 10.1 рассчитать и построить вольт-амперную характеристику катушки, выражающую связь действующего значения синусоидального напряжения U с действующим значением

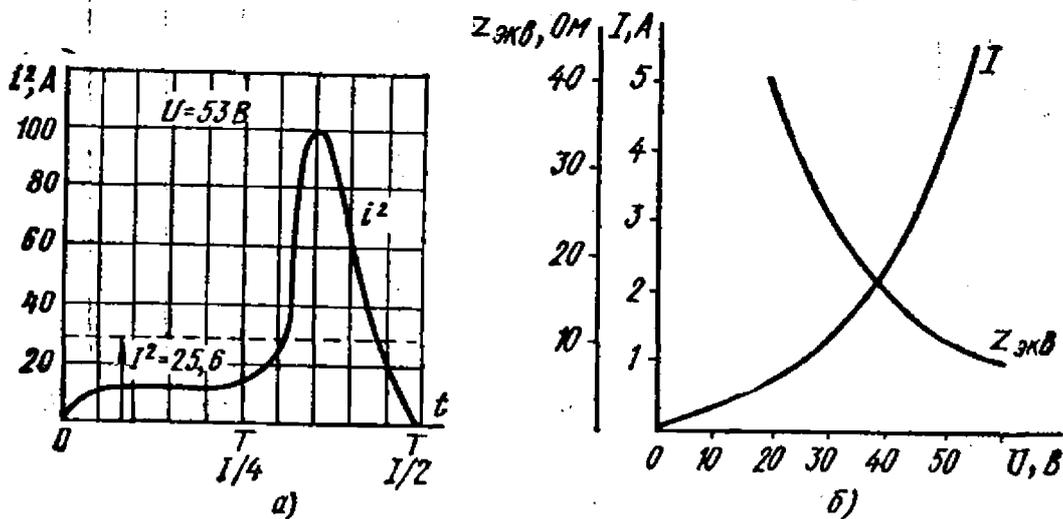


Рис. 10.2

несинусоидального тока I катушки. Используя построенную вольт-амперную характеристику, найти зависимость эквивалентного полного сопротивления катушки $z_{\text{экв}}$ от напряжения U . Потерями в сердечнике пренебречь.

Решение. Для определения действующего значения I несинусоидального тока $i(t)$ на рис. 10.2, а построена квадратичная кривая $i^2(t)$ и определены средние за период значения $\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt = I^2$.

Таблица 10.1

U , В	20	33	53
I , А	0,61	1,6	5,1
$z_{\text{экв}}$, Ом	33	20,8	10,4

Так как динамическая петля (см. рис. 10.1, а) и кривая тока симметричны, то подсчет может вести только для одного полупериода.

Эквивалентное сопротивление $z_{\text{экв}} = U/I$ определяется отношением действующего значения синусоидального напряжения к действующему значению несинусоидального тока.

Результаты графоаналитического расчета представлены в табл. 10.1.

Кривые $I(U)$ и $z_{\text{экв}}(U)$ приведены на рис. 10.2, б.

10.3. Для определения характеристики намагничивания на переменном токе холоднокатаной стали марки Э320 с толщиной ленты 0,35 мм был изготовлен тороидальный образец, имеющий диаметры:

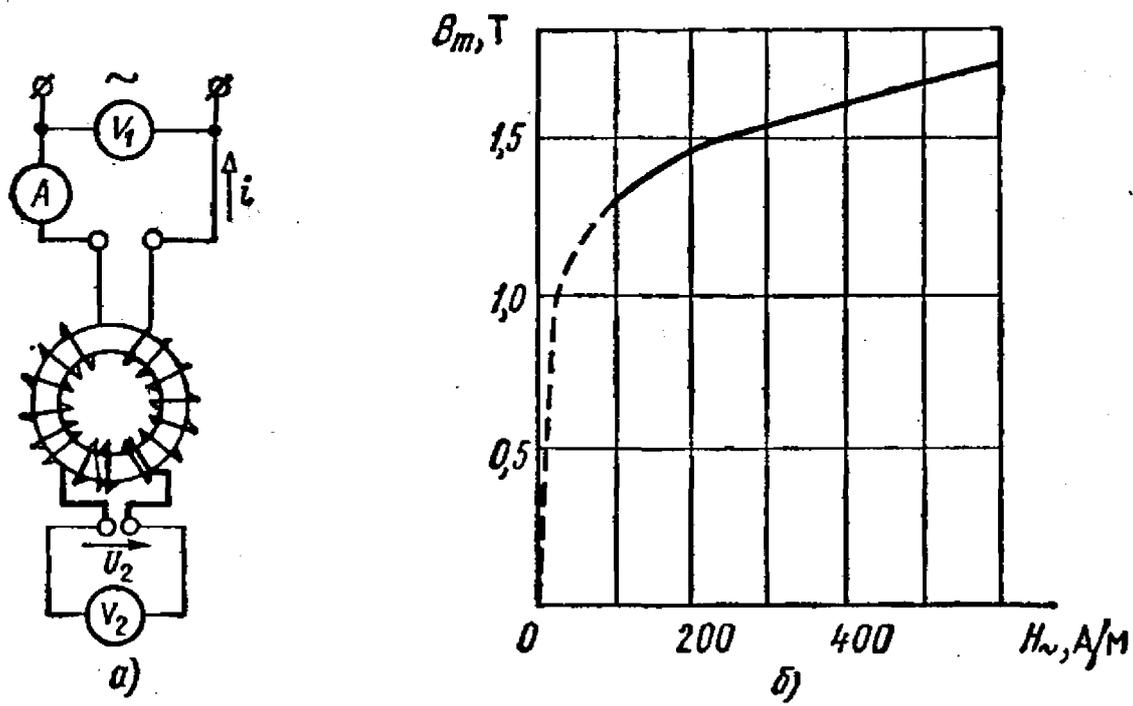


Рис. 10.3

внешний $D_{\text{внеш}} = 60$ мм и внутренний $D_{\text{вн}} = 40$ мм, площадь сечения стали $S_c = 2$ см². На образец были наложены намагничивающая обмотка с числом витков $\omega_1 = 100$ и измерительная с числом витков $\omega_2 = 400$, после чего он включался в схему измерения, показанную на рис. 10.3, а.

Изменяя напряжение источника питания ($f = 50$ Гц), последовательно регистрировали действующие значения тока I и напряжения U , приведенные в табл. 10.2.

Таблица 10.2

I, A	0,25	0,6	1,9
$U_{\text{зсп}}, B$	20	23,2	28

Построить по данным таблицы кривую намагничивания $B_m(H_m)$.
Решение. По известным показаниям амперметра находим действующее значение эквивалентной синусоиды напряженности маг-

нитного поля в сердечнике:

$$H_{\sim} = \frac{\omega_1 I}{l_c},$$

где $l_c = 15,7$ см — длина средней магнитной линии.

Показания вольтметра позволяют найти амплитуду магнитной индукции по формуле $U_{\text{зср}} = 4,44 f \omega_2 S_c B_m$.

Результаты расчета приведены в табл. 10.3.

Таблица 10.3

$B_m, \text{ Т}$	0	1,25	1,45	1,75
$H_{\sim}, \text{ А/м}$	0	1,60	3,80	1,20

По данным этой таблицы на рис. 10.3, б построена кривая намагничивания сердечника $B_m(H_{\sim})$.

10.4. Определить эквивалентную индуктивность катушки с магнитопроводами из стали Э42, имеющими переменный воздушный зазор длиной $\delta = 0; 0,5; 1$ мм (рис. 10.4, а—в).

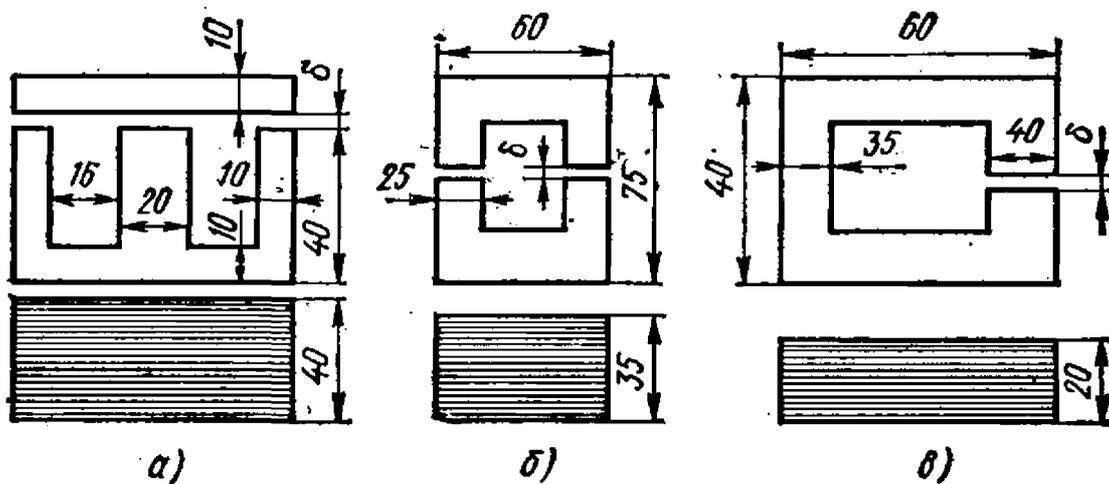


Рис. 10.4

К катушке с числом витков $\omega = 200$, которая надета на средний стержень, подведено синусоидальное напряжение $U = 50$ В; $f = 50$ Гц. Потерями энергии в сердечнике и катушке пренебречь; индуктивное сопротивление рассеяния катушки принять равным нулю.

Решение. Для варианта рис. 10.4, а при указанных допущениях напряжение U на катушке уравнивается только э. д. с. E от потока в сердечнике. Поэтому при неизменном напряжении $U = E$ поток в сердечнике должен оставаться постоянным и его амплитуда

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44 f \omega} = \frac{50}{4,44 \cdot 50 \cdot 200} = 11,3 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Следовательно, индукция в среднем стержне, на который надета катушка, не зависит от длины воздушного зазора в сердечнике.

Ток в катушке определяется по закону полного тока

$$I = \frac{H_{\sim} l_c + H_v \delta}{\omega}$$

где H_{\sim} — напряженность поля в сердечнике, определяемая по кривым намагничивания при переменном токе (см. приложение 10.1);

$H_v = \frac{B_m}{\sqrt{2}\mu_0}$ — напряженность поля в зазоре.

При $\delta = 1$ мм $I = 4,4$ А;

при $\delta = 0,5$ мм $I = 2,42$ А;

при $\delta = 0$ $I = 0,44$ А.

Величины эквивалентной индуктивности катушки $L_{\text{экв}} = U/\omega I$ приведены в табл. 10.4.

Таблица 10.4

δ , мм	0	0,5	1
I , А	0,44	2,42	4,4
$L_{\text{экв}}$, Г	0,362	0,0657	0,0362

Как показывают данные таблицы, появление небольшого воздушного зазора ($\delta = 0,5$ мм) в магнитопроводе вызывает резкое увеличение тока в катушке (в шесть раз) и соответствующее уменьшение эквивалентной индуктивности. Дальнейшее увеличение зазора сопровождается почти пропорциональным изменением тока и индуктивности катушки.

10.5. Рассчитать ток в катушке с магнитопроводом (рис. 10.4,а), используя не кривые намагничивания $B_m(H_{\sim})$, а зависимость от индукции удельной реактивной мощности намагничивания материала сердечника $Q_{\text{уд.}}(B_m)$, которая дана в приложении 10.1.

Решение. Реактивная мощность, необходимая для намагничивания сердечника, $Q_c = Q_{\text{уд.}} G_c$, где G_c — масса сердечника.

Реактивная мощность, необходимая для создания поля в воздушных зазорах,

$$Q_v = \frac{\omega H_{vm} B_{vm}}{2} V_v = \frac{\omega B_m^2}{2\mu_0} V_v,$$

где V_v — объем воздушных зазоров в магнитопроводе.

Индукция в воздушном зазоре по условию задачи (потoki рассеяния пренебрежимо малы) равна индукции в сердечнике $B_m = 1,41$ Т.

Реактивная мощность катушки $Q = Q_c + Q_v$.

Согласно условию задачи, $Q = S = UI$, откуда

$$I = \frac{Q}{U} = \frac{Q_{\text{уд.}} G_c}{U} + \frac{\omega B_m^2}{2U\mu_0} V_v.$$

При увеличении воздушного зазора первая составляющая тока не изменяется, а вторая составляющая растет пропорционально величине δ , так как $V_B = 2S_c \delta$.

10.6. При различной частоте перемагничивания тороидального сердечника были сняты три динамические петли ферромагнитного материала (рис. 10.6). Во всех трех случаях для частот $f = 400$,

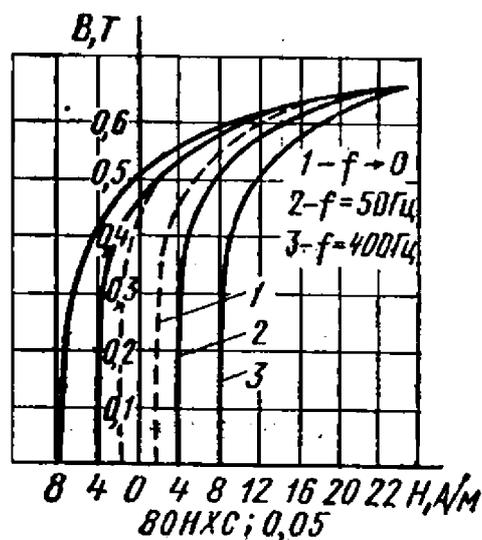


Рис. 10.6

50 Гц и при очень медленном перемагничивании $f \rightarrow 0$ амплитуда магнитной индукции оставалась неизменной и соответствовала началу насыщения сердечника. Сердечник выполнен из пермаллоя 80НХС с толщиной ленты $b = 0,05$ мм и имеет следующие геометрические размеры: средняя длина магнитной линии $l_c = 30$ см, площадь поперечного сечения $S_c = 2$ см² (без учета изоляционных прослоек между листами).

При $B_m = 0,65$ Т площади динамических петель $S_1 = 14,8$ см²; $S_2 = 34$ см²; $S_3 = 64,6$ см².

Определить с помощью петель мощность потерь в сердечнике при заданных частотах и оценить составляющие мощности потерь от гистерезиса и вихревых токов.

Решение. Потери энергии за один цикл перемагничивания сердечника можно найти по формуле

$$A = V_c \oint H_c dB = V_c m_H m_B S,$$

где V_c — объем сердечника, м³; S — площадь петли, см²; $m_H = 4$ А/м/см и $m_B = 0,067$ Т/см — масштабы по осям координат, в которых построены петли (рис. 10.6).

Потери энергии от гистерезиса за один цикл $A_{f \rightarrow 0}$ определяются по площади петли перемагничивания, снятой при очень низкой частоте $f \rightarrow 0$.

Мощность потерь от гистерезиса при заданной частоте равна потерям энергии за один цикл при $f \rightarrow 0$, умноженной на число циклов в секунду, т. е. на величину f : $P_H = f A_{f \rightarrow 0}$.

Мощности полных потерь от гистерезиса и вихревых токов определяются непосредственно по динамической петле перемагничивания, снятой при заданной частоте: $P = f A$.

Мощность потерь от вихревых токов $P_B = P - P_H$.

Результаты расчета приведены в табл. 10.5.

Анализируя результаты расчета, можно сделать следующие выводы.

1. Вихревые токи заметно расширяют петлю и увеличивают потери в сердечнике, несмотря на то что толщина ленты, из которой выполнен сердечник, равна 50 мкм; уже при частоте 400 Гц

f , Гц	$A \cdot 10^3$, Дж	$P \cdot 10^3$, Вт	$P_{\Gamma} \cdot 10^3$, Вт	$P_B \cdot 10^3$, Вт
$f \rightarrow 0$	0,236	—	—	—
50	0,56	28,0	11,8	15,4
400	1,03	410	95	315

площадь петли оказывается в четыре раза больше площади петли при $f \rightarrow 0$.

2. Так как мощность потерь P зависит не только от частоты перемагничивания, но и от площади петли, зависимость $P(f)$ отличается от прямолинейной: например, изменение частоты в 8 раз (от 50 до 400 Гц) приводит к росту мощности в 15 раз.

3. С ростом частоты соотношение между потерями от гистерезиса и вихревых токов изменяется: если при низких частотах $P_{\Gamma} \geq P_B$, то при повышенных частотах наблюдается обратное соотношение.

10.7. Определить с помощью петель перемагничивания (рис. 10.7) мощность потерь от гистерезиса и мощность суммарных потерь в сердечнике из холоднокатаной стали Э330 с теми же размерами, что в задаче 10.6. Амплитуда магнитной индукции в сердечнике при всех частотах остается неизменной и равной $B_m = 1,5$ Т. Площадь петель $S_1 = 68$ см², $S_2 = 83,6$ см², $S_3 = 104$ см². Масштабы рис. 10.7 те же, что и в задаче 10.6.

Ответ. Результаты расчета приведены в табл. 10.6.

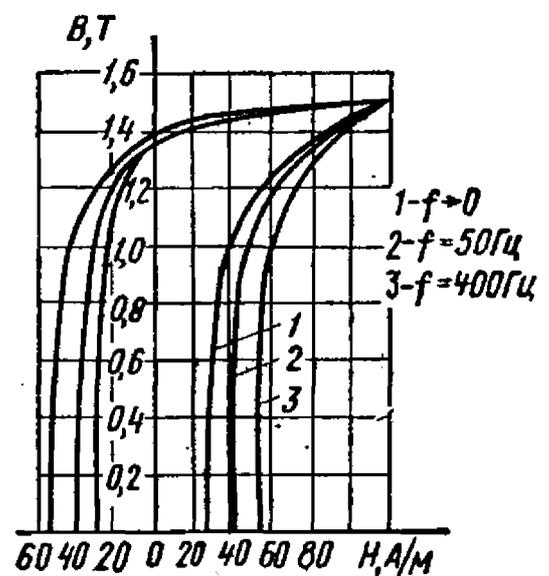


Рис. 10.7

Таблица 10.6

f , Гц	$A \cdot 10^3$, Дж	$P \cdot 10^3$, Вт	$P_{\Gamma} \cdot 10^3$, Вт	$P_B \cdot 10^3$, Вт
0	10,9	—	—	—
50	13,3	668	545	123
400	16,6	6640	4360	2280

Сравнение данных табл. 10.5 и 10.6 показывает, что потери от гистерезиса в стали значительно больше, чем в пермаллое. Удельное электрическое сопротивление стали больше, чем у пермаллоя, вследствие чего относительная доля потерь от вихревых токов в стали меньше; даже при $f=400$ Гц $P_v < P_r$.

10.8. Для определения амплитуды индукции B_m на магнитопровод была намотана измерительная обмотка с числом витков $w=60$. Площадь сечения сердечника $S_c=4$ см². Напряжение на измерительной обмотке равно 7,5 В при частоте $f=50$ Гц найти B_m .

. Ответ. $B_m=1,41$ Т.

10.9. Определить сопротивления r_0 и x_0 схемы замещения катушки с ферромагнитным сердечником (рис. 10.9) по следующим

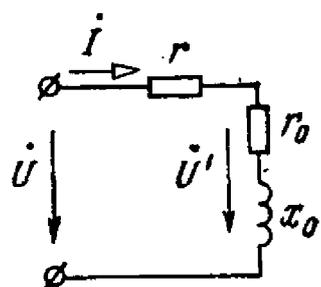


Рис. 10.9

данным: действующие значения напряжения на катушке 120 В; действующее значение тока 0,5 А; потери в катушке, измеренные ваттметром, 2 Вт; сопротивление обмотки, измеренное мостом постоянного тока, $r=4$ Ом. Поле рассеяния пренебречь.

Решение. Мощность потерь в катушке P , измеренная ваттметром, складывается из мощности потерь в меди обмотки P_m и мощности потерь в магнитопроводе P_c . Следовательно, $P_c=2-0,5^2=1$ Вт. Сопротивление r_0 в эквивалентной схеме катушки определяется по мощности потерь в сердечнике:

$$r_0 = P_c / I^2 = 1 / 0,5^2 = 4 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление катушки

$$z = U / I = 120 / 0,5 = 240 \text{ Ом,}$$

а ее индуктивное сопротивление

$$x_0 = \sqrt{z^2 - (r + r_0)^2} = \sqrt{240^2 - (4 + 4)^2} = 240 \text{ Ом.}$$

10.10. Определить сопротивления r , r_0 и x_0 последовательной эквивалентной схемы катушки с числом витков $w=200$ по следующим опытным данным:

1) при включении катушки в цепь постоянного тока вольтметр показал 3,5 В, а амперметр — 2 А;

2) при включении катушки в цепь переменного тока частотой $f=50$ Гц вольтметр показал 120 В, амперметр — 2 А, а ваттметр — 70 Вт.

Ответ. $r=1,75$ Ом, $r_0=15,8$ Ом, $x_0=58,0$ Ом.

10.11. Определить параметры параллельной эквивалентной схемы (рис. 10.11) катушки задачи 10.10 и найти токи в ее ветвях.

Ответ. $g_0=4,65 \cdot 10^{-3}$ См, $I_a=0,55$ А, $b_0=15,6 \cdot 10^{-3}$ См, $I_p=1,94$ А, $I=2$ А.

10.12*. Построить в масштабе векторную диаграмму катушки с ферромагнитным сердечником, к зажимам которой подведено си-

нусоидальное напряжение $U = 220$ В. При токе $I = 0,25$ А мощность потребления энергии катушкой равна 25 Вт. Число витков катушки $\omega = 500$, а активное сопротивление ее обмотки, измеренное мостом постоянного тока, равно 240 Ом. Поточками рассеяния катушки пренебречь.

Решение. Мощность потерь в обмотке (в меди) $P_m = rI^2 = 240 \cdot 0,25^2 = 15$ Вт.

Мощность потерь в магнитопроводе $P_c = P - P_m = 25 - 15 = 10$ Вт.

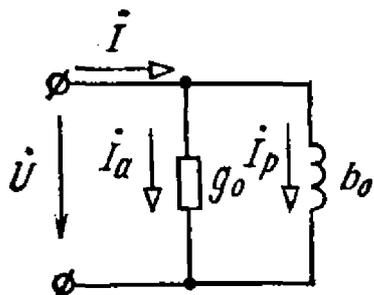


Рис. 10.11

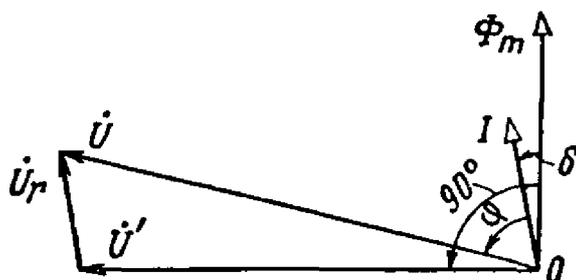


Рис. 10.12

Угол сдвига φ между вектором напряжения катушки и вектором эквивалентного тока определяется по формуле

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{25}{220 \cdot 0,25} = 0,454; \quad \varphi = 63^\circ.$$

Откладываем в некотором масштабе вектор напряжения \dot{U} и под углом 63° к нему вектор тока \dot{I} (рис. 10.12). Вычитая из вектора \dot{U} вектор активного падения напряжения $r\dot{I}$, находим вектор \dot{U}' , равный по величине и противоположный по направлению вектору э. д. с. E ($U' = 208$ В).

Вектор потока $\dot{\Phi}_m$ отстает по фазе от вектора \dot{U}' на угол 90° , а его величина определяется по формуле

$$\Phi_m = \frac{E}{4,44f\omega} = \frac{U'}{4,44f\omega} = \frac{208}{4,44 \cdot 50 \cdot 500} = 1,88 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

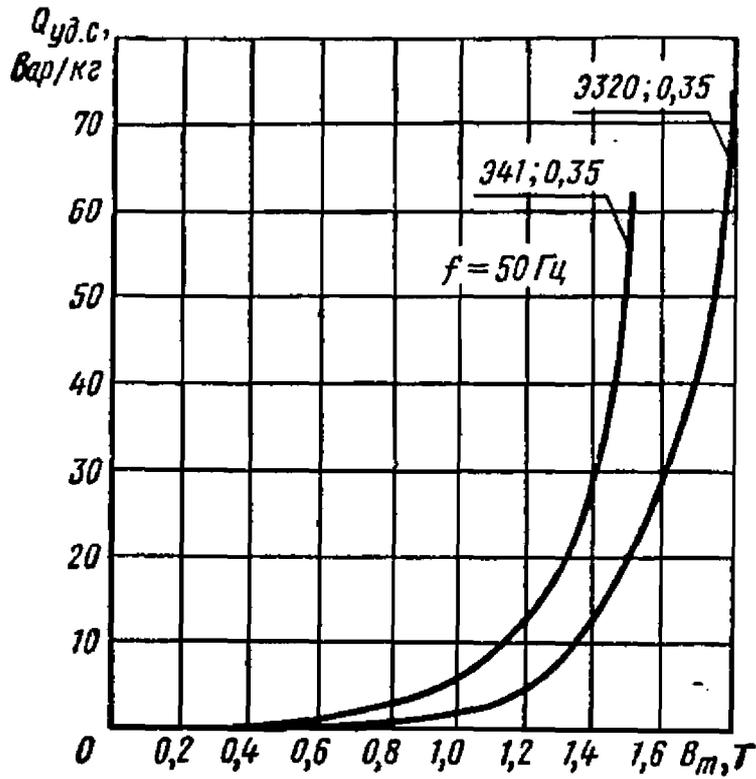
Угол потерь δ , т. е. угол сдвига фаз между вектором \dot{I} и вектором $\dot{\Phi}_m$, определяется из соотношения

$$\sin \delta = \frac{P_c}{EI} = \frac{10}{208 \cdot 0,25} = 0,192; \quad \delta = 11^\circ.$$

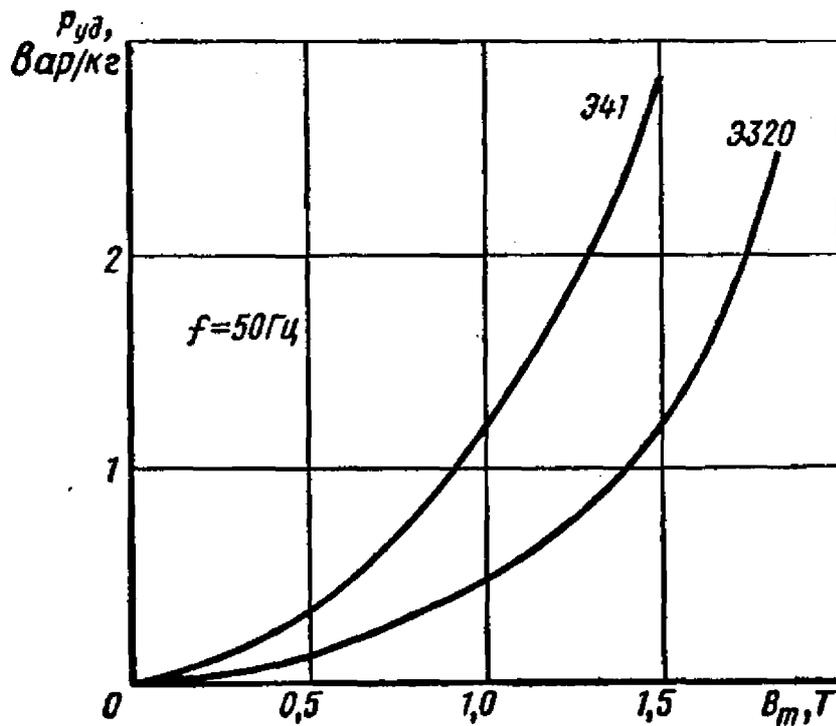
Варианты задачи 10.12:

- а) $U = 127$ В; $I = 0,05$ А; $P = 1,5$ Вт; $\omega = 200$; $r = 300$ Ом;
- б) $U = 36$ В; $I = 0,2$ А; $P = 3,5$ Вт; $\omega = 120$; $r = 25$ Ом.

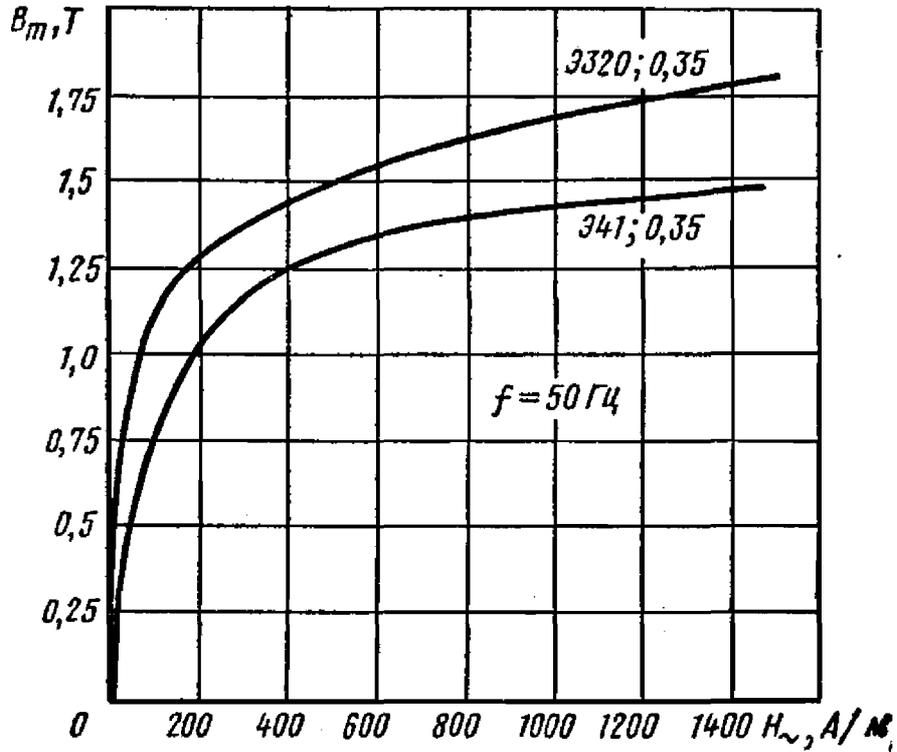
Удельная реактивная (намагничивающая) мощность для электротехнических сталей



Мощность удельных потерь в электротехнической стали



Кривые намагничивания электротехнических сталей на переменном токе



Электротехническая сталь Э320; 0,35, $f=50$ Гц

B_m , Т	0,5	1,0	1,25	1,5	1,6	1,7	1,8
H_m , А/см	0,30	0,60	1,60	4,80	7,20	8,60	14,20
$P_{уд}$, Вт/кг	0,1	0,5	0,9	1,4	1,7	2,0	2,45
$Q_{уд}$, с, вар/кг	0,43	1,7	5,7	20,5	32,5	41,5	73,0

Электротехническая сталь Э41; 0,35; $f=50$ Гц

B_m , Т	0,5	1,0	1,2	1,3	1,4	1,5
H_m , А/см	0,60	1,80	3,30	5,00	7,60	14,60
$P_{уд}$, Вт/кг	0,3	1,2	1,7	2,0	2,4	2,8
$Q_{уд}$, с, вар/кг	0,85	5,1	11,3	18,5	30,3	62,5

11.1. Определить ток холостого хода двух однофазных трансформаторов номинальной мощностью 10 кВА, если номинальное первичное напряжение $U = 220$ В и частота $f = 50$ Гц. Поле рассеяния и активными сопротивлениями обмоток пренебречь.

. Эскизы магнитопроводов трансформаторов изображены на рис. 11.1. Сердечник, показанный на рис. 11.1, а, выполнен из С-образных лент холоднокатаной стали Э320 толщиной 0,35 мм, а сердечник рис. 11.1, б — шихтованным из пластин горячекатаной стали Э41 толщиной 0,35 мм. Размеры сердечников: $a = 70$ мм, $b = 50$ мм, $h = 200$ мм и $c = 110$ мм.

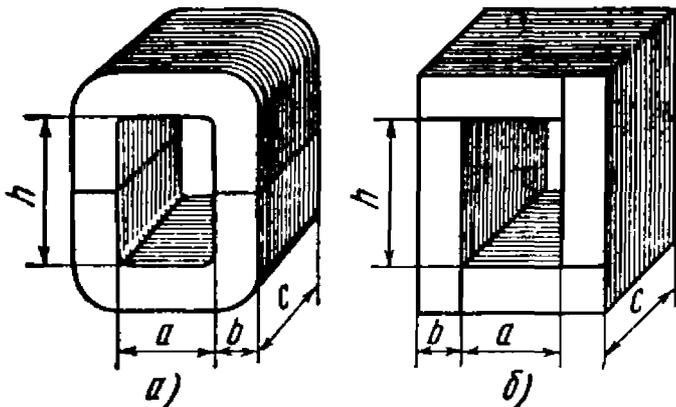


Рис. 11.1

Эквивалентный воздушный зазор каждого из четырех стыков шихтованного магнитопровода равен 0,05 мм, в ленточном магнитопроводе имеются два зазора по 0,02 мм каждый. Коэффициент заполнения сердечника, определяемый лаковой изоляцией между пластинами, $k_c = 0,92$. Число витков первичной обмотки $\omega_1 = 129$. При расчете воспользоваться кривыми намагничивания на переменном токе, приведенными в приложении 10.1.

Решение. Сечение стали магнитопровода (рис. 11.1, а)

$S_c = bck_c = 5 \cdot 11 \cdot 0,92 = 50,5 \text{ см}^2$.

Магнитная индукция в сердечнике

$$B_m = \frac{U}{4,44f\omega_1 S_c} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 129 \cdot 50,5 \cdot 10^{-4}} = 1,52 \text{ Т.}$$

По кривой намагничивания стали Э320 на переменном токе (см. приложение 10.1) находим действующее значение напряженности магнитного поля в ленточном сердечнике: $H_{\sim c} = 5 \text{ А/см}$.

Действующее значение напряженности магнитного поля в воздушном зазоре сердечника

$$H_{\sim B} = \frac{B_m}{\mu_0 \sqrt{2}} = 8 \cdot 10^5 = \frac{1,52}{\sqrt{2}} = 8,67 \cdot 10^5 \text{ А/м} = 8,67 \text{ кА/см.}$$

Магнитодвижущую силу в режиме холостого хода трансформатора находим по закону полного тока (для действующих значений тока):

$$\omega_1 I_{\text{хх}} = H_{\sim c} l_c + H_{\sim B} l_B.$$

Длина средней магнитной линии по сердечнику

$$l_c = 2h + 2a + \pi b = 69,7 \text{ см},$$

а по двум воздушным зазорам

$$l_b = 2\delta = 2 \cdot 0,002 = 0,004 \text{ см}.$$

Тогда

$$\omega_1 I_{\text{ихх}} = 5 \cdot 69,7 + 8670 \cdot 0,004 = 383 \text{ А}$$

и ток холостого хода

$$I_{\text{ихх}} = \frac{\omega_1 I_{\text{ихх}}}{\omega} = \frac{383}{129} = 2,97 \text{ А}.$$

Проводя аналогичный расчет для трансформатора рис. 11.1, б, получаем: $H_{\sim c} = 14,6 \text{ А/см}$, $l_c = 74 \text{ см}$, $l_b = 0,02 \text{ см}$, $\omega_1 I_{\text{ихх}} = 1152 \text{ А}$, $I_{\text{ихх}} = 8 \text{ А}$.

Таким образом, при равной номинальной мощности и магнитной индукции в сердечниках ток холостого хода первого трансформатора почти в три раза меньше, чем ток второго трансформатора.

11.2. Определить ток $I_{\text{ихх}}$, коэффициент мощности $\cos \phi$, и угол сдвига фаз α между потоком и током холостого хода трансформаторов, данные которых были указаны в задаче 11.1.

При расчете активной и реактивной составляющих тока использовать таблицы удельных потерь и кривые зависимости их от максимальной индукции (см. приложение 10.1).

Решение. Активную составляющую тока определяют мощностью потерь в сердечнике трансформатора $P_c = p_{\text{уд}} G_c$.

$$\text{Масса сердечника } G_c = \gamma_c l_c S_c = 7,8 \cdot 69,7 \cdot 50,5 = 27\,400 \text{ г} = 27,4 \text{ кг}.$$

Для индукции $B_m = 1,52 \text{ Т}$ находим удельные потери в стали сердечника $p_{\text{уд}} = 1,4 \text{ Вт/кг}$.

$$\text{Тогда } P_c = 1,4 \cdot 27,4 = 38,5 \text{ Вт}.$$

Активная составляющая тока холостого хода

$$I_{\text{ихх}a} = P_c / U = 38,5 / 220 = 0,175 \text{ А}.$$

Реактивная (намагничивающая) мощность сердечника $Q_c = Q_{\text{уд. c}} G_c = 20,5 \cdot 27,4 = 562 \text{ вар}$.

Реактивная мощность, затрачиваемая на создание поля в воздушных зазорах сердечника,

$$Q_b = Q_{\text{уд. в}} V_b,$$

где $Q_{\text{уд. в}} = \frac{\omega H_b B_b}{2} = \frac{\omega B_b^2}{2\mu_0}$ — удельная реактивная мощность; V_b — объем воздушных зазоров.

Величины

$$Q_{\text{уд. в}} = \frac{314 \cdot 1,52^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2} = 2,86 \cdot 10^8 \text{ вар/м}^3;$$

$$V_b = S_c l_b = 50,5 \cdot 0,004 = 0,202 \text{ см}^3 = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Следовательно,

$$Q_B = 2,86 \cdot 10^8 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} = 57,2 \text{ вар.}$$

Реактивная составляющая тока холостого хода трансформатора

$$I_{1xx} = \frac{Q_c + Q_B}{U} = \frac{562 + 57,2}{220} = 2,82 \text{ А.}$$

Ток холостого хода

$$I_{1xx} = \sqrt{I_{1xxa}^2 + I_{1xxp}^2} = \sqrt{0,175^2 + 2,82^2} = 2,86 \text{ А.}$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi_0 = \frac{I_{1xxa}}{I_{1xxp}} = \frac{0,175}{2,86} = 0,061.$$

Тангенс угла потерь

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_{1xxa}}{I_{1xxp}} = \frac{0,175}{2,82} = 0,061; \alpha = 3,5^\circ$$

Проведя аналогичный расчет для трансформатора рис. 11.1, б, находим $I_{1xx} = 8 \text{ А}$, $\cos \varphi_0 = 0,046$, $\alpha = 2^\circ 40'$.

11.3. Сравнить величины токов и потерь холостого хода (потерь в магнитопроводе) трансформатора рис. 11.1 при питании со стороны обмоток высшего и низшего напряжения. Коэффициент трансформации $k = \omega_1 / \omega_2 = 5$.

В обоих случаях к обмоткам подаются номинальные напряжения.

Ответ. Потери в стали одинаковы, так как при номинальных напряжениях обмоток в сердечнике создается один и тот же магнитный поток:

$$\Phi_m = \frac{U_{1н}}{4,44f\omega_1} = \frac{U_{2н}}{4,44f\omega_2}.$$

Соотношение токов определяется равенством намагничивающих сил обмоток в режиме холостого хода $\omega_1 I_{1xx} = \omega_2 I_{2xx}$, т. е.

$$I_{2xx} = I_{1xx} \frac{\omega_1}{\omega_2} = 5 I_{1xx}.$$

11.4. Определить ток и потери холостого хода однофазного трансформатора мощностью 250 Вт с Ш-образным штампованным магнитопроводом из стали Э41 и О-образным ленточным из стали Э320 (рис. 11.4). Толщина пластин 0,35 мм.

При шихтовке листов в Ш-образном магнитопроводе создаются четыре стыка, имеющие эквивалентные воздушные зазоры по 0,025 мм каждый. Амплитуда магнитной индукции в нем равна 1,4 Т.

Ленточный магнитопровод выполнен с двумя разрезами по 0,015 мм каждый. Амплитуда магнитной индукции в нем равна 1,6 Т.

Основные размеры О-образного магнитопровода: $a = 28$, $b = 44$, $c = 35$, $h = 68$ мм; Ш-образного: $a = 32$, $b = 32$, $c = 50$, $h = 80$ мм.

Номинальные напряжения первичных обмоток трансформаторов $U_{1н} = 380$ В, частота $f = 50$ Гц. Полями рассеяния и активными сопротивлениями обмоток пренебречь. Коэффициент заполнения сечения сердечника сталью принять равным 0,9.

Ответ. Для трансформатора с Ш-образным сердечником из стали Э41 ток $I_{1хх} = 0,38$ А, мощность $P = 9$ Вт.

Для трансформатора с О-образным сердечником из стали Э320 ток $I_{1хх} = 0,125$ А, мощность $P_{хх} = 5,2$ Вт.

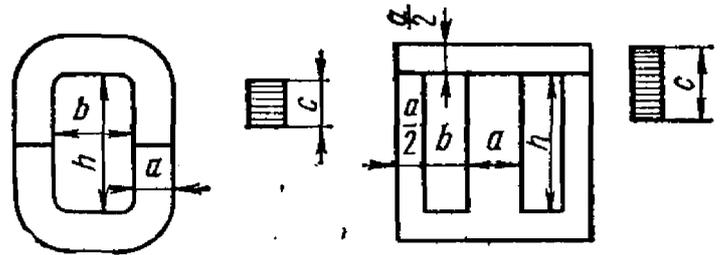


Рис. 11.4

11.5. Определить номинальные мощности однофазных трансформаторов с воздушным охлаждением по заданным размерам в магнитопроводе О- и Ш-образной формы (рис. 11.4). Оба магнитопровода выполнены из стали Э320, амплитуда магнитной индукции при частоте $f = 50$ Гц $B_m = 1,55$ Т. При частоте $f = 400$ Гц магнитная индукция B_m принята равной 0,65 Т. Коэффициент заполнения сечения магнитопровода сталью $k_c = 0,95$. Коэффициент заполнения окна медью проводов первичной и вторичной обмоток $k_0 = 0,25$. Размеры магнитопровода, рабочая частота f и плотность тока Δ в обмотках приведены в табл. 11.1.

Таблица 11.1

№ п/п	Тип сердечника	a, мм	b, мм	c, мм	h, мм	f, Гц	Δ , А/мм ²
1	О-образный	52	34	55	100	50	2,5
2	»	44	28	35	68	400	2,5
3	»	70	48	100	170	50	2,0
4	»	58	38	71	150	400	2,0
5	Ш-образный	40	40	60	100	50	2,5
6	»	20	20	40	50	50	2,5

Решение. Определим зависимость электромагнитной мощности трансформатора $S_{эм} = E_1 I_{1н}$ от его основных габаритных размеров. Э. д. с. первичной обмотки

$$E_1 = 4,44 f \omega_1 B_m S_c k_c, \quad (11.1)$$

где S_c — площадь сечения сердечника.

Номинальный ток первичной обмотки $I_{1н}$ выразим через площадь поперечного сечения ее провода q_1 и плотность тока Δ :

$$I_{1н} = q_1 \Delta. \quad (11.2)$$

Величину q_i в свою очередь можно выразить через число витков первичной обмотки w_1 и площадь сечения окна сердечника S_o :

$$q_i = \frac{S_o}{w_1} 0,5k_o. \quad (11.3)$$

Коэффициент 0,5 учитывает, что окно должно быть рассчитано не только на первичную обмотку, но и на вторичную, объем которой рационально делать примерно равным объему первичной обмотки.

При подстановке E_1 и $I_{1н}$ из уравнений (1)—(3) в формулу электромагнитной мощности $S_{эм} = E_1 I_{1н}$ и получаем $S_{эм} = 4,44fB_m \Delta k_o k_c 0,5S_o S_c$.

При $k_c = 0,9$ $S_{эм} = 2fB_m \Delta k_o S_o S_c$.

У силовых трансформаторов можно принять $U_{1н} = E$. Отсюда номинальная мощность трансформатора $S_n = U_{1н} I_{1н} = S_{эм}$.

Результаты расчета номинальной мощности для каждого из шести заданных трансформаторов сведены в табл. 11.2.

Т а б л и ц а 11.2

Номер трансформатора	1	2	3	4	5	6
$S_n, \text{ В} \cdot \text{А}$	1000	1000	4000	4000	1000	80

Сопоставим результаты расчета с исходными данными трансформаторов, приведенными в табл. 11.1.

1. Трансформаторы 5 и 6 имеют одинаковую форму сердечника, частоту f , магнитную индукцию B_m и плотность тока Δ , но произведение $(S_o S_c)_5 = 12(S_o S_c)_6$, поэтому номинальная мощность трансформатора 5 больше номинальной мощности трансформатора 6 в 12 раз.

Влияние геометрических размеров сердечника на величину номинальной мощности трансформатора можно также проследить, сравнивая трансформаторы 1 и 3, 2 и 4, имеющие один и тот же тип и одинаковую частоту.

2. Трансформаторы 1 и 2 имеют равные произведения $fB_m S_c S_o$, поэтому их номинальные мощности равны. Однако при равных номинальных мощностях трансформатора вес магнитопровода второго трансформатора в 3,5 раза меньше, чем первого, за счет повышения рабочей частоты.

11.6. Найти токи аварийного короткого замыкания $I_{1к}$ и $I_{2к}$ однофазного трансформатора с воздушным охлаждением типа ОВ-25, номинальная мощность которого $S_n = 25$ кВА и номинальные напряжения $U_{1н} = 380$, $U_{2н} = 127$ В при питании с первичной и вторичной сторон. Напряжение короткого замыкания $u_k = 4\%$. Сравнить величины найденных токов с соответствующими номинальными токами.

Решение. Ток короткого замыкания связан с номинальным током I_n и относительной величиной напряжения короткого замыкания u_k соотношением

$$I_k = \frac{U_n}{z_k} = \frac{U_n}{z_k} \cdot \frac{I_n}{I_n} = \frac{I_n}{u_k}.$$

Для заданного трансформатора $I_{1н} = 66$ А и $I_{2н} = 197$ А, следовательно, $I_{1к} = 1650$ А и $I_{2к} = 4940$ А. Кратность токов

$$I_{1к}/I_{1н} = I_{2к}/I_{2н} = 25.$$

11.7. Определить параметры Г-образной схемы замещения (рис. 11.7.) однофазного трансформатора номинальной мощности $S_n = 2,5$ кВА по данным опытов холостого хода и короткого замыкания: $U_{1н} = 220$ В, $U_{2н} = 127$ В, $I_{1хх} = 1,4$ А, $P_{хх} = 39$ Вт, $U_{1к} = 8,8$ В при $I_{1к} = I_{1н}$, $P_{кн} = 80$ Вт.

Ответ. $r_0 = 15,3$ Ом, $x_0 = 157$ Ом, $x_k = 0,374$ Ом, $r_k = 0,68$ Ом, $z_k = 0,78$ Ом.

11.8. Найти номинальный ток, ток холостого хода и сопротивления Г-образной схемы замещения трехфазных трансформаторов, технические данные которых приведены в табл. 11.3.

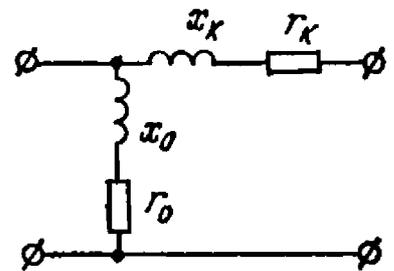


Рис. 11.7

Таблица 11.3

Тип трансформатора	S_n , кВА	$U_{1н}$, кВ	$U_{2н}$, В	$i_{хх}$, %	u_k , %	$P_{хх}$, Вт	$P_{кн}$, Вт	Способ соединения обмоток
ТСМ60/35	60	35	400	11,1	4,55	502	1200	Y/Δ
ТСМ560/6	560	6	400	4,58	4,27	1970	7000	Y/Y

Решение. В паспорте трехфазных трансформаторов дается номинальная мощность и мощность потерь всех трех фаз: под номинальными напряжениями понимаются линейные напряжения на зажимах трансформатора в режиме холостого хода, а под номинальными токами — линейные токи независимо от схемы соединения обмоток.

Номинальные токи трансформатора ТСМ60/35:

$$I_{1н} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{1н}} = \frac{60 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 35 \cdot 10^3} = 0,99 \text{ А},$$

$$I_{2н} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{2н}} = \frac{60 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400} = 87,5 \text{ А}.$$

Ток холостого хода (первичной обмотки)

$$I_{1хх} = i_{хх} I_{1н} = 0,11 \cdot 0,99 = 0,1 \text{ А}.$$

Эквивалентная схема трехфазных трансформаторов составляется только для одной фазы, поэтому для расчета ее сопротивлений нужно использовать фазные напряжения, токи и мощности.

У трансформатора ТСМ60/35 первичная обмотка соединена в звезду, а вторичная — в треугольник, поэтому фазные напряжения:

$$U_{1\text{нф}} = \frac{U_{1\text{н}}}{\sqrt{3}} = \frac{3,5}{\sqrt{3}} = 20,2 \text{ кВ}, \quad U_{2\text{нф}} = U_{2\text{н}} = 400 \text{ В}.$$

Фазные токи:

$$I_{1\text{нф}} = I_{1\text{н}} = 0,99 \text{ А}, \quad I_{2\text{нф}} = \frac{I_{2\text{н}}}{\sqrt{3}} = 50,5 \text{ А}.$$

Активные сопротивления Г-образной эквивалентной схемы:

$$r_{\text{к}} = \frac{P_{\text{кн}}}{3I_{1\text{нф}}^2} = \frac{1208}{3 \cdot 0,99^2} = 410 \text{ Ом},$$

$$\frac{P_0}{3I_{1\text{хх}}^2} = \frac{502}{3 \cdot 0,1^2} = 16800 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление $z_{\text{к}}$ находим с помощью формулы напряжения короткого замыкания:

$$u_{\text{к}} = \frac{z_{\text{к}} I_{1\text{нф}}}{U_{1\text{нф}}} = \frac{z_{\text{к}} I_{1\text{нф}} 3U_{1\text{нф}}}{3U_{1\text{нф}}^2} = \frac{z_{\text{к}} S_{\text{н}}}{U_{1\text{н}}^2},$$

$$z_{\text{к}} = u_{\text{к}} \frac{U_{1\text{н}}^2}{S_{\text{н}}} = \frac{0,0455 (35 \cdot 10^3)^2}{60 \cdot 10^3} = \frac{0,0455 (35 \cdot 10^3)^2}{60 \cdot 10^3} = 928 \text{ Ом}.$$

Реактивное сопротивление

$$x_{\text{к}} = \sqrt{z_{\text{к}}^2 - r_{\text{к}}^2} = 831 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление ветви холостого хода

$$z_0 = U_{1\text{нф}} / I_{1\text{хх}} = 20,2 \cdot 10^3 / 0,1 = 202 \cdot 10^3 \text{ Ом}.$$

Реактивное сопротивление

$$x_0 = \sqrt{z_0^2 - r_0^2} = \sqrt{(202^2 - 16,8^2) \cdot 10^3} = 202 \cdot 10^3 \text{ Ом}.$$

Для трансформатора ТСМ560/6

$$I_{1\text{н}} = 54 \text{ А}, \quad I_{2\text{н}} = 808 \text{ А}, \quad I_{1\text{хх}} = 2,48 \text{ А},$$

$$r_{\text{к}} = 0,8 \text{ Ом}, \quad r_0 = 106 \text{ Ом},$$

$$x_{\text{к}} = 2,63 \text{ Ом}, \quad x_0 = 1400 \text{ Ом}.$$

11.9. Для трехфазных трансформаторов типа ТСМ60/35 и ТСМ560/6, данные которых приведены в задаче 11.8, определить зависимости изменения вторичного напряжения Δu_2 от коэффициента нагрузки $\beta = I_2 / I_{2\text{н}}$ при коэффициенте мощности приемника $\cos \varphi_{\text{н}} = 0,9$.

Решение. Для расчета процентного изменения напряжения Δu_2 необходимо предварительно найти

$$\cos \varphi_k = \frac{r_k}{z_k} = \frac{P_k}{S_k} = \frac{P_k}{\sqrt{3} I_n U_k} = \frac{P_k}{\sqrt{3} I_n u_k U_n} = \frac{P_k}{S_n u_k}.$$

Для трансформатора ТСМ60/35

$$\cos \varphi_k = \frac{1208}{60 \cdot 10^3 \cdot 0,0455} = 0,442; \quad \varphi_k = 64^\circ.$$

Процентное изменение напряжения определяется формулой

$$\begin{aligned} \Delta u_2 \beta (u_{ka} \cos \varphi_{2n} + u_{kp} \sin \varphi_{2n}) = \\ = \beta u_k (\cos \varphi_k \cos \varphi_{2n} + \sin \varphi_k \sin \varphi_{2n}) = \beta u_k \cos (\varphi_{2n} - \varphi_k). \end{aligned}$$

При $\cos \varphi_{2n} = 0,9$ угол $\varphi_{2n} = 26^\circ$. Поэтому $\Delta u_2 = 0,0455 \beta \cos (26^\circ - 64^\circ) = 0,0358 \beta$.

Аналогичный расчет для трансформатора ТСМ560/6 дает $\Delta u_2 = 0,0291 \beta$.

11.10. Для трансформатора ТСМ60/35, данные которого были приведены в табл. 11.3, определить при половинной нагрузке ($\cos \varphi_n = 0,9$) напряжение на вторичной обмотке, к. п. д., ток и $\cos \varphi$ первичной обмотки.

Решение. Для рассматриваемого трансформатора в задаче 11.9 была получена формула расчета Δu_2 при $\cos \varphi_n = 0,9$: $\Delta u_2 = 0,0358 \beta$.

При $\beta = 0,5$ напряжение на вторичной обмотке

$$U_2 = (1 - 0,5 \Delta u_2) U_{2n} = 400 (1 - 0,5 \cdot 0,0358) = 393 \text{ В.}$$

К. п. д. при $\beta = 0,5$

$$\eta = 1 - \frac{\beta^2 P_{кн} + P_{хх}}{\beta S_n \cos \varphi_{2n} + \beta^2 P_{кн} + P_{хх}} = 1 - \frac{0,5^2 \cdot 1200 + 502}{0,5 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 0,9 + 0,5^2 \cdot 1200 + 502} = 0,97.$$

Активная мощность первичной обмотки.

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{\beta S_n \cos \varphi_n}{\eta} = \frac{0,5 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 0,9}{0,97} = 27,8 \cdot 10^3 \text{ Вт.}$$

Ток первичной обмотки

$$I_1 = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{1н}} = \frac{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}}{\sqrt{3} U_{1н}}.$$

Если реактивные мощности, обусловленные полями рассеяния обмоток трансформатора, не учитывать, то реактивная мощность первичной обмотки Q_1 будет равна сумме реактивных мощностей нагрузки Q_2 и намагничивания сердечника трансформатора $Q_0 = \sqrt{3} U_{1н} I_{1хх.р}$ (реактивная составляющая тока холостого хода практически равна полному току $I_{1хх}$):

$$\begin{aligned} Q_1 = \beta S_n \sin \varphi_n + \sqrt{3} U_{1н} I_{1хх} = 0,5 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 0,438 + \\ + \sqrt{3} \cdot 35 \cdot 10^3 \cdot 0,1 = 19,2 \cdot 10^3 \text{ вар.} \end{aligned}$$

Следовательно,

$$I_1 = \frac{\sqrt{(27,8 \cdot 10^3)^2 + (19,2 \cdot 10^3)^2}}{\sqrt{3} \cdot 35 \cdot 10^3} = 0,535 \text{ А.}$$

Коэффициент мощности нагруженного трансформатора

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_i}{\sqrt{3} U_{1н} I_1} = \frac{27,8 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 35 \cdot 10^3 \cdot 0,535} = 0,86.$$

11.11. Для трехфазного трансформатора типа ТСМ320/35 найти коэффициент нагрузки β , соответствующий максимальному к. п. д., и максимальный к. п. д. при $\cos \varphi_{2п} = 0,7$.

Технические данные трансформатора: $S_n = 320$ кВА, $U_{1н} = 35$ кВ, $U_{2н} = 6,3$ кВ, $P_{xx} = 1750$ Вт, $P_{кн} = 4793$ Вт, $u_k = 4,8\%$.

Решение. К. п. д.

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos \varphi_{2п}}{\beta S_n \cos \varphi_{2п} + \beta^2 P_{кн} + P_{xx}}$$

достигает максимального значения при

$$\beta_{\max} = \sqrt{\frac{P_{xx}}{P_{кн}}} = \sqrt{\frac{1750}{4793}} = 0,605.$$

Тогда

$$\eta_{\max} = \frac{0,605 \cdot 320 \cdot 10^3 \cdot 0,7}{0,605 \cdot 320 \cdot 10^3 \cdot 0,7 + 0,605^2 \cdot 4793 + 1750} = 0,975.$$

11.12. Построить зависимость к. п. д. трехфазного трансформатора от нагрузки η (β) при $\cos \varphi_{2п} = 1$ по следующим данным: номинальная мощность $S_n = 100$ кВА, номинальные напряжения $U_{1н} =$

Таблица 11.4

β	0,1	0,25	0,525	1,0
η	0,935	0,975	0,981	0,975

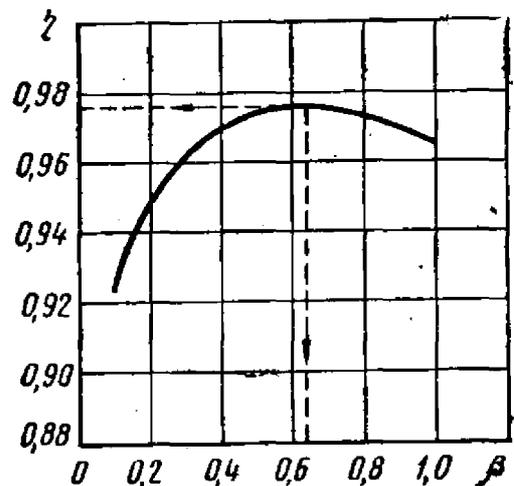


Рис. 11.13

$= 6$ кВ, $U_{2н} = 0,4$ кВ, напряжение короткого замыкания $u_k = 4,4\%$. Отношение активного сопротивления короткого замыкания к индуктивному сопротивлению $r_k/x_k = 0,5$. Потери холостого хода $P_{xx} = 541$ Вт.

Ответ дан в табл. 11.4.

11.13. Для трансформатора с номинальной мощностью $S_n = 20$ кВА известна кривая $\eta(\beta)$ при $\cos \varphi_{2n} = 1$ (рис. 11.13).

Определить мощность потерь холостого хода и короткого замыкания трансформатора.

Ответ. $P_{xx} = 166$ Вт, $P_k = 565$ Вт.

Глава 12

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

12.1. Электродинамический ваттметр типа Д566/12 имеет два предела измерения по току: $I_k = 2,5; 5$ А и три — по напряжению: $U_k = 75; 150; 300$ В. Шкала ваттметра односторонняя с числом делений $\alpha_k = 150$.

Определить цену деления ваттметра C_W для всех возможных вариантов включения прибора.

Ответ дан в табл. 12.1.

Таблица 12.1

$C_W = \frac{U_k I_k}{\alpha_k}$	$I_k, \text{ А}$	2,5			5		
	$U_k, \text{ В}$	75	150	300	75	150	300
$C_W, \text{ Вт/дел}$	1,25	2,5	5	2,5	5	10	

12.2. Для измерения напряжения $U = 3300$ В вольтметр типа Д566/8 с конечными значениями шкалы $U_k = 75, 150$ В включен через измерительный трансформатор напряжения типа И510. Шкала вольтметра имеет 150 делений.

Определить цену деления вольтметра C_V на всех пределах измерения, если коэффициент трансформации $k = 6000/100$.

Ответ дан в табл. 12.2.

Таблица 12.2

$C_V = k \frac{U_k}{\alpha_k}$	$U_k, \text{ В}$	75	150
	$C_V, \text{ В/дел}$	30	60

Таблица 12.3

$C_A = k \frac{I_k}{\alpha_k}$	$I_k, \text{ А}$	2,5	5
	$C_A, \text{ А/дел}$	0,25	0,5

12.3. Амперметр типа Д566/2 с двумя пределами измерений 2,5; 5 А и односторонней шкалой на 100 делений включен во вторичную обмотку трансформатора тока типа И515.

Определить цену деления амперметра C_A , если коэффициент трансформации $k = 50/5$.

Ответ см. в табл. 12.3.

12.4. Показание амперметра в задаче 12.3 равно $\alpha = 60,4$ дел. Определить ток I в первичной цепи трансформатора тока, если амперметр включен на предел измерения $I_k = 5$ А.

Ответ. $I = C_A \alpha = 30,2$ А.

12.5. При проверке амперметра методом сличения (рис. 12.5) поверяемый прибор показал $I_A = 5,00$ А, а образцовый — $I = 5,12$ А.

Конечное значение шкалы поверяемого прибора $I_k = 10$ А.

Найти поправку к показаниям амперметра, а также абсолютную, приведенную и относительную погрешности прибора.

Решение. Абсолютная погрешность прибора представляет собой разность между показанием прибора и действительным значением измеряемой величины (показанием образцового прибора) $\Delta I = I_A - I = 5,00 - 5,12 = -0,12$ А.

Поправка есть величина, обратная абсолютной погрешности: $\delta = -\Delta I = 0,12$ А.

Относительная погрешность

$$\gamma = \Delta I / I = -0,12 / 5,12 = -0,0234 = -2,34\%.$$

Приведенная погрешность определяется отношением модуля абсолютной погрешности к конечному значению шкалы прибора:

$$\gamma_k = |\Delta I| / I_k = 0,12 / 10 = 0,012 = 1,2\%.$$

12.6. После ремонта щитового вольтметра типа Э377 (класс точности $K_V = 1,5$, предел измерения $U_k = 150$ В) произвели проверку основной погрешности прибора. Наибольшая погрешность была $\Delta U_{\max} = 2,1$ В на отметке шкалы $U = 120$ В.

Сохранил ли вольтметр после ремонта свой класс точности?

Ответ. Да.

12.7. В цепи постоянного тока схемы рис. 12.7 включены приборы: А — амперметр типа М330 класса точности $K_A = 1,5$ с пределом измерения $I_k = 20$ А и A_1 — амперметр типа М366 класса точности $K_A = 1,0$ с пределом измерения $I_{k1} = 7,5$ А.

Подсчитать наибольшую возможную относительную погрешность измерения тока I_2 и возможные пределы его действительного значения, если приборы показали: $I = 8,00$ А и $I_1 = 6,00$ А.

Решение. Определенная по показаниям прибора без учета их погрешностей величина тока $I_2 = I - I_1 = 8,00 - 6,00 = 2,00$ А.

Модули абсолютных погрешностей:

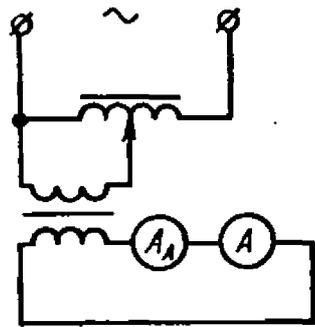


Рис. 12.5

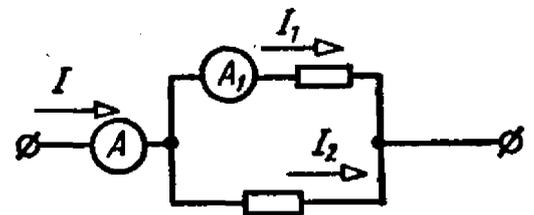


Рис. 12.7

амперметра A

$$|\Delta I| = \frac{K_A}{100} I_k = \frac{1,5}{100} \cdot 20 = 0,30 \text{ А};$$

амперметра A_1

$$|\Delta I_1| = \frac{K_{A_1}}{100} I_{k1} = \frac{1,0}{100} \cdot 7,5 = 0,075 \text{ А}.$$

Сумма модулей абсолютных погрешностей составляет

$$|\Delta I| + |\Delta I_1| = 0,30 + 0,075 = 0,38 \text{ А}.$$

Следовательно, наибольшая возможная относительная погрешность измерения тока I_2

$$\gamma_2 = \frac{|\Delta I| + |\Delta I_1|}{I_2} = \frac{0,38}{2} = 0,19 = 19\%.$$

Возможные пределы действительного значения тока I_2 таковы: $1,62 \leq I_2 \leq 2,38 \text{ А}$.

Примечание. Следует избегать косвенных измерений, при подсчете которых встречается разность близких величин.

12.8. В цепи схемы рис. 12.7 включены приборы: A — микроамперметр типа М4206 класса точности $K_A = 2,5$ с пределом измерения $I_k = 200 \text{ мкА}$ и A_1 — микроамперметр типа М4209 класса точности $K_{A_1} = 4,0$ с пределом измерения $I_{k1} = 100 \text{ мкА}$.

Подсчитать возможные пределы действительного значения тока I_2 , определенного по показаниям микроамперметров: $I = 80 \text{ мкА}$ и $I_1 = 60 \text{ мкА}$.

Ответ. $I_2 = (20 \pm 9)$, мкА или $11 \leq I_2 \leq 29 \text{ мкА}$.

12.9. Измеряют напряжение двумя параллельно включенными вольтметрами: V_1 — типа В-140 класса точности $K_V = 2,5$ с пределом измерения $U_{k1} = 30 \text{ В}$ и V_2 — типа М366 класса точности $K_{V_2} = 1,0$ с пределом измерения $U_{k2} = 150 \text{ В}$.

Показания какого вольтметра точнее, если первый показал $U_1 = 29,2 \text{ В}$, а второй — $U_2 = 30,0 \text{ В}$?

Ответ. В данных условиях относительная погрешность измерения вольтметра класса 2,5 примерно вдвое меньше, чем при измерении вольтметром класса 1,0, поэтому показание первого вольтметра точнее, чем второго.

12.10. Для измерения тока в цепи рис. 12.10 включен микроамперметр типа М906 класса точности $K_A = 1,0$ с пределом измерения $I_k = 50 \text{ мкА}$ и внутренним сопротивлением $r_A = 1900 \text{ Ом}$.

Определить погрешность метода измерения тока, если $E = 22 \text{ мВ}$, $r_E = 100 \text{ Ом}$ и $r = 1000 \text{ Ом}$.

Решение. Ток в цепи до включения микроамперметра

$$I = \frac{E}{r_E + r} = \frac{22 \cdot 10^{-3}}{100 + 1000} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ А} = 20 \text{ мкА};$$

после включения микроамперметра

$$I_A = \frac{E}{r_E + r + r_A} = \frac{22 \cdot 10^{-3}}{100 + 1000 + 1900} = 7,3 \text{ мкА.}$$

Погрешность метода измерения тока, обусловленная внутренним сопротивлением микроамперметра,

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{I_A - I}{I} = \frac{\Delta I}{I} = -\frac{r_A}{r_{\text{вх}} + r_A} = -\frac{1}{1 + r_{\text{вх}}/r_A} = \\ &= -\frac{1}{1 + 1100/1900} \cdot 100\% = -64\%, \end{aligned}$$

где $r_{\text{вх}} = r_{ab} = r_E + r$ — входное сопротивление цепи со стороны измерителя тока.

Примечание. При непосредственном измерении тока следует избегать включения таких приборов, внутренним сопротивлением которых нельзя пренебречь по сравнению с входным сопротивлением цепи. В противном случае необходимо учесть погрешность метода измерения тока.

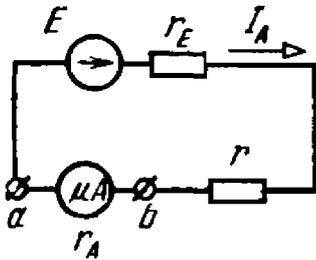


Рис. 12.10

12.11. В задаче 12.10 определить погрешность измерения тока, обусловленную классом точности и пределом измерения микроамперметра. Сопоставить эту погрешность с погрешностью метода.

Решение. Наибольшая абсолютная погрешность прибора

$$\Delta I_{\text{max}} = \pm \frac{K_A}{100} I_k = \pm \frac{1,0}{100} \cdot 50 = \pm 0,5 \text{ мкА.}$$

Относительная погрешность показания прибора

$$\gamma = \pm \frac{\Delta I_{\text{max}}}{I} = \pm \frac{0,5}{7,3} = \pm 0,069 = \pm 6,9\%.$$

Погрешность метода измерения $|\gamma_1|$ примерно в 10 раз больше относительной погрешности показания прибора $|\gamma|$.

12.12. Для измерения тока в цепи схемы рис. 12.10 включен миллиамперметр типа Д500/5 класса точности $K_A = 0,1$ с конечными значениями шкалы $I_{k1} = 25$ мА, $I_{k2} = 50$ мА и внутренними сопротивлениями, соответственно равными $r_{A1} = 580$ Ом и $r_{A2} = 180$ Ом.

Определить показание прибора при включении его на один из пределов измерения, если $E = 5,5$ В, $r_E = 25$ Ом, $r = 250$ Ом.

Ответ. $I_1 = 20(1 - 0,678) \pm 0,025 = (6,44 \pm 0,025)$ мА, $I_2 = 20(1 - 0,395) \pm 0,050 = (12,09 \pm 0,050)$ мА.

12.13. Для измерения напряжения на сопротивлении r в цепи схемы рис. 12.13 использован милливольтметр типа М4212 класса точности $K_V = 4,0$ с пределом измерения $U_k = 500$ мВ и относительным внутренним сопротивлением $r_{V_0} = r_V/U_k = 700$ Ом/В.

Определить погрешность метода измерения, если $E = 0,55$ В, $r_E = 50$ Ом и $r = 500$ Ом.

Решение. Напряжение холостого хода на зажимах a и b

$$U_{ab\text{ хх}} = E \frac{r}{r_E + r} = 0,55 \frac{500}{50 + 500} = 0,5 \text{ В.}$$

Входное сопротивление схемы относительно зажимов a и b , к которым подключается прибор,

$$r_{\text{вх}} = \frac{r_E r}{r_E + r} = \frac{50 \cdot 500}{50 + 500} = 45,4 \text{ Ом.}$$

Внутреннее сопротивление милливольтметра

$$r_V = r_{V_0} U_{\text{к}} + 700 \cdot 0,5 = 350 \text{ Ом.}$$

По методу эквивалентного генератора напряжение, показываемое милливольтметром,

$$U_V = U_{ab\text{ хх}} \frac{r_V}{r_{\text{вх}} + r_V} = 0,5 \frac{350}{45,4 + 350} = 0,442 \text{ В.}$$

Погрешность метода измерения напряжения, обусловленная внутренним сопротивлением прибора,

$$\begin{aligned} \gamma_U &= \frac{U_V - U_{ab\text{ хх}}}{U_{ab\text{ хх}}} = \left(\frac{U_{ab\text{ хх}} r_V}{r_{\text{вх}} + r_V} - U_{ab\text{ хх}} \right) : U_{ab\text{ хх}} = \frac{r_V}{r_{\text{вх}} + r_V} - 1 = \\ &= - \frac{1}{1 + \frac{r_V}{r_{\text{вх}}}} = - \frac{1}{1 + \frac{350}{45,4}} = -0,116 = -11,6\%. \end{aligned}$$

12.14. Подсчитать относительную погрешность измерения γ , обусловленную классом точности и пределом измерения милливольтметра в задаче 12.13. Сопоставить ее с погрешностью метода γ_U .

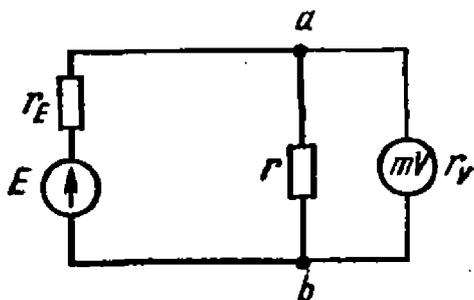


Рис. 12.13

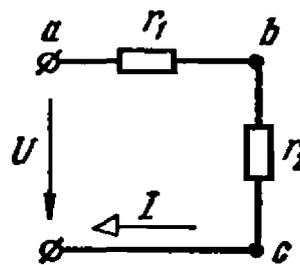


Рис. 12.15

Решение. Относительная погрешность измерения

$$\gamma = \pm \frac{K_V}{100} \cdot \frac{U_{\text{к}}}{U_V} = \pm \frac{4,0}{100} \cdot \frac{0,5}{0,442} = \pm 0,045 = \pm 4,5\%.$$

Погрешность метода $|\gamma_U| = 11,6\%$ в 2,5 раза больше погрешности измерения $|\gamma| = 4,5\%$.

12.15. Для измерения напряжений на участках ab и bc цепи постоянного тока схемы рис. 12.15 предлагается использовать вольтметр типа Д566/8 класса точности 0,2 с конечными значениями шкалы $U_{\text{к}1} = 75 \text{ В}$, $U_{\text{к}2} = 150 \text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $r_{V_1} = 1,768 \text{ кОм}$, $r_{V_2} = 5 \text{ кОм}$. Начальная нерабочая часть шкалы составляет 10%.

На каких пределах измерения вольтметра его показания наиболее близки к действительным значениям, если $U = 55$ В, $r_1 = 0,2$ кОм, $r_2 = 2$ кОм?

Ответ. Напряжение на участке ab меньше 7,5 В, отсчет затруднен на обоих пределах. Измерение на участке bc сопровождается погрешностью более 3% и поэтому неприемлемо. Задача решается с использованием метода эквивалентного генератора.

12.16. Каковы должны быть отношения внутренних сопротивлений измерителей тока и напряжения r_A и r_V к входным сопротивлениям $r_{вх}$, чтобы погрешности метода измерения $-\gamma_I$ и $-\gamma_U$ не превышали: а) 10%, б) 1%, в) 0,1%.

Указание. Считать, что $r_{вх}/r_A \gg 1$ и $r_V/r_{вх} \gg 1$, и вместо формул $-\gamma_I = \frac{1}{1+r_{вх}/r_A}$ и $-\gamma_U = \frac{1}{1+r_V/r_{вх}}$ воспользоваться упрощенными формулами.

Ответ. $r_A/r_{вх} \leq |\gamma_I| =$ а) 0,1; б) 0,01; в) 0,001; $r_V/r_{вх} \geq \frac{1}{|\gamma_U|} =$ а) 10; б) 100; в) 1000.

12.17. Каково должно быть внутреннее сопротивление измерителя тока, если входное сопротивление по отношению к зажимам амперметра $r_{вх} = 50$ Ом, а погрешность метода не превышает: а) 10%, б) 1%, в) 0,1%?

Ответ. $r_A \leq \gamma_I r_{вх} =$ а) 5 Ом; б) 0,5 Ом; в) 0,05 Ом.

12.18. В цепи схемы рис. 12.10 расчетный ток $I = 1$ А, входное сопротивление по отношению к зажимам амперметра $r_{вх} = 10$ Ом. Для измерения тока в цепи можно использовать два амперметра — амперметр типа М151 класса точности 1,5 с внутренним сопротивлением $r_A = 0,025$ Ом и пределом измерения $I_k = 5$ А и амперметр типа Д566/2 класса точности 0,2 двухпределный: а) $I_{к1} = 2,5$ А и $r_{A1} = 0,6$ Ом; б) $I_{к2} = 5$ А и $r_{A2} = 0,3$ Ом.

Какой из амперметров позволяет произвести измерение тока без учета погрешности метода?

Указание и ответ. Амперметр типа М151: $\gamma = 7,5\%$ и $\gamma_I = -0,25\%$.

Погрешность метода $|\gamma_I|$ можно не учитывать тогда, когда она по меньшей мере в пять раз меньше погрешности измерения $|\gamma|$.

12.19. В цепи схемы рис. 12.15 расчетное напряжение на участке ab составляет 75 В, входное сопротивление схемы относительно этих же зажимов $r_{вх} = 100$ Ом. Для измерения напряжения на участке ab можно использовать два вольтметра: вольтметр типа М366 класса точности 1,0 с пределом измерения $U_k = 300$ В и с внутренним сопротивлением $r_V = 100$ кОм и вольтметр типа Д566/8 класса точности 0,2 с пределами измерения $U_{к1} = 75$ В, $U_{к2} = 150$ В и с внутренними сопротивлениями $r_{V1} = 1,768$ кОм, $r_{V2} = 5$ кОм, $r_{V3} = 10$ кОм.

Какой из вольтметров позволяет произвести измерение напряжения без учета погрешности метода?

Ответ. Вольтметр типа М366.

12.20. На рис. 12.20 приведена схема трехпредельного милливольтметра типа М1151 класса точности 0,1.

Подсчитать входное сопротивление прибора r_v , мощность потребляемой им энергии P и ток рамки I_p при включении его в цепь на одно из предельных напряжений.

Ответ дан в табл. 12.4.

12.21. Рассчитать многопредельный шунт (рис. 12.21) к измерительному механизму типа М340 на пределы измерения токов 7,5; 15; 30 А.

Сопротивление рамки измерительного механизма $r_p = 0,38$ Ом, сопротивление двух спиральных пружин $2r_{сп} = 0,92$ Ом. Для уменьшения температурной погрешности последовательно с рамкой включено добавочное сопротивление из манганина $r_d = 1,20$ Ом. При включении любого предела измерения падение напряжения на шунте должно быть равно 75 мВ.

Решение. Сопротивление шунта

$$r_{ш} = \frac{r_k}{n-1},$$

где $r_k = 2r_{сп} + r_p + r_d = 0,92 + 0,38 + 1,2 = 2,5$ Ом — сопротивление измерительной цепи; $n = I/I_k$ — коэффициент шунтирования.

Таблица 12.4

U_k , мВ	45	75	150
r_v , Ом	15	37,5	150
P , мВт	135	150	150
I_p , мА	0,45	0,45	0,45

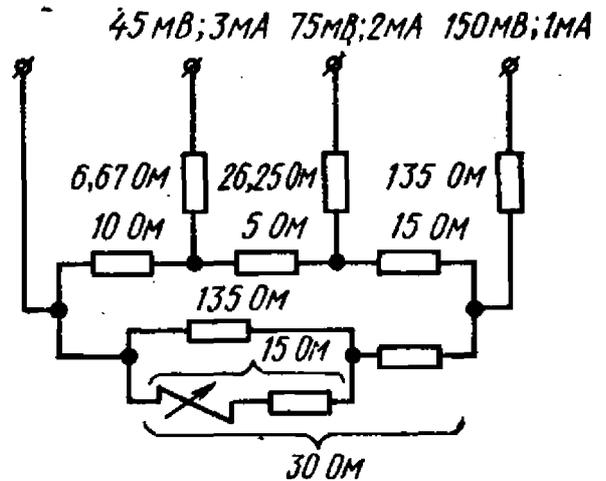


Рис. 12.20

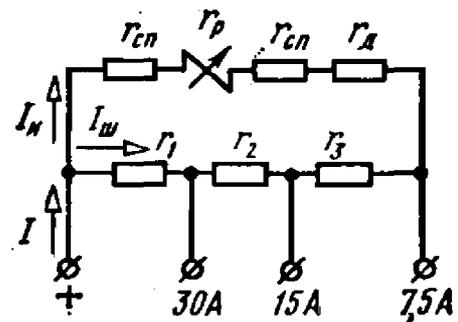


Рис. 12.21

Ток в ветви измерителя

$$I_k = U_{ш}/r_k = 0,075/2,5 = 0,03 \text{ А.}$$

Коэффициенты шунтирования и сопротивления шунта для заданных пределов измерения равны:

$$\text{при } 7,5 \text{ А } n = \frac{7,5}{0,03} = 250, \quad r_{ш} = r_1 + r_2 + r_3 = \frac{2,5}{250-1};$$

$$\text{при } 15 \text{ А } n = \frac{15}{0,03} = 500, r_{\text{ш}} - r_3 = r_1 + r_2 = \frac{2,5 + r_3}{500 - 1};$$

$$\text{при } 30 \text{ А } n = \frac{30}{0,03} = 1000, r_{\text{ш}} - r_3 - r_2 = r_1 = \frac{2,5 + r_3 + r_2}{1000 - 1};$$

$$r_1 = 0,025020 \text{ Ом}, r_2 = 0,002522 \text{ Ом}, r_3 = 0,005016 \text{ Ом}.$$

12.22. Милливольтметр с конечным значением шкалы 75 В и внутренним сопротивлением $r = 10 \text{ Ом}$ использован в качестве измерителя тока на следующие пределы измерения: 15; 30; 75; 150 А и 15; 30; 75 мА.

Определить сопротивления шунта для каждого из пределов измерения.

Ответ. 0,0050; 0,0025; 0,0010; 0,0005; 10,00; 3,333; 1,111 Ом.

12.23. Для определения параметров катушки использован метод амперметра, вольтметра и ваттметра (рис. 12.23). Приборы показали:

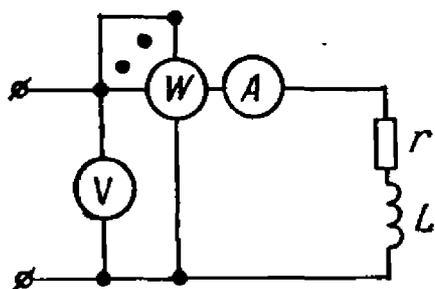


Рис. 12.23

амперметр (тип Э302, $K_A = 1,5$; $I_{кА} = 5 \text{ А}$) — $I = 5 \text{ А}$; вольтметр (тип Э316, $K_V = 1,0$, $U_{кВ} = 75 \text{ В}$) — $U = 60 \text{ В}$, ваттметр (тип Д128, $K_W = 1,0$, $U_{кВ} = 150 \text{ В}$, $I_{кА} = 5 \text{ А}$) — $P = 75 \text{ Вт}$.

Найти погрешности определения активного сопротивления и коэффициента мощности $\cos \varphi$ катушки без учета влияния сопротивлений приборов.

Решение. Расчетное значение активного сопротивления r катушки $r' = P/I^2 = 75/25 = 3 \text{ Ом}$.

Погрешность косвенного измерения сопротивления

$$\begin{aligned} \gamma_r &= \frac{\Delta r'}{r'} = \frac{\Delta P}{P} + 2 \frac{\Delta I}{I} = \frac{K_W}{100} \cdot \frac{U_{кВ} I_{кА}}{P} + 2 \frac{K_A}{100} \cdot \frac{I_{кА}}{I} = \\ &= \frac{1,0}{100} \cdot \frac{150 \cdot 5}{75} + 2 \frac{1,5}{100} \cdot \frac{5}{5} = \pm 0,13 = \pm 13\%. \end{aligned}$$

Действительное значение активного сопротивления

$$r = r' (1 \pm \gamma_r) = 3 (1 \pm 0,13), \text{ или } 2,61 \text{ Ом} \leq r \leq 3,39 \text{ Ом}.$$

Расчетное значение коэффициента мощности

$$\cos \varphi' = \frac{P}{UI} = \frac{75}{60 \cdot 5} = 0,25 \quad (\varphi' = 75^\circ 31').$$

Погрешность косвенного измерения коэффициента мощности

$$\begin{aligned} \gamma_{\cos \varphi} &= \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} = \frac{K_P}{100} \cdot \frac{U_{кВ} I_{кА}}{P} + \frac{K_V}{100} \cdot \frac{U_{кВ}}{U} + \frac{K_A}{100} \cdot \frac{I_{кА}}{I} = \\ &= \frac{1,0}{100} \cdot \frac{150 \cdot 5}{75} + \frac{1,0}{100} \cdot \frac{75}{60} + \frac{1,5}{100} \cdot \frac{5}{5} = \pm 0,13 = \pm 13\%. \end{aligned}$$

Действительное значение коэффициента мощности

$$\cos \varphi = \cos \varphi' (1 \pm \gamma_{\cos \varphi}) = 0,25 (1 \pm 0,13),$$

или

$$0,218 \leq \cos \varphi \leq 0,282.$$

Это соответствует возможным пределам по углу

$$77^{\circ}24' \geq \varphi \geq 73^{\circ}37'.$$

12.24. В цепь переменного тока (рис. 12.23) включены амперметр (тип Д570, $K_A = 0,5$, $I_{кА} = 2,5$), вольтметр (тип Д567, $K_V = 0,5$, $U_{кV} = 150$ В) и ваттметр (тип Д568/5, $K_W = 0,5$, $U_{кW} = 159$ В, $I_{кW} = 2,5$ А).

Определить активное сопротивление r и коэффициент мощности $\cos \varphi$ пассивного двухполюсника, если приборы показали: $I = 2,4$ А, $U = 125$ В, $P = 180$ Вт.

Ответ. $r = 31,2 (1 \pm 0,021)$ Ом; $\cos \varphi = 0,6 (1 \pm 0,022)$.

12.25. При проверке однофазного счетчика типа СО-1 ($U_n = 127$ В, $I_n = 10$ А, 1 кВт·ч = 2500 об/мин, класс точности 2,5) на его зажимах поддерживалось номинальное напряжение, ток в активной нагрузке был равен 5 А. Диск счетчика совершил $n = 28 \pm 1$ об/мин.

При поверке использовались: амперметр типа Д570/2 класса точности 0,5 с пределами измерения 0; 5; 10 А, вольтметр типа Д567 класса точности 0,5 с пределами измерения 0; 75; 150; 300; 600 В и секундомер типа СМ-60 (цена деления секундной шкалы 0,2 с).

Определить номинальную C_n и действительную C_d постоянные счетчика, а также абсолютную ΔC и относительную γ погрешности измерения постоянной счетчика.

Решение. Номинальная постоянная счетчика

$$C_n = \frac{W_n}{n_n} = \frac{P_n t_n}{n_n} = \frac{1000 \cdot 60 \cdot 60}{2500} = 1440 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{об}},$$

где W_n — номинальная энергия, кВт·ч; P_n — номинальная мощность, Вт; t_n — номинальное время, с; n_n — номинальное число оборотов, об/мин.

Расчетная постоянная счетчика

$$C'_d = \frac{U I t}{n} = \frac{127 \cdot 5 \cdot 60}{28} = 1360 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{об}}.$$

Относительная погрешность измерения постоянной счетчика

$$\begin{aligned} \gamma &= \Delta U/U + \Delta I/I + \Delta t/t + \Delta n/n = \frac{K_V}{100} \cdot \frac{U_k}{U} + \frac{K_A}{100} \cdot \frac{I_k}{I} + \\ &+ \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta n}{n} = \frac{0,5}{100} \cdot \frac{150}{127} + \frac{0,5}{100} \cdot \frac{5}{5} + \frac{0,2}{60} + \frac{1}{28} = 0,05 = 5\%. \end{aligned}$$

Действительная постоянная счетчика

$$C_d = C'_d \pm \Delta C_d = C'_d (1 \pm \gamma) = 1360 (1 \pm 0,05) = 1360 \pm 68 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{об}}.$$

Максимальная абсолютная погрешность измерения постоянной счетчика

$$\Delta C = C_n - C_d = 1440 - (1360 - 68) = 148 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{об}}.$$

Максимальная относительная погрешность измерения постоянной счетчика

$$\gamma_c = \Delta C / C_n = 148 / 1440 = 0,103 = 10,3\%.$$

Примечание. Поверка счетчика выполнена неудачно, так как максимальная относительная погрешность измерения постоянной счетчика оказалась больше точности счетчика в четыре раза. Если бы число оборотов диска счетчика подсчитывалось не за 1 мин, а за 4 мин, когда $n > 100$, то $\Delta t/t = 0,08\%$, $\Delta n/n = 0,90\%$ (а не 3,57%) и относительная погрешность измерения постоянной счетчика $\gamma_c = 2,07\%$ не превышала бы его класса точности.

12.26. При поверке счетчика в задаче 12.25 в тех же условиях нагрузки были использованы более точные приборы: вольтметр (тип Д591/8, $K_V = 0,1$, $U_k = 150; 300$ В) и амперметр (тип Д592/21, $K_I = 0,1$, $I_k = 5; 10$ А). При поверке диск счетчика сделал $n = 269 \pm 1$ оборотов за время $t = 10$ мин.

Определить действительную постоянную счетчика и относительную погрешность ее измерения.

Ответ. $C_d = (1422 \pm 7,5) \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{об}}$; $\gamma_c = 1,8\%$.

12.27. Поверка однофазного счетчика типа СО-2 ($U_n = 127$ В, $I_n = 10$ А, 1 кВт·ч = 1200 об/мин, класс точности 2,5) производилась по схеме рис. 12.27. При этом использовались следующие приборы;

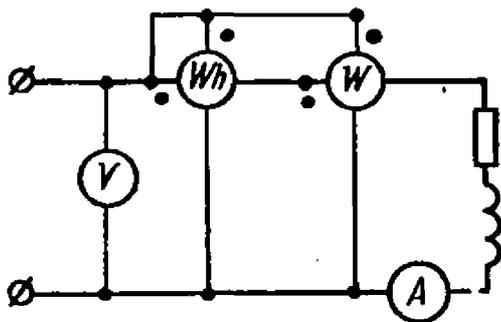


Рис. 12.27

ваттметр (тип Д5016/1, $K_W = 0,2$, $I_{kW} = 5; 10$ А, $U_{kW} = 75; 150; 300$ В), амперметр (тип Д5014/1, $K_I = 0,2$, $I_k = 5; 10$ А), вольтметр (тип Д5015/2, $K_V = 0,2$, $U_k = 75; 150; 300$ В), секундомер типа СМ-60. Приборы показали: $U = 127$ В, $I = 10$ А, $P = 1016$ Вт. Диск счетчика совершил $n = 200 \pm 1$ оборотов за 10 мин.

Определить действительную постоянную счетчика и относительную погрешность ее измерения.

Ответ. $C_d = (3048 \pm 21) \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{об}}$, $\gamma_c = 2,3\%$.

12.28. Для определения коэффициента мощности нагрузки в цепь переменного тока промышленной частоты включены: амперметр (тип Э8018, $I_{kA} = 3$ А, $K_I = 1,5$), вольтметр (типа Э358, $U_k = 150$ В, $K_V = 1,5$) и ваттметр (тип Д568/6 $U_{kW} = 150$ В, $I_{kW} = 5$ А, $K_W = 0,5$, $a_W = 150$ дел.). Приборы показали: $I = 2,4$ А, $U = 125$ В, число делений по ваттметру $\alpha_W = 36$.

Определить коэффициент мощности $\cos \varphi$ и относительную погрешность его измерения γ .

Ответ. $\cos \varphi = 0,6 \pm 0,035$, $\gamma = 5,8\%$.

12.29. Для измерения параметров конденсатора была собрана схема рис. 12.29.

После уравнивания моста было записано: $C_0 = 10^{-6}$ Ф, $r_0 = 9,8$ Ом, $r_1 = 1014$ Ом, $r_2 = 9810$ Ом.

Определить параметры последовательной эквивалентной схемы замещения конденсатора.

Решение. Выведем формулу для определения r_x и C_x .

При равновесии моста

$$\left(r_x + \frac{1}{j\omega C_x}\right)r_2 = \left(r_0 + \frac{1}{j\omega C_0}\right)r_1.$$

Разбивая это комплексное равенство на два алгебраических, получаем:

$$r_x r_2 = r_0 r_1, \text{ или } r_x = r_0 \frac{r_1}{r_2},$$

$$\frac{r_2}{j\omega C_x} = \frac{r_0}{j\omega C_0}, \text{ или } C_x = C_0 \frac{r_2}{r_1}.$$

После подстановки числовых значений имеем:

$$r_x = \frac{9,8 \cdot 1014}{9810} = 1,01 \text{ Ом},$$

$$C_x = \frac{10^{-6} \cdot 9810}{1014} = 9,68 \text{ мкФ}.$$

12.30. Определить индуктивность катушки, включенной в мост, схема которого приведена на рис. 12.30, если после уравни-

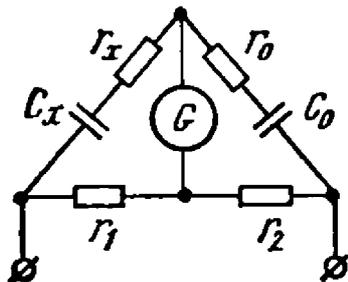


Рис. 12.29

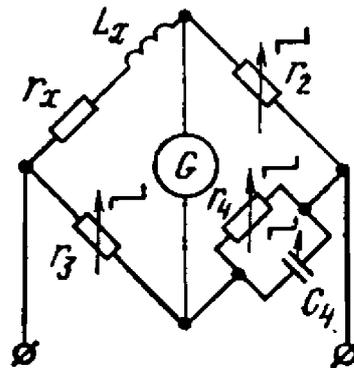


Рис. 12.30

вания моста были записаны следующие значения образцовых сопротивлений и емкости: $r_2 = 1000$ Ом, $r_3 = 100$ Ом, $r_4 = 31890$ Ом, $C_4 = 0,2597$ мкФ.

Решение. Выведем формулу для определения индуктивности L_x .

При равновесии моста

$$Z_x Z_4 = Z_2 Z_3, \quad Z_x / Y_4 = r_2 r_3, \quad \frac{Z_x}{r_2 r_3} = Y_4$$

или

$$\frac{r_x + j\omega L_x}{r_2 r_3} = \frac{1}{r_4} + j\omega C_4.$$

Разбивая это комплексное равенство на равенство действительных и мнимых членов, получаем

$$r_x = r_2 r_3 / r_4 \text{ и } L_x = C_4 r_2 r_3.$$

После подстановки числовых значений имеем

$$L_x = 0,2597 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \cdot 100 = 25,97 \text{ мГ.}$$

Глава 13

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ

13.1. Определить значения $I_{a, \text{ср}}$, $I_{a, \text{max}}$ и $U_{\text{обр max}}$ вентиля в однополупериодном выпрямителе (рис. 13.1) и коэффициент трансформации трансформатора n , если на нагрузочном резисторе с сопротивлением $R_H = 3 \text{ кОм}$ среднее значение выпрямленного напряжения $U_H = 180 \text{ В}$. Напряжение сети $U_1 = 220 \text{ В}$. Сопротивление

вентиля в прямом направлении и величину обратного тока считать равными нулю.

Решение.

$$I_{a, \text{ср}} = I_H = U_H / R_H = 60 \text{ мА};$$

$$I_{a, \text{max}} = \pi I_{a, \text{ср}} = 188 \text{ мА};$$

$$U_{\text{обр max}} = \pi U_H = 565 \text{ В};$$

$$U_2 = U_{\text{обр max}} / \sqrt{2} = 400 \text{ В};$$

$$n = U_2 / U_1 = 1,82.$$

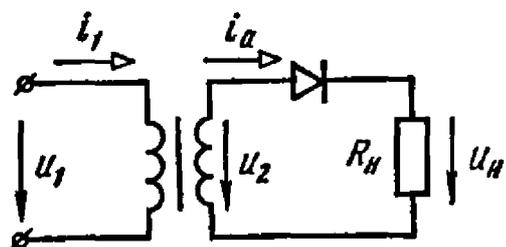


Рис. 13.1

13.2. Двухполупериодный выпрямитель, собранный на кенотроне 5Ц3С, работает на нагрузочный резистор, включенный между средней точкой вторичной обмотки трансформатора и катодом кенотрона (рис. 13.2). Найти наибольшие значения тока I_H , напряжения U_H и мощности P_H нагрузочного резистора, если для кенотрона 5Ц3С $I_{a, \text{max}} = 750 \text{ мА}$ и $U_{\text{обр max}} = 1700 \text{ В}$. Сопротивление вентиля в пря-

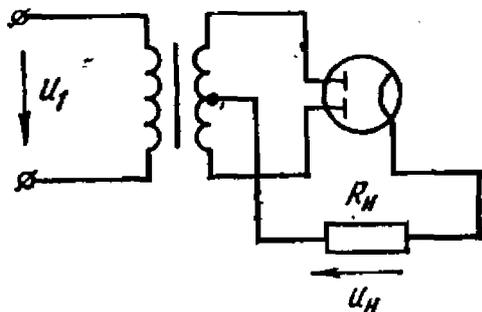


Рис. 13.2

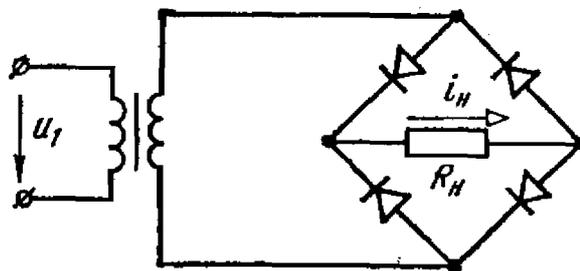


Рис. 13.3

мом направлении и величину обратного тока вентиля считать равными нулю.

Ответ. $I_H = 478 \text{ мА}$, $U_H = 540 \text{ В}$, $P_H = 258 \text{ Вт}$.

13.3. Для мостового выпрямительного устройства (рис. 13.3) использованы полупроводниковые диоды. Определить необходимые

параметры вентиля и выбрать с помощью табл. 13.1 соответствующий тип диода, если известно, что в нагрузочном резисторе с сопротивлением $R_H = 600$ Ом выпрямленный ток $I_H = 200$ мА. Найти коэффициент трансформации трансформатора, подключенного к сети с напряжением $U_1 = 220$ В.

Таблица 13.1

Тип диода	Д7А	Д202	Д207	Д217	Д226Б	Д242Б	Д302	КД202Г	КД102А
$I_{a.c.p.наиб.}$, мА	300	400	100	100	300	5000	1000	1000	100
$U_{обр.мах.}$, В	50	100	200	800	400	100	200	100	250

Ответ. $I_{a.c.p.} = 100$ мА, $U_{обр.мах.} = 189$ В, $n = 1,83$. Полученным значениям тока и напряжения удовлетворяет диод типа Д207.

13.4. В двухполупериодном регулируемом выпрямителе на тиристорах КУ101Е (рис. 13.4) необходимо получить выпрямленное напряжение $U_{ср} = 71,5$ В.

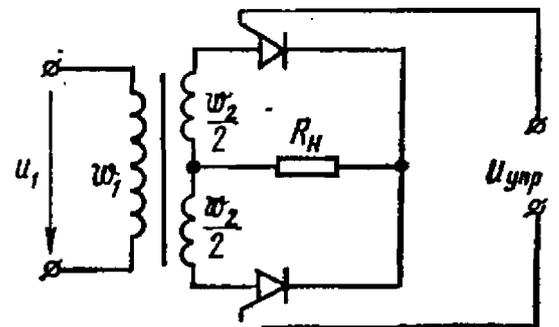


Рис. 13.4

Определить угол сдвига фазы α между выпрямляемым и управляющим переменными напряжениями, а также коэффициент трансформации трансформатора n , если известно, что $U_1 = 127$ В, а допустимое обратное напряжение тиристора КУ101Е $U_{обр.мах.} = 150$ В.

Ответ. $\alpha = 60^\circ$ и $n = 1,67$.

13.5. Найти h -параметры транзистора типа ГТ322А по его характеристикам (рис. 13.5, а, б), соответствующим схеме с общим эмиттером (рис. 13.5, в), для $U_K = 5$ В и $I_6 = 150$ мкА. Изобразить схему замещения транзистора.

Решение. По входной характеристике (рис. 13.5, а) находим:

$$h_{11} = \frac{\Delta U_6}{\Delta I_6} = \frac{(360 - 320) \cdot 10^{-3}}{(200 - 75) \cdot 10^{-6}} = 320 \text{ Ом};$$

$$h_{12} = \frac{\Delta U_6}{\Delta U_K} = \frac{80 \cdot 10^{-3}}{5} = 16 \cdot 10^{-3}.$$

По выходным характеристикам (рис. 13.5, б) определяем:

$$h_{21} = \frac{\Delta I_K}{\Delta I_6} = \frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-6}} = 56;$$

$$h_{22} = \frac{\Delta I_K}{\Delta U_K} = \frac{(7 - 6,5) \cdot 10^{-3}}{10 - 2} = 62,5 \cdot 10^{-6} \text{ См.}$$

Схема замещения транзистора приведена на рис. 13.5, г, при условии, что $h_{12} \approx 0$.

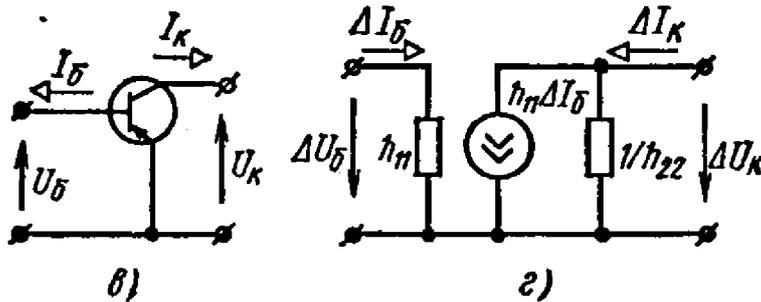
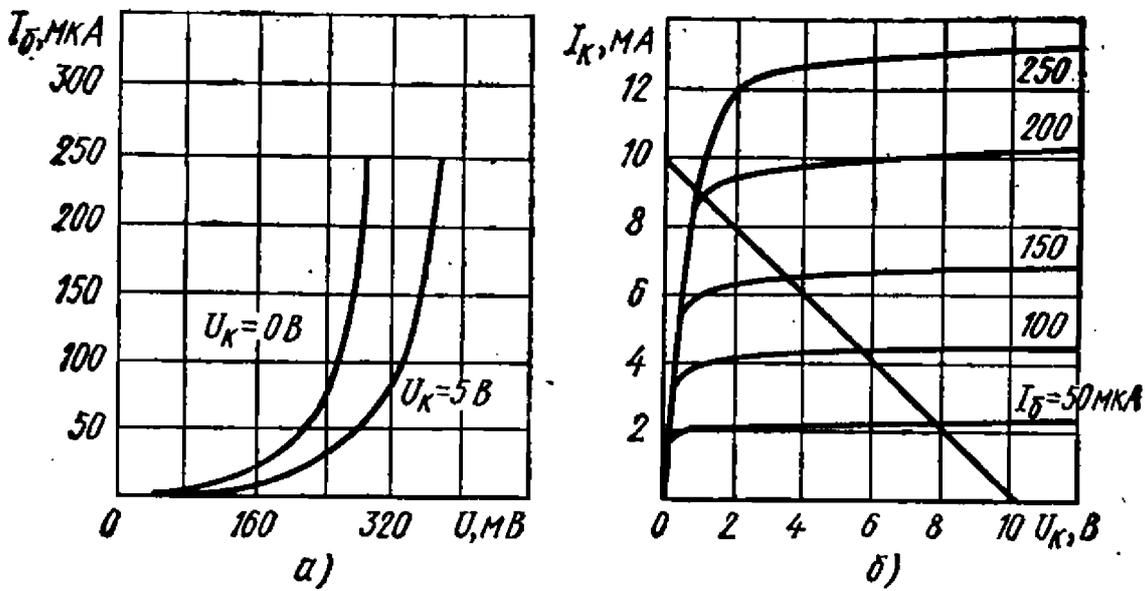


Рис. 13.5

13.6. По входным (рис. 13.6, а) и выходным (рис. 13.6, б) характеристикам транзистора П416, включенного по схеме с общим эмиттером, определить h -параметры для $U_{к} = 5$ В и $I_{б} = 200$ мкА. Ответ. $h_{11} = 500$ Ом; $h_{12} = 30 \cdot 10^{-3}$; $h_{21} = 40$; $h_{22} = 3 \cdot 10^{-4}$ См.

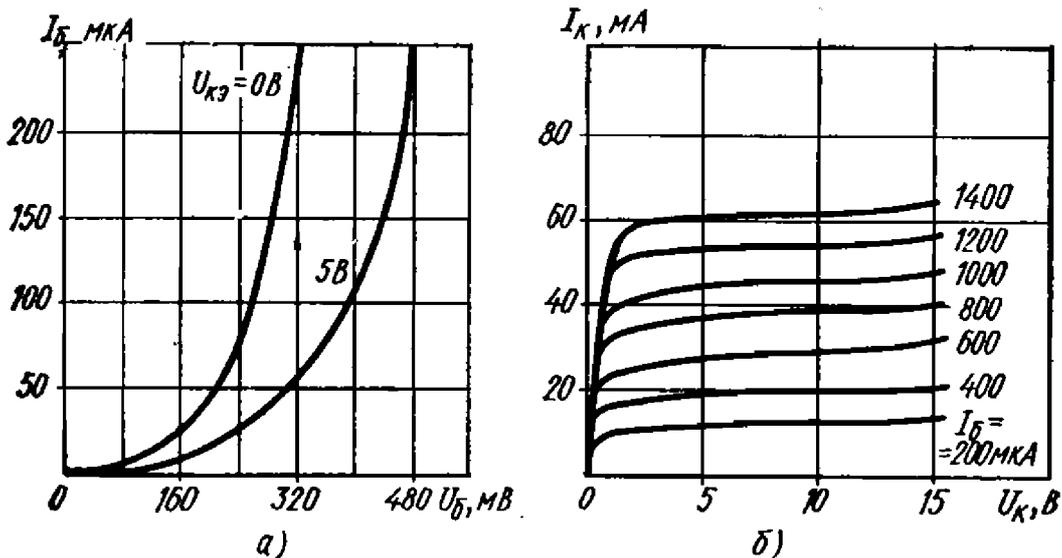


Рис. 13.6

13.7. Определить статическую крутизну характеристики $g = \frac{dI_c}{dU_3}$ полевого транзистора типа КП103Л по его выходным характеристикам (рис. 13.7) при $U_{сн} = 10$ В и $U_3 = 1,5$ В. Ответ. $g = 1,4$ мА/В.

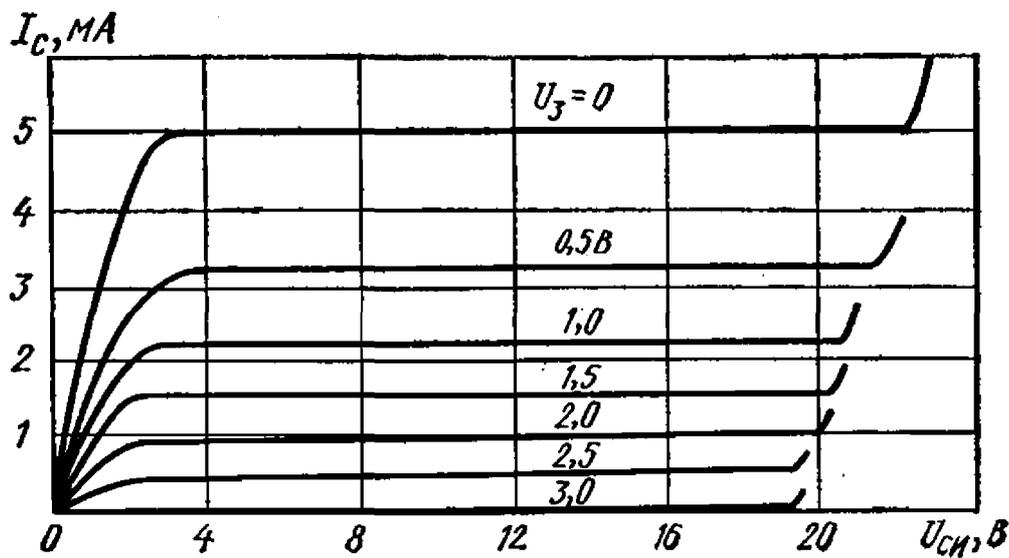


Рис. 13.7

13.8. На рис. 13.8 приведено семейство анодных характеристик триода типа 6СЗП.

Пользуясь этими характеристиками, определить основные параметры триода — внутреннее сопротивление R_i , крутизну характеристики S и статический коэффициент усиления μ в диапазоне значений $U_a = 100 \div 125$ В и $U_c = (-1) \div (-1,5)$ В.

Ответ. $R_i = 2,8$ кОм, $S \approx 18$ мА/В и $\mu = 50$.

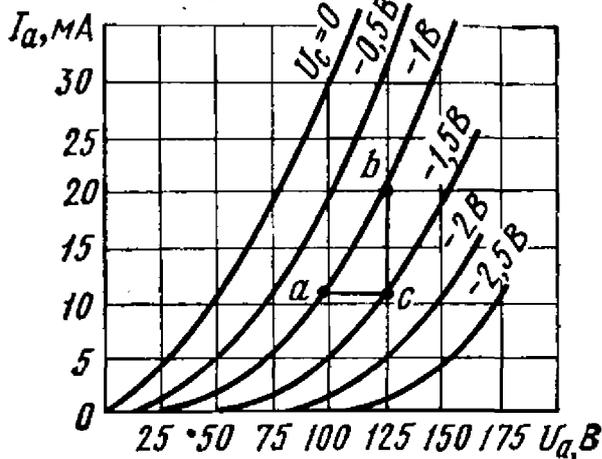


Рис. 13.8

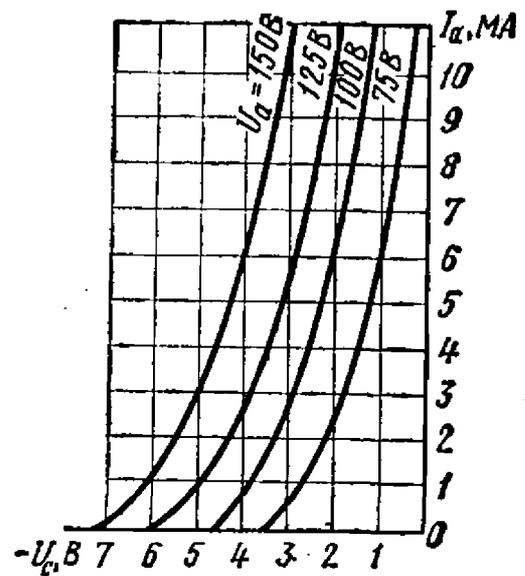


Рис. 13.9

13.9. Пользуясь анодно-сеточными характеристиками триода типа 6Н16Б, приведенными на рис. 13.9, определить величины μ , R_i и S в диапазоне значений $U_a = 100 \div 125$ В и $U_c = (-2) \div (-3)$ В.

Ответ. $R_i = 5$ кОм, $S = 5$ мА/В, $\mu = 25$.

13.10. Определить параметры R_i , S и μ пентода типа 6Ж1Б по его анодным характеристикам (рис. 13.10) для $U_a = 200$ В и $U_c = -1,5$ В.

Ответ. $R_i = 0,5$ МОм; $S = 5$ мА/В; $\mu = 2500$.

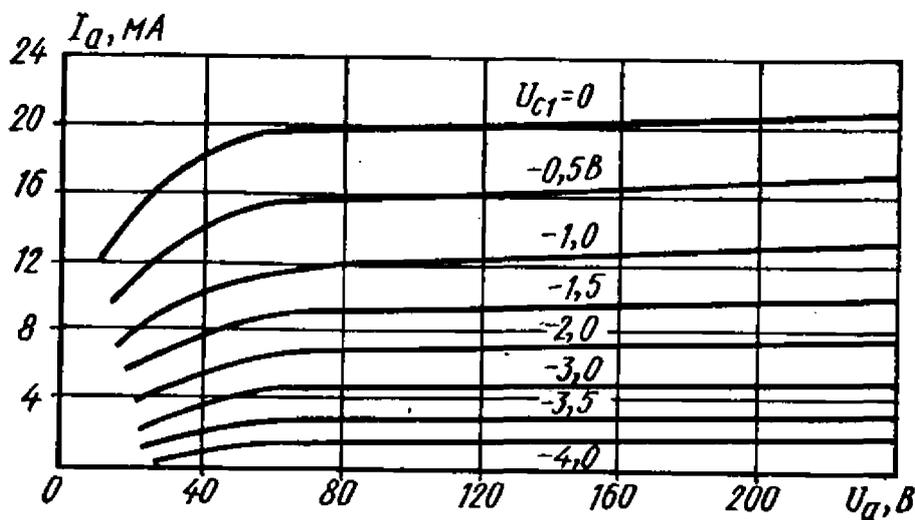


Рис. 13.10

13.11. На рис. 13.11, а приведена схема усилительного каскада с общим эмиттером на транзисторе ГТ322А. Рассчитать сопротивление резистора R_6 , при котором рабочая точка в режиме покоя усилителя будет находиться на середине линейных участков входной и выходной характеристик, если $E_k = 10$ В и $R_k = 1$ кОм. Определить коэффициенты усиления: по напряжению K_U , току K_I , мощ-

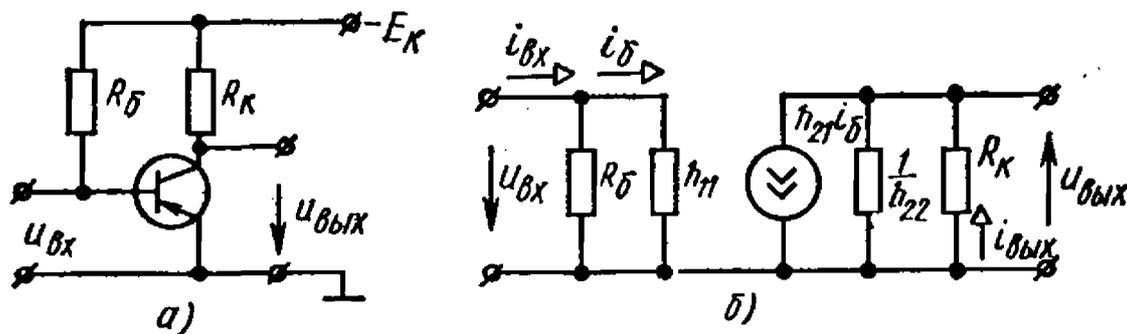


Рис. 13.11

ности K_p , а также входное $R_{вх}$ и выходное $R_{вых}$ сопротивления усилительного каскада. Значения h_{11} , h_{21} , h_{22} , входные и выходные характеристики для ГТ322А взять из задачи 13.5, а значение h_{12} принять равным нулю (т. е. пренебречь влиянием внутренней обратной связи).

Решение. На семействе выходных характеристик транзистора ГТ322А (см. рис. 13.5, б) проводим линию нагрузки, соответствующую $R_n = 1$ кОм. Из построения видно, что линия нагрузки пересекает линейные участки выходных характеристик в диапазоне изменения тока базы $0 \leq I_6 \leq 200$ мкА.

Входные характеристики (см. рис. 13.5, а) линейны при $I_6 \geq 75$ мкА. Таким образом, обе характеристики линейны при $75 \leq I_6 \leq 200$ мкА. Поэтому рабочую точку выбираем примерно в середине линейного участка при $I_{60} = 150$ мкА, что соответствует $U_{к0} = 3,5$ В и $U_{60} = 320$ мВ.

Для выбранного тока $I_{60} = 150$ мкА сопротивление

$$R_6 = \frac{E_k - U_{60}}{I_{60}} = \frac{10 - 0,32}{150 \cdot 10^{-6}} = 64,5 \text{ кОм.}$$

При $h_{12} = 0$ используем упрощенную схему замещения усилительного каскада (рис. 13.11, б), по которой можно легко рассчитать значения $R_{вх}$, $R_{вых}$, K_U , K_I , K_P :

$$R_{вх} = \frac{R_6 \cdot h_{11}}{R_6 + h_{11}} = 320 \text{ Ом};$$

$$R_{вых} = \frac{R_K / h_{22}}{R_K + 1/h_{22}} = \frac{R_K}{1 + R_K h_{22}} \approx 1 \text{ кОм};$$

$$K_U = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{h_{21} R_{вых} I_6}{h_{11} I_6} = \frac{h_{21} R_K}{h_{11} (1 + R_K h_{22})} = 165;$$

$$K_I = \frac{I_{вых}}{I_{вх}} = \frac{U_{вых} \cdot R_6 h_{11} / R_K}{U_{вх} (R_6 + h_{11})} = \frac{h_{21} R_6}{(R_6 + h_{11}) (1 + R_K h_{22})} = 52,5;$$

$$K_P = K_U K_I = 8650.$$

13.12. В усилительном каскаде с общим эмиттером на транзисторе П416 коллекторный резистор имеет сопротивление $R_K = 2500 \text{ Ом}$, а э. д. с. $E_K = 15 \text{ В}$ (рис. 13.11). Определить сопротивление резистора R_6 для обеспечения режима работы А усилительного каскада. Найти K_U , K_I , K_P , $R_{вх}$, $R_{вых}$, воспользовавшись значениями h -параметров транзистора П416, найденными в задаче 13.6, и выходными характеристиками, приведенными на рис. 13.6, построив по ним переходную характеристику.

Ответ: $R_6 = 20 \text{ кОм}$, $K_U = 114$, $K_I = 22,3$, $K_P = 2550$, $R_{вх} = 500 \text{ Ом}$, $R_{вых} = 1,43 \text{ кОм}$.

13.13. Определить доступные коэффициенты усиления по напряжению $K_{U \text{ дост}} = U_{вых} / E_{вх}$ и мощности $K_{P \text{ дост}} = K_{U \text{ дост}} \cdot K_I$ усилительного каскада на транзисторе типа $p-n-p$ с общим эмиттером (рис.

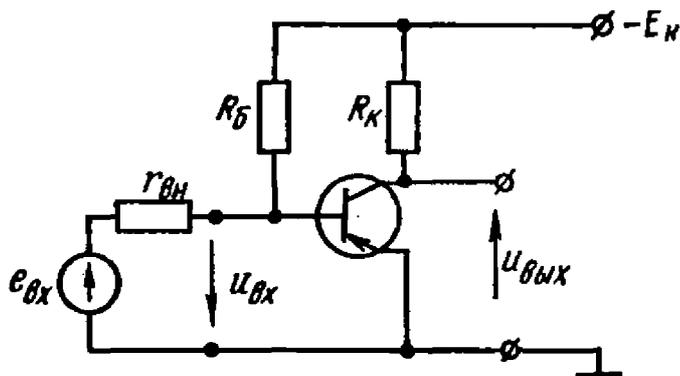


Рис. 13.13

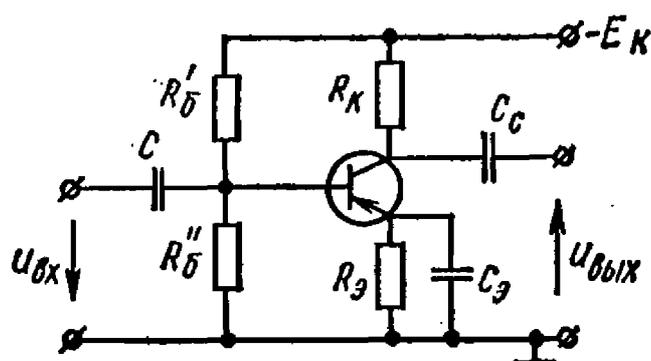


Рис. 13.14

13.13), если $r_{вн} = 1 \text{ кОм}$, $R_6 = 5 \text{ кОм}$, $R_K = 6 \text{ кОм}$, $h_{11} = 1 \text{ кОм}$, $h_{21} = 20$, $h_{22} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ См}$ и $h_{12} = 0$.

Решение. Доступные коэффициенты усиления, учитывающие влияние внутреннего сопротивления $r_{вн}$ источника сигнала, определяются по формулам

$$K_{U \text{ дост}} = K_U \frac{R_{вх}}{R_{вх} + r_{вн}} = 46 \frac{835}{1835} = 21,$$

$$K_{P \text{ дост}} = K_{U \text{ дост}} K_I = 21 \cdot 12,8 = 270.$$

13.14. Определить емкость конденсатора $C_э$ усилительного каскада с температурной стабилизацией (рис. 13.14), если известно,

что $R_0 = 3 \text{ кОм}$, а самая низкая частота усиливаемого напряжения $f_n = 50 \text{ Гц}$.

Ответ. $C_0 = 10 \text{ мкФ}$.

13.15. Определить параметры элементов звена автоматического смещения усилительного каскада (рис. 13.15) на полевом транзисторе КП103Л, выходные характеристики которого приведены на

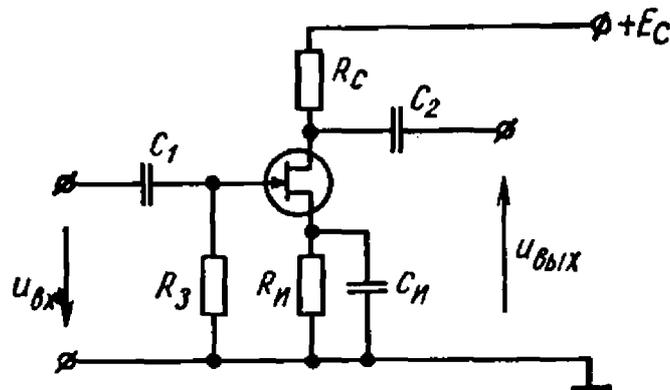


Рис. 13.15

рис. 13.7, если известно, что $R_c = 2 \text{ кОм}$, $E_c = 10 \text{ В}$, а напряжение смещения затвора $U_{зп} = 1,5 \text{ В}$, $f_n = 50 \text{ Гц}$.

Ответ. $R_н = 940 \text{ Ом}$; $C_н = 34 \text{ мкФ}$.

13.16. Рассчитать коэффициент усиления усилительного каскада (см. рис. 13.15) на полевом транзисторе КП103М при $R_c = 4 \text{ кОм}$, если крутизна характеристики тока стока в рабочей точке равна $2,5 \text{ мА/В}$.

Ответ. $K_U = 10$.

13.17. На рис. 13.17 приведена простейшая схема усилительного каскада с анодной нагрузкой $R_a = 10 \text{ кОм}$ и э. д. с. источника анодного питания $E_a = 150 \text{ В}$. Усилитель собран на триоде 6С4П, имеющем внутреннее сопротивление $R_i = 2,5 \text{ кОм}$ и статический коэф-

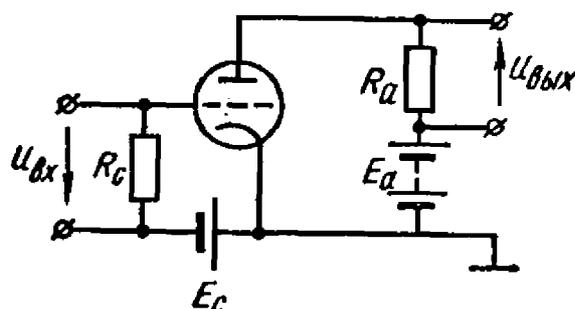


Рис. 13.17

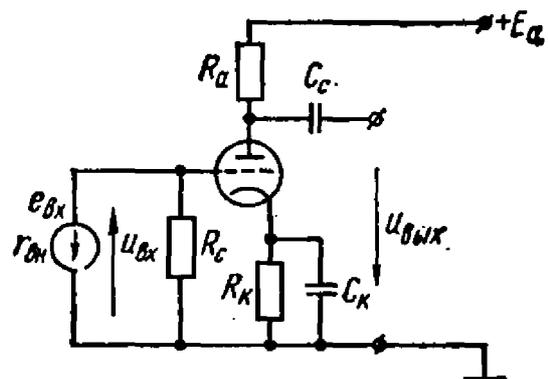


Рис. 13.18

фициент усиления $\mu = 50$. На вход усилительного каскада подается переменное напряжение $U_{вх} = 0,1 \text{ В}$.

Определить выходное напряжение.

Ответ. $U_{вых} = 4 \text{ В}$.

13.18. Определить величину выходного напряжения усилительного каскада, собранного на триоде 6С2С, коэффициент усиления которого $\mu = 20,5$ и крутизна $S = 2,55 \text{ мА/В}$, для двух случаев: при подключенном и отключенном конденсаторах C_k (рис. 13.18), если

$R_a = 24 \text{ кОм}$, $R_k = 1 \text{ кОм}$ и $U_{вх} = 0,5 \text{ В}$. Сопротивление конденсатора C_k на частоте усиливаемого сигнала много меньше сопротивления резистора R_k . Влиянием звена автоматического смещения на коэффициенте усиления при подключенном конденсаторе пренебречь.

Ответ. При подключенном конденсаторе $U_{вых} = 7,7 \text{ В}$; при отключенном $U_{вых} = 4,6 \text{ В}$.

13.19. Найти значения R_a , R_k и C_k в схеме усилительного каскада (рис. 13.18), собранного на триоде 6С2П ($\mu = 50$, $S = 18 \text{ мА/В}$, $E_a = 150 \text{ В}$), анодные характеристики которого приведены на рис. 13.8, если входное напряжение $U_{вх} = 0,7 \text{ В}$, а частота $f = 500 \text{ Гц}$.

Ответ. $R_a = 8 \text{ кОм}$, $R_k = 280 \text{ Ом}$, $C_k = 11,4 \text{ мкФ}$.

13.20. Рассчитать параметры элементов усилительного каскада (рис. 13.20, а) на пентоде 6Ж3, анодные характеристики которого

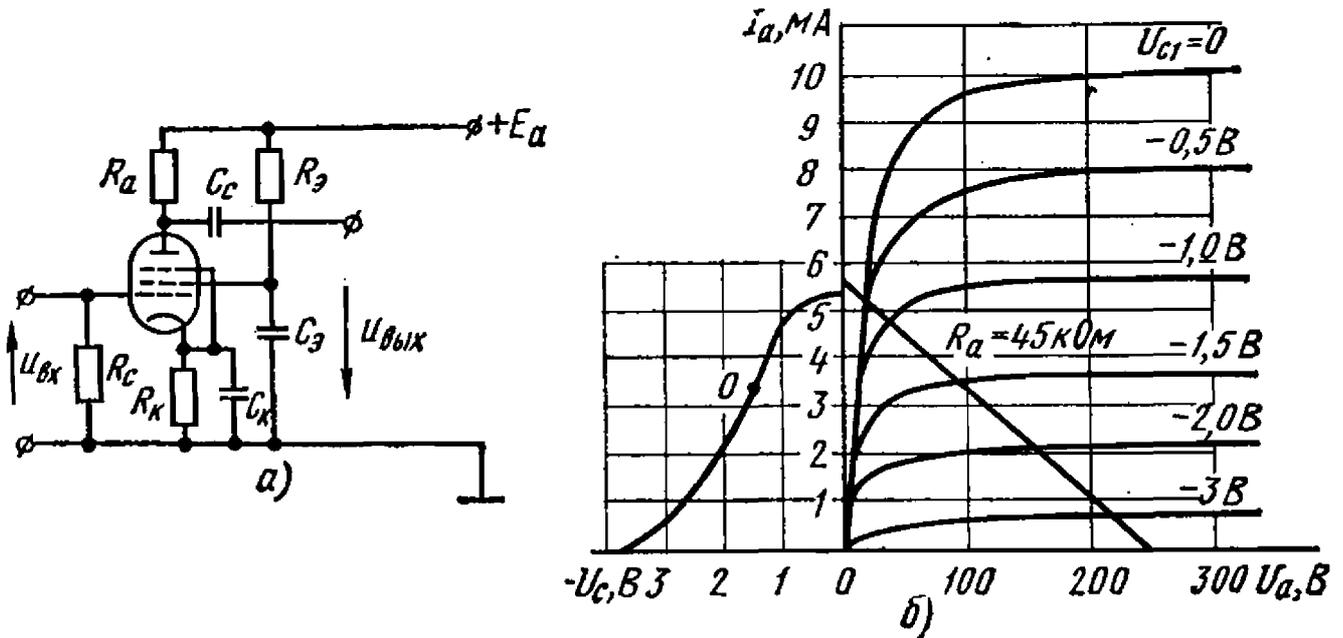


Рис. 13.20

приведены на рис. 13.20, б. Определить величину выходного напряжения, если амплитудное значение входного напряжения $U_{вх м} = 100 \text{ мВ}$, частота $f = 1 \text{ кГц}$.

Основные данные пентода 6Ж3: э. д. с. источника анодного питания $E_a = 250 \text{ В}$, напряжение цепи экранирующей сетки $U_э = 150 \text{ В}$, ток экранирующей сетки $I_э = 4 \text{ мА}$, крутизна характеристики $S = 4,9 \text{ мА/В}$, внутреннее сопротивление $R_i = 0,9 \text{ МОм}$.

Решение. Значение сопротивления сеточного резистора выбираем в диапазоне $0,5—1,0 \text{ МОм}$. Принимаем $R_c = 510 \text{ кОм}$. Значение величины сопротивления анодного резистора выбирают, исходя из соотношения $R_a = (0,05—0,15) R_i$. Принимаем $R_a = 0,05 R_i = 45 \text{ кОм}$.

Для полученного значения R_a строим динамическую характеристику, на которой выбираем рабочую точку O ($U_{с0} = -1,5 \text{ В}$, $I_{a0} = 3,4 \text{ мА}$). По этим данным определяем сопротивление резистора автоматического смещения:

$$R_k = \frac{|U_{с0}|}{I_{a0} + I_э} = 200 \text{ Ом}$$

и емкость конденсатора:

$$C_k = \frac{10}{\omega R_k} = 8 \text{ мкФ.}$$

Сопротивление резистора в цепи экранирующей сетки рассчитываем по формуле

$$R_s = \frac{E_a - U_s}{I_s} = 25 \text{ кОм.}$$

Емкость конденсатора цепи экранирующей сетки

$$C_s = 10/\omega R_s = 0,064 \text{ мкФ.}$$

Коэффициент усиления усилителя на пентоде определяем по формуле

$$K = SR_a.$$

Для данной задачи получаем $K = 220$ и $U_{\text{вых м}} = 22 \text{ В.}$

13.21. Определить коэффициент усиления усилительного каскада на пентоде 6Ж9П, внутреннее сопротивление которого $R_i = 150 \text{ кОм}$, а крутизна характеристики $S = 17,5 \text{ мА/В}$, если сопротивление анодного резистора $R_a = 0,1R_i$.

Ответ. $K = 262$.

13.22. Определить коэффициент передачи по напряжению K_U , коэффициент усиления по току K_I , входное и выходное сопротивления $R_{\text{вх}}$ и $R_{\text{вых}}$ усилительного каскада с общим коллектором (рис. 13.22) на транзисторе ГТ322А, у которого $h_{11} = 320 \text{ Ом}$, $h_{21} = 56$, $h_{22} = 62,5 \cdot 10^{-6} \text{ См}$, если сопротивление резистора $R_s = 1 \text{ кОм}$.

Решение.

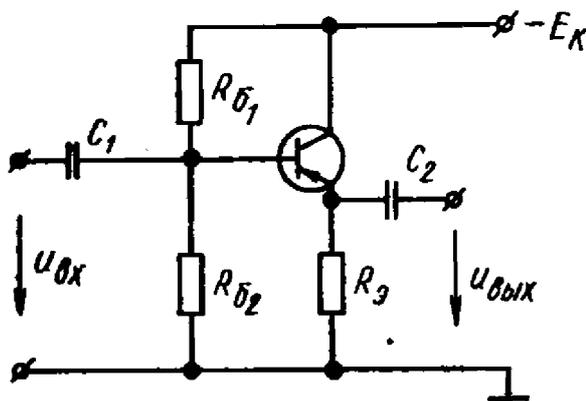


Рис. 13.22

$$K_U = \frac{1}{1 + h_{11} \frac{1 + h_{22}R_s}{R_s(1 + h_{21})}} \approx 0,994;$$

$$K_I = K_U \frac{h_{11}}{R_s(1 - K_U)} = 53;$$

$$R_{\text{вх}} = \frac{h_{11}}{1 - K_U} \approx 53,4 \text{ кОм};$$

$$R_{\text{вых}} = \frac{h_{11}}{1 + h_{21}} = 5,6 \text{ Ом.}$$

13.23. Найти значения K_U , K_I , $R_{\text{вх}}$ и $R_{\text{вых}}$ эмиттерного повторителя на транзисторе П416, у которого $h_{11} = 500 \text{ Ом}$, $h_{21} = 40$, $h_{22} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ См}$ при сопротивлении резистора $R_s = 2 \text{ кОм}$.

Ответ. $K_U = 0,993$; $K_I = 35,4$; $R_{\text{вх}} = 71,5 \text{ кОм}$, $R_{\text{вых}} = 12,2 \text{ Ом}$.

13.24. На рис. 13.24 приведена схема катодного повторителя на триоде 6С2Б, коэффициент усиления которого $\mu = 50$, а крутизна характеристики $S = 11 \text{ мА/В}$.

Определить коэффициент передачи напряжения и коэффициент усиления по току катодного повторителя, если сопротивление резистора в цепи сетки $R_c = 1 \text{ МОм}$, а сопротивление резистора в цепи катода $R_k = 1 \text{ кОм}$.

Решение. Коэффициенты усиления:
по напряжению

$$K_U = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{\mu R_k}{R_c + R_k(\mu + 1)};$$

по току

$$K_I = \frac{I_{\text{ВЫХ}}}{I_{\text{ВХ}}} = \frac{U_{\text{ВЫХ}}/R_k}{U_{\text{ВХ}}/R_c} = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} \cdot \frac{R_c}{R_k} \approx \frac{R_c}{R_k}.$$

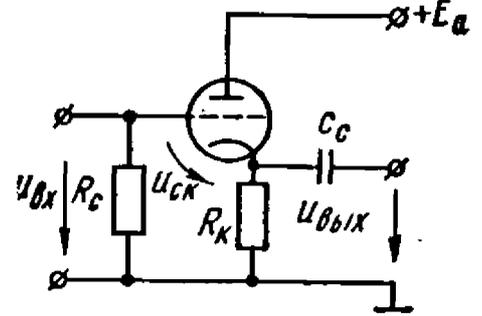


Рис. 13.24

Для условий данной задачи находим: $K_U = 0,9$ и $K_I = 1000$.

13.25. Определить величину выходного напряжения катодного повторителя, собранного на триоде 6С3Б, если известно, что $S = 2,2 \text{ мА/В}$, $\mu = 14$, $R_k = 1,5 \text{ кОм}$ и $U_{\text{ВХ}} = 5 \text{ В}$.

Ответ. $U_{\text{ВЫХ}} = 3,64 \text{ В}$.

13.26. На рис. 13.26, а приведена схема двухкаскадного усилителя на транзисторах. С помощью схемы замещения (рис. 13.26, б) первого усилительного каскада определить коэффициент усиления

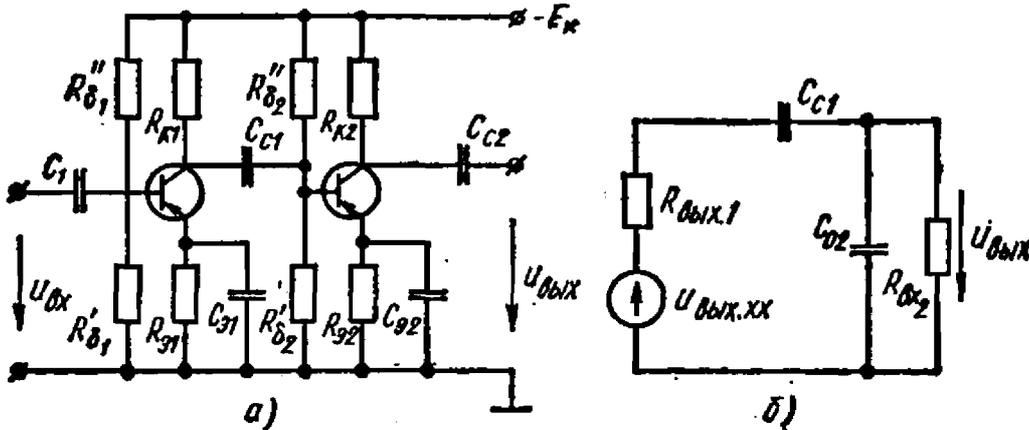


Рис. 13.26

K_0 этого каскада на средних частотах, верхнюю и нижнюю граничные частоты, на которых коэффициент усиления равен $K_0/\sqrt{2}$, если известно, что $K_{U_{\text{ХХ}}} = 175$, $R_{\text{ВЫХ}1} = 1 \text{ кОм}$, емкость конденсатора связи $C_{c1} = 2 \text{ мкФ}$, емкость $C_{c2} = 0,01 \text{ мкФ}$, входное сопротивление второго каскада $R_{\text{ВХ}2} = 320 \text{ Ом}$.

Решение.

$$K_0 = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{U_{\text{ВЫХ.ХХ}} R_{\text{ВХ}2}}{(R_{\text{ВЫХ}1} + R_{\text{ВХ}2}) U_{\text{ВХ}}} = \frac{K_{U_{\text{ХХ}}} U_{\text{ВХ}} R_{\text{ВХ}2}}{(R_{\text{ВЫХ}1} + R_{\text{ВХ}2}) U_{\text{ВХ}}} = \frac{K_{U_{\text{ХХ}}} R_{\text{ВХ}2}}{R_{\text{ВЫХ}1} + R_{\text{ВХ}2}} = 42,5;$$

$$f_{\text{В}} = \frac{1}{2\pi C_0 \frac{R_{\text{ВЫХ}1} R_{\text{ВХ}2}}{R_{\text{ВЫХ}1} + R_{\text{ВХ}2}}} = 65,6 \text{ кГц};$$

$$f_{\text{Н}} = \frac{1}{2\pi C_1 (R_{\text{ВЫХ}1} + R_{\text{ВХ}2})} = 60 \text{ Гц}.$$

13.27. Как изменятся верхняя и нижняя граничные частоты первого усилительного каскада усилителя, рассмотренного в задаче 13.26, если емкость C_1 уменьшить в четыре раза, емкость C_0 увеличить во столько же раз.

Ответ. $f_B = 16,4$ кГц и $f_H = 240$ Гц.

13.28. Однотактный усилитель мощности на транзисторе П606 работает в классе А на нагрузочный резистор $R_H = 20$ Ом (рис. 13.28, а). Пользуясь семейством выходных характеристик транзис-

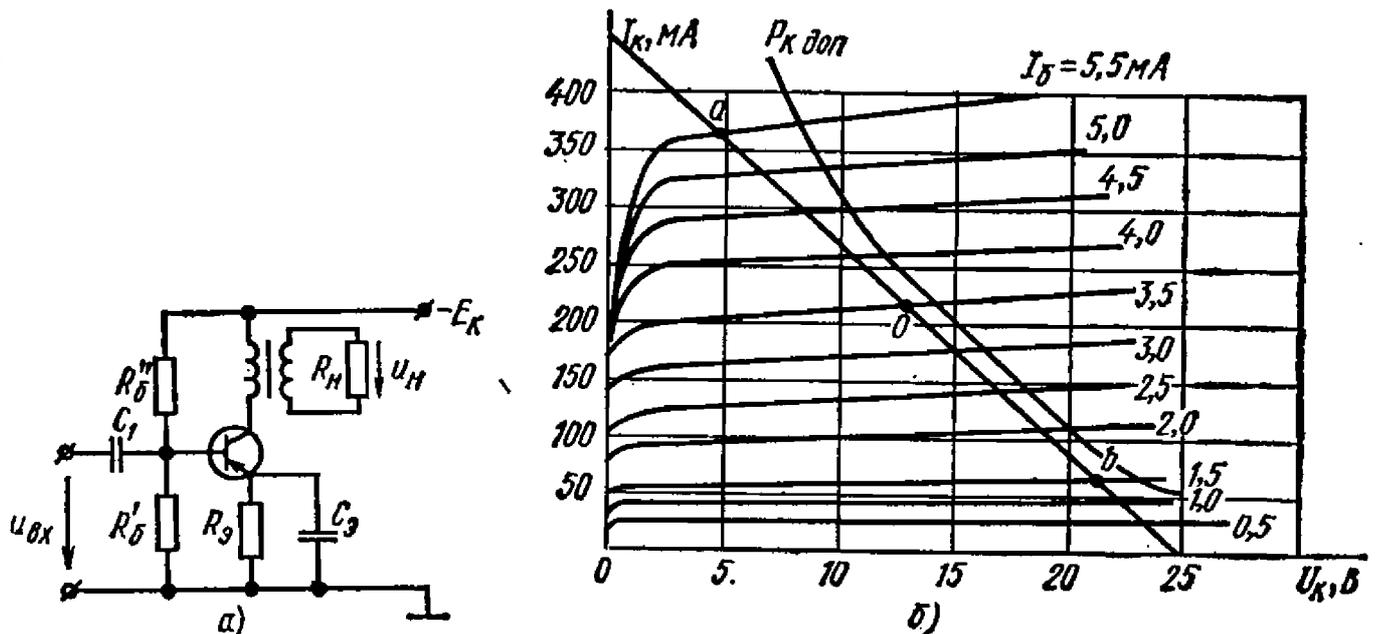


Рис. 13.28

тора П606 (рис. 13.28, б), на которых изображена также кривая допустимой мощности, определить выходную мощность P_H и коэффициент трансформации n выходного трансформатора, обеспечивающий коэффициент усиления по мощности, близкий к максимальному при минимальных нелинейных искажениях, если $E_K = 12,5$ В и $U_{вх\text{м}} = 2$ В.

Решение. На семействе выходных характеристик при $U_K = 12,5$ В выбирается рабочая точка O на кривой, соответствующей $I_B = 3,5$ мА. Через эту точку проводят линию нагрузки таким образом, чтобы точка a , расположенная на кривой $I_B = 5,5$ мА, и точка b , расположенная на кривой $I_B = 1,5$ мА, находились на одинаковом расстоянии от точки O . С помощью линии нагрузки определяем:

сопротивление

$$R'_H = \frac{21 - 5}{(370 - 70) \cdot 10^{-3}} = 53,3 \text{ Ом};$$

выходную мощность

$$P_H = \frac{16 \cdot 0,3}{8} = 0,6 \text{ Вт};$$

коэффициент трансформации

$$n = \omega_1 / \omega_2 = \sqrt{R'_H / R_H} = 1,63.$$

13.29. Как изменится выходная мощность P_n усилителя мощности задачи 13.28, если коэффициент трансформации уменьшить до 1,25.

Ответ. $P_n = 0,388$ Вт.

13.30. Рассчитать двухтактный усилитель мощности (рис. 13.30, а), собранный на лучевых тетрадах 6ПЗС и работающий в режиме А. Анодные характеристики тетрода 6ПЗС приведены на рис. 13.30, б.

Исходные данные для расчета: $E_a = 240$ В, $I_a = 8$ мА, $U_{co} = -12,5$ В, $U_{вх} = 15$ В, $R_n = 240$ Ом. Потерями в сердечнике, актив-

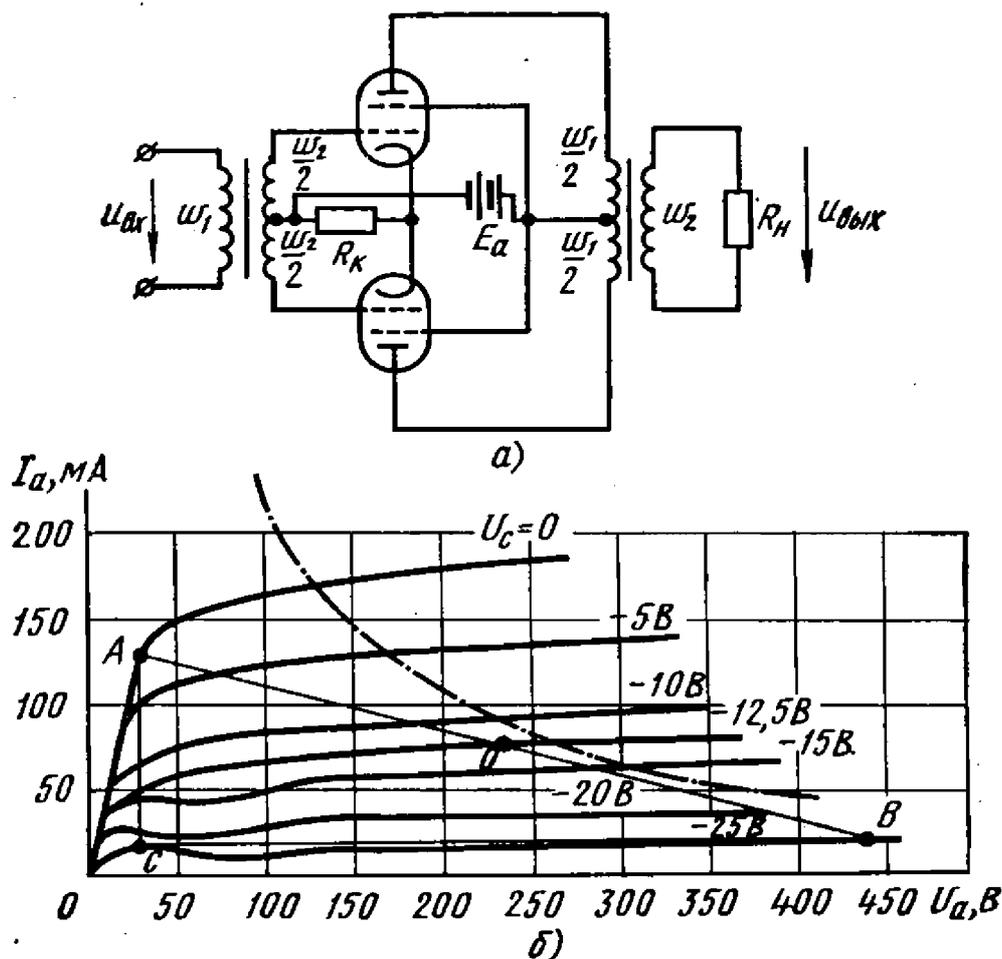


Рис. 13.30

ным сопротивлением обмоток трансформатора и его потоками рассеяния пренебречь.

Ответ. $P_n = 11,4$ Вт; $n_{внх} = \omega_1/\omega_2 = 8$; $R_k = 75$ Ом; $n_{вх} = 1,18$.

13.31. Усилитель с коэффициентом усиления $K = 150$ охвачен отрицательной обратной связью. Определить коэффициент обратной связи, при котором стабильность коэффициента усиления увеличится в 10 раз по сравнению со стабильностью при отсутствии обратной связи. Определить коэффициент усиления.

Ответ. $\beta = 0,06$; $K_{oc} = 15$.

13.32. На сколько вольт изменится выходное напряжение усилителя постоянного тока с потенциметрической связью (рис. 13.32), собранного на двойном триоде 6НЗП ($\mu = 36$, $S = 5,9$ мА/В), если входное напряжение изменилось на 0,1 В.

Резисторы, использованные в УПТ, имеют следующие величины сопротивлений: $R_{a1} = R_{a2} = 20 \text{ кОм}$, $R_{к1} = 240 \text{ Ом}$, $R_1 = 400 \text{ кОм}$, $R_2 = 600 \text{ кОм}$.

Ответ. На 34 В.

13.33. На рис. 13.33, а приведена схема цепи для измерения светового потока с помощью фотоэлемента.

Построить зависимость тока I_ϕ вакуумного фотоэлемента от светового потока Φ при $R = 2 \text{ МОм}$ и $E = 100 \text{ В}$. Определить чувствительность измерительной

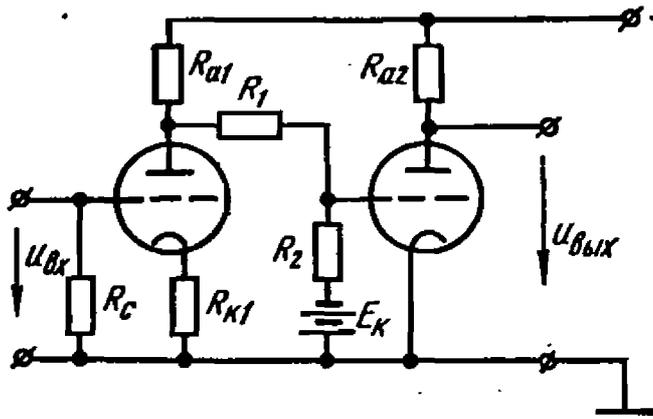


Рис. 13.32

цепи. Вольт-амперные характеристики фотоэлемента приведены на рис. 13.33, б.

Решение. На семействе вольт-амперных характеристик фотоэлемента проводим линию нагрузки для $R = 2 \text{ МОм}$. По линии нагрузки и характеристикам фотоэлемента строим зависимость $I_\phi = f(\Phi)$ (рис. 13.33, в).

На линейном участке характеристики находим чувствительность $\frac{dI_\phi}{d\Phi} = 53 \text{ мкА/лм}$.

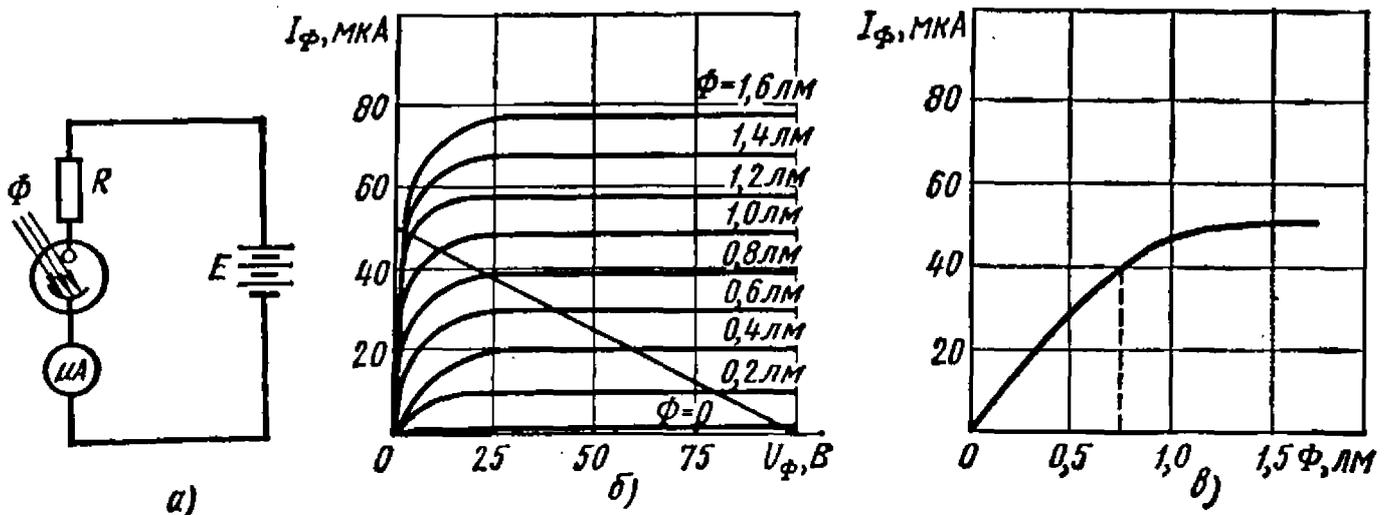


Рис. 13.33

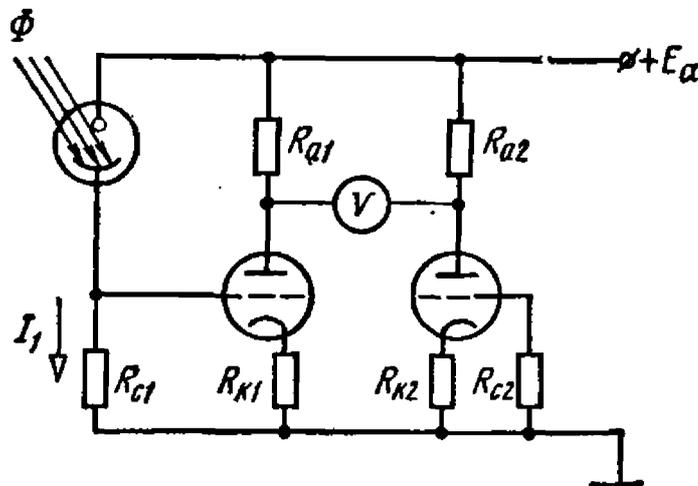


Рис. 13.34

13.34. Для измерения малых значений световых потоков использован вакуумный фотоэлемент с чувствительностью $S_{\phi} = 140$ мкА/лм, включенный в балансный усилитель постоянного тока, между анодами ламп которого включен вольтметр с очень большим внутренним сопротивлением (рис. 13.34).

Балансный усилитель собран на двойном триоде 6Н1П ($\mu = 35$, $S = 4,35$ мА/В). Значения сопротивлений резисторов в усилителе: $R_{a1} = R_{a2} = 20$ кОм, $R_{к1} = R_{к2} = 0,5$ кОм, $R_{с1} = R_{с2} = 1$ МОм. Э. д. с. источника анодного питания $E_a = 250$ В.

Определить показание вольтметра, если световой поток $\Phi = 0,01$ лм.

Ответ. $U = 21,3$ В.

Глава 14

МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

14.1. Генератор независимого возбуждения имеет следующие номинальные данные: $P_n = 178$ кВт, $U_n = 230$ В, $I_{ян} = 775$ А. Сопротивление обмоток якоря в нагретом состоянии $r_a = 0,0181$ Ом.

Построить внешнюю характеристику и определить электромагнитную мощность $P_{эм}$ генератора, а также относительное изменение напряжения ΔU_* на его зажимах при переходе от номинального режима к режиму холостого хода. Реакцией якоря и падением напряжения в контактах щеток пренебречь.

Ответ. $P_{эм} = 189$ кВт, $\Delta U_* = 6,1\%$.

Внешняя характеристика построена на рис. 14.1.

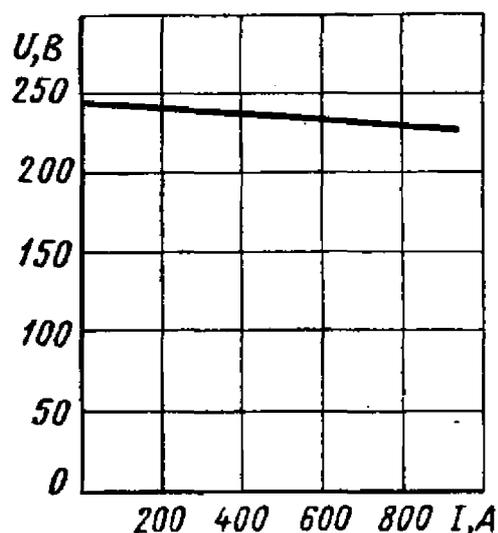


Рис. 14.1

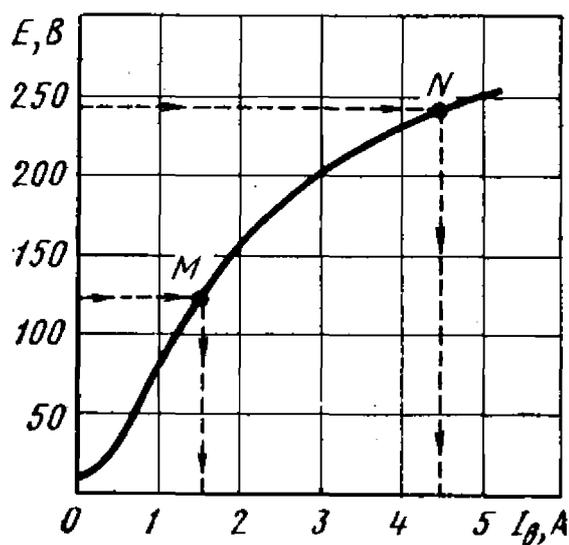


Рис. 14.2

14.2. Характеристика холостого хода генератора независимого возбуждения задачи 14.1 приведена на рис. 14.2, номинальное напряжение на зажимах обмотки возбуждения $U_{вн} = 100$ В.

Определить собственное сопротивление обмотки возбуждения r_b , а также сопротивление R_p регулировочного реостата, включаемого

в цепь обмотки возбуждения для того, чтобы при неизменном сопротивлении приемника $R = 0,297$ Ом напряжение на его зажимах было равно $0,5U_n$.

Решение. Э. д. с. якоря при номинальном режиме

$$E_n = U_n + r_{\text{я}} I_{\text{я}n} = 230 + 0,0181 \cdot 775 = 244 \text{ В.}$$

Согласно кривой рис. 14.2, этой э. д. с. соответствует (точка N) номинальный ток возбуждения $I_{\text{вн}} = 4,55$ А. Этот режим обеспечивается при $R_p = 0$, поэтому собственное сопротивление обмотки возбуждения

$$r_{\text{в}} = U_{\text{вн}} / I_{\text{вн}} = 100 / 4,55 = 22 \text{ Ом.}$$

При снижении напряжения до $U = 0,5U_n = 0,5 \cdot 230 = 115$ В ток в цепи нагрузки и якоря становится равным

$$I = U / R = 115 / 0,297 = 387,5 \text{ А.}$$

Э. д. с. обмотки якоря в этом случае

$$E = U + r_{\text{я}} I = 115 + 0,0181 \cdot 387,5 = 122 \text{ В.}$$

Э. д. с. $E = 122$ В соответствует (точка M на кривой рис. 14.2) ток возбуждения $I_{\text{в}} = 1,55$ А. При этом сопротивление цепи возбуждения, включая регулировочный реостат,

$$r_{\text{в}} + R_p = U_{\text{вн}} / I_{\text{в}} = 100 / 1,55 = 64,5 \text{ Ом.}$$

Сопротивление регулировочного реостата $R_p = 64,5 - 22 = 42,5$ Ом.

14.3. Для исследования рабочих свойств двигателя переменного тока его вал соединим с валом генератора постоянного тока независимого возбуждения и с валом магнитоэлектрического тахогенератора, а остальные элементы цепей машин и измерительные приборы — согласно схеме рис. 14.3.

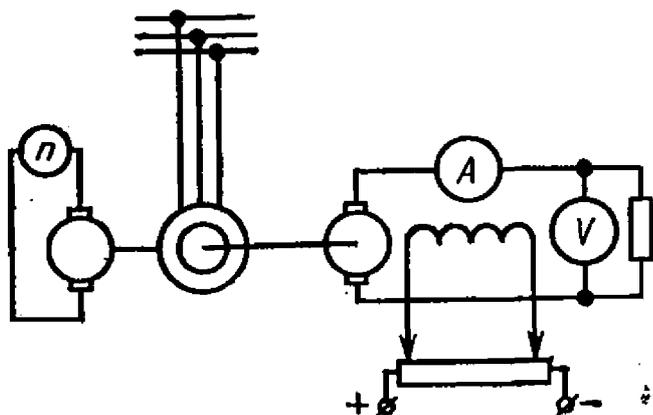


Рис. 14.3

Вольтметр, измеряющий напряжение тахогенератора, имеет шкалу, снабженную числовыми отметками, соответствующими частоте вращения вала двигателя.

Определить противодействующий момент, создаваемый на валу двигателя генератором, работающим в режиме, при котором ток в обмотке якоря $I_{\text{я}} = 8$ А, напряжение между щетками $U = 220$ В, частота вращения якоря $n = 1500$ об/мин.

Сопротивление обмотки якоря $r_{\text{я}} = 1,25$ Ом. Падение напряжения в месте контакта щеток с коллектором принять $\Delta U = 2$ В. Механическими потерями генератора пренебречь.

Решение. Электромагнитная мощность генератора $P_{\text{эм}} = EI_{\text{я}}$, где E — э. д. с., индуцируемая в параллельной ветви обмотки якоря. В генераторном режиме $E = U + r_{\text{я}} I_{\text{я}} + \Delta U = 220 + 1,25 \cdot 8 + 2 = 232$ В.

По условию задачи электромагнитная мощность генератора равна полезной механической мощности двигателя $P_{эм} = \Omega M$.

Угловая скорость вращения якоря

$$\Omega = \frac{2\pi}{60} n = \frac{2\pi}{60} 1500 = 157 \text{ рад/с.}$$

Следовательно, момент на валу двигателя $M = EI_{я}/\Omega = 11,8 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

14.4. Генератор параллельного возбуждения типа П-85 имеет следующие номинальные данные: $P_n = 6,8 \text{ кВт}$, $U_n = 230 \text{ В}$, $I_n = 29,6 \text{ А}$. Сопротивление обмоток якоря и добавочных полюсов в нагретом состоянии $r_{я} = 0,7 \text{ Ом}$. Кривая намагничивания в относительных единицах задана в табл. 14.1.

Таблица 1.4

$I_B/I_{Bн}$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
Φ/Φ_n	0,07	0,33	0,59	0,78	0,91	1,0	1,07	1,13	1,17	1,2

Построить внешнюю характеристику генератора и определить относительное изменение напряжения на его зажимах при переходе от номинального режима к режиму холостого хода, если сопротив-

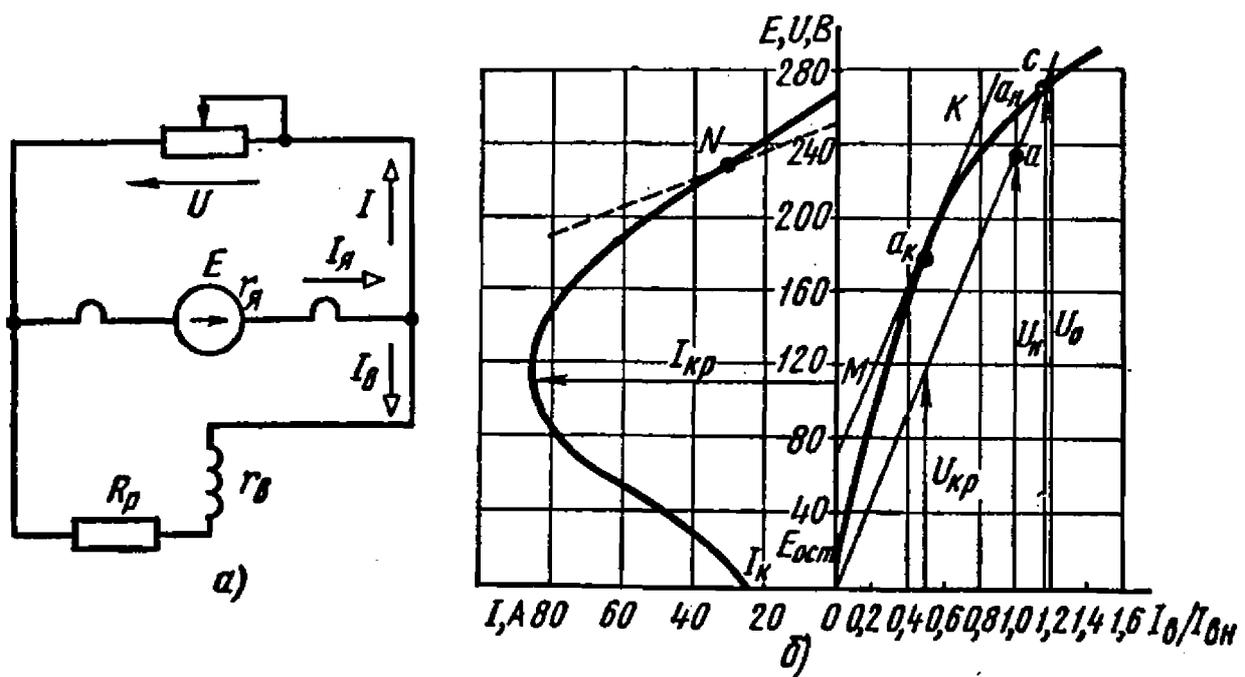


Рис. 14.4

ление цепи возбуждения останется неизменным. Реакцией якоря и падением напряжения в контактах щеток пренебречь.

Решение. Для генератора параллельного возбуждения, схема которого приведена на рис. 14.4, а, э. д. с.

$$E = U + r_{я} I_{я}.$$

При неизменной скорости вращения якоря n э. д. с.

$$E = C_e n \Phi = K_e \Phi$$

и

$$E/E_n = \Phi/\Phi_n,$$

где

$$E_n = U_n + r_{\text{я}} I_n = 230 + 0,7 \cdot 29,6 = 250,7 \text{ В.}$$

По данным таблицы для кривой намагничивания построим характеристику холостого хода генератора $E = f(I_{\text{в}}/I_{\text{вн}})$, изображенную на рис. 14.4, б.

При номинальном режиме $I_{\text{в}}/I_{\text{вн}} = 1$ и $U = U_n$ (точка a на рис. 14.4, б). Если из начала координат провести прямую через точку a , то ординаты этой прямой определяют значения напряжения на зажимах генератора при любых нагрузках, так как

$$U = (r_{\text{в}} + R_{\text{р}}) I_{\text{в}} \text{ и } U/U_n = I_{\text{в}}/I_{\text{вн}}.$$

Точка c пересечения прямой aO с характеристикой холостого хода $U_0 = E_0$ соответствует режиму холостого хода. Опустив перпендикуляр из этой точки на ось абсцисс, найдем, что при холостом ходе $I_{\text{в}}/I_{\text{вн}} = U_0/U_n = 1,19$ и $U_0 = 274 \text{ В}$.

Следовательно, искомое относительное изменение напряжения

$$\Delta U_{\bullet} = \frac{U_0 - U_n}{U_n} \cdot 100\% = \frac{274 - 230}{230} \cdot 100\% = 19\%.$$

Для построения кривой зависимости напряжения U на зажимах генератора от тока нагрузки I зададимся рядом значений $I_{\text{в}}/I_{\text{вн}}$ и по ним определим $U = U_n \frac{I_{\text{в}}}{I_{\text{вн}}}$. По характеристике холостого хода найдем соответствующие величины э. д. с. E и по формуле $I = \frac{E - U}{r_{\text{я}}}$ рассчитаем величины токов нагрузки.

Ток во внешней цепи генератора параллельного возбуждения, работающего при $\Omega = \text{const}$ и $r_{\text{в}} + R_{\text{р}} = \text{const}$, имеет максимальное (критическое) значение $I_{\text{кр}}$. Чтобы найти величину тока $I_{\text{кр}}$, к характеристике холостого хода нужно провести касательную MK , параллельную прямой Oa .

Абсцисса $I_{\text{вк}}/I_{\text{вн}}$ точки касания $a_{\text{к}}$ определит напряжение $U_{\text{кр}}$, а ордината этой точки — э. д. с. $E_{\text{кр}}$.

В рассматриваемом генераторе

$$I_{\text{вк}}/I_{\text{вн}} = 0,5, \quad U_{\text{кр}} = 0,5 U_n = 0,5 \cdot 230 = 115 \text{ В}, \quad E_{\text{кр}} = 175 \text{ В.}$$

При коротком замыкании щеток генератора ток в его обмотке возбуждения будет отсутствовать, так как $U = 0$. Ток в цепи якоря $I_{\text{к}}$ в этом случае определяется э. д. с. $E_{\text{ост}}$, соответствующей потоку остаточного намагничивания: $I_{\text{к}} = E_{\text{ост}}/r_{\text{я}}$.

Внешняя характеристика генератора построена на рис. 14.4, б слева от оси ординат.

14.5. Обмотка возбуждения генератора, рассмотренного в задаче 14.3, отсоединена от зажимов машины и включена в цепь независимого источника питания с напряжением $U_n = 230 \text{ В}$.

Построить внешнюю характеристику генератора и определить относительное изменение напряжения на его зажимах при переходе от номинального режима к режиму холостого хода.

Ответ. $\Delta U_* = 10,5\%$. Внешняя характеристика генератора построена на рис. 14.4, б (пунктирная прямая слева от оси ординат).

14.6. Для двигателя параллельного возбуждения известны следующие номинальные величины: $P_n = 130$ кВт, $U_n = 220$ В, $n_n = 600$ об/мин, $I_n = 640$ А. Сопротивление обмоток якоря и дополнительных полюсов в нагретом состоянии $r_{\text{я}} = 0,00725$ Ом, а сопротивление обмотки возбуждения $r_{\text{в}} = 43,2$ Ом.

Определить вращающий момент двигателя при номинальном режиме, а также частоту вращения якоря двигателя в режиме идеального холостого хода.

Решение. Ток в обмотке якоря при номинальном режиме

$$I_{\text{ян}} = I_n - I_{\text{вн}} = I_n - U_n / r_{\text{в}} = 640 - 220 / 43,2 = 634,9 \text{ А.}$$

Противо-э. д. с., индуцируемая в обмотке якоря при номинальной скорости его вращения,

$$E_n = U_n - r_{\text{я}} I_{\text{ян}} = 220 - 634,9 \cdot 0,00725 = 215,3 \text{ В.}$$

Номинальная электромагнитная мощность

$$P_{\text{эмн}} = E_n I_{\text{ян}} = 215,3 \cdot 634,9 = 136\,500 \text{ Вт.}$$

Номинальный вращающий электромагнитный момент

$$M = 9,55 \frac{P_{\text{эмн}}}{n_n} = 9,55 \frac{136\,500}{600} \cdot 2,18 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Частота вращения якоря в режиме идеального холостого хода при $U_n = E_0$

$$n_0 = U_n / C_e \Phi. \quad (14.1)$$

Частота вращения якоря в режиме номинальной нагрузки

$$n_n = E_n / C_e \Phi. \quad (14.2)$$

Взяв отношение (14.1) к (14.2), получим

$$n_0 = n_n \frac{U_n}{E_n} = 600 \frac{220}{215,3} = 615 \text{ об/мин.}$$

14.7. По данным, содержащимся на паспортном щитке машины (рис. 14.7), определить ее номинальный момент и к. п. д.

Ответ. $M_n = 10,2$ Н·м, $\eta_n = 0,763$.

14.8. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения имеет следующие номинальные данные: $P_n = 12$ кВт, $U_n = 220$ В, $n_n = 685$ об/мин, $I_n = 64$ А, $I_{\text{вн}} = 1,75$ А. Сопротивление обмотки якоря в нагретом состоянии $r_{\text{я}} = 0,281$ Ом.

Определить частоту и угловую скорость вращения якоря двигателя при холостом ходе и тормозном моменте на валу, равном

0,6 M_н. Построить естественную механическую характеристику. Размагничивающим действием реакции якоря пренебречь.

Указание. Частоту вращения якоря при M₁ = 0,6 M_н определим по формуле

$$n_1 = \frac{U_n - 0,6 r_{я} I_{ян}}{U_n - r_{я} I_{ян}} n_n.$$

Ответ. n₀ = 740 об/мин, n₁ = 706 об/мин.

Естественная механическая характеристика двигателя показана на рис. 14.8 сплошной линией.

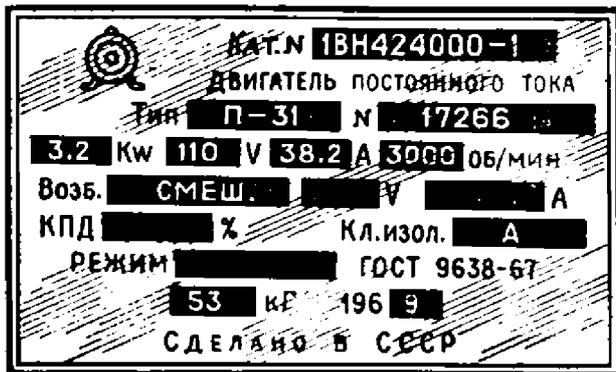


Рис. 14.7

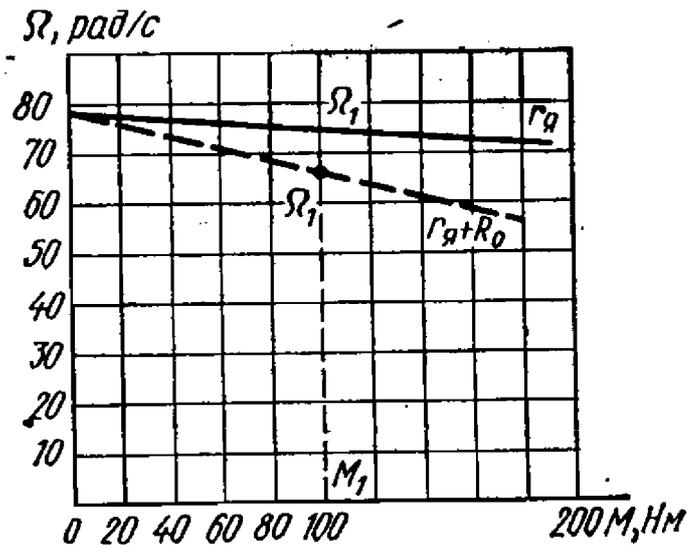


Рис. 14.8

14.9. Какое сопротивление должен иметь регулировочный реостат в цепи якоря двигателя (см. задачу 14.8), чтобы при том же тормозном моменте на валу частота его вращения снизилась до n₁' = 630 об/мин? Определить мощность потерь в регулировочном реостате и построить искусственную механическую характеристику двигателя для этого случая.

Указание. Для расчета сопротивления R_p регулировочного реостата при M₁ = 0,6 M_н следует воспользоваться уравнением

$$n_1 = \frac{U - 0,6 (r_{я} + R_p) I_{ян}}{E_n} n_n.$$

Мощность потерь в реостате при токе I₂₁ = 0,6 I_{ян}:
P_R = 0,36 R_p I_{ян}².

Ответ. R_p = 0,604 Ом, P_R = 840 Вт.

Искусственная механическая характеристика двигателя показана на рис. 14.8 пунктирной линией.

14.10. Двигатель постоянного тока имеет следующие номинальные данные: P_н = 9 кВт, U_н = 220 В, n_н = 900 об/мин, I_н = 48 А, I_{вн} = 1,25 А. Для увеличения скорости вращения якоря в цепь параллельной обмотки возбуждения двигателя введен регулировочный реостат, обеспечивающий ослабление магнитного потока до величины, равной 0,7 номинальной. Сопротивление обмотки якоря в нагретом состоянии r_я = 0,405 Ом.

Определить: сопротивление R_B регулировочного реостата, введенного в цепь обмотки возбуждения; частоту вращения n_1'' и ток $I_{я1}$ в цепи якоря при работе двигателя с моментом на валу $M_1 = 0,4 M_H$; частоту вращения n_0'' якоря двигателя, работающего при ослабленном потоке в режиме холостого хода. Построить естественную и искусственную механические характеристики. Реакцией якоря пренебречь.

Решение. Сопротивление нагретой обмотки возбуждения

$$r_B = U_H / I_{BH} = 220 / 1,25 = 176 \text{ Ом.}$$

Для расчета сопротивления регулировочного реостата предварительно определим ток в цепи возбуждения, при котором поток полюса двигателя $\Phi = 0,7 \Phi_H$. Основой такого расчета может служить универсальная (средняя) кривая намагничивания двигателей постоян-

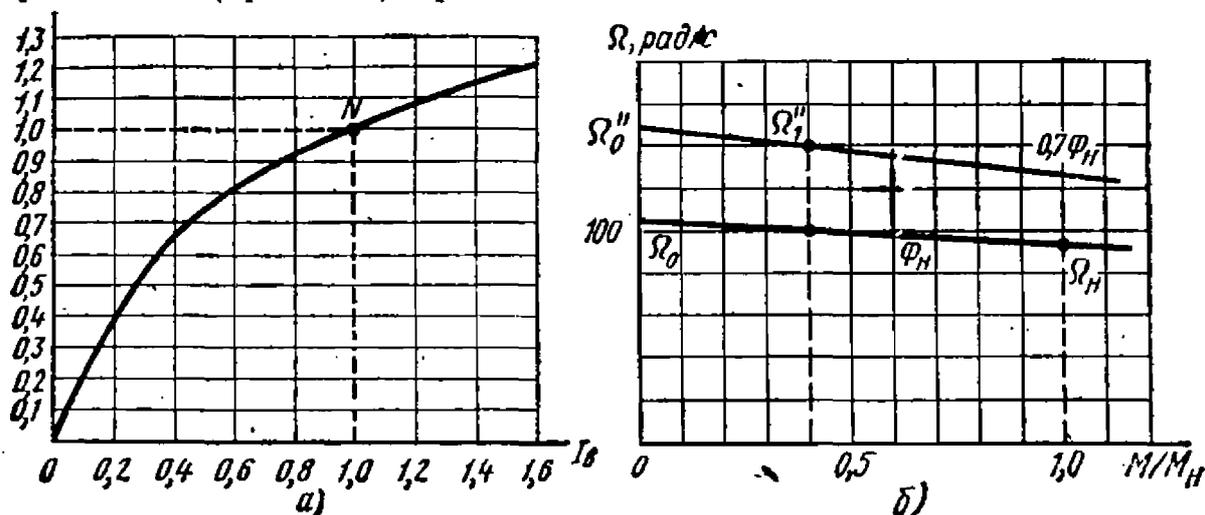


Рис. 14.10

ного тока, приведенная на рис. 14.10, а. Поток полюса Φ и ток возбуждения I_B выражены в долях номинального потока Φ_H и номинального тока возбуждения I_{BH} .

Пользуясь кривой рис. 14.10, а, находим, что при $\Phi / \Phi_H = 0,7$ отношение $I_B / I_{BH} = 0,45$. Следовательно, в рассматриваемом случае ток возбуждения

$$I_B = 0,45 I_{BH} = 0,45 \cdot 1,25 = 0,562 \text{ А.}$$

Общее сопротивление цепи возбуждения

$$r_B + R_B = U_H / I_B = 220 / 0,562 = 390 \text{ Ом.}$$

Сопротивление регулировочного реостата в цепи возбуждения

$$R_B = U_H / I_B - r_B = 390 - 176 = 214 \text{ Ом.}$$

При номинальном режиме работы, когда $\Phi = \Phi_H$, $I_B = I_{BH}$, $M = M_H$ и $n = n_H$, ток в цепи якоря

$$I_{яH} = I_H - I_{BH} = 48 - 1,25 = 46,75 \text{ А,}$$

противо-э. д. с.

$$E_H = U_H - r_{я} I_{яH} = 220 - 0,405 \cdot 46,75 = 201,3 \text{ В.}$$

Частота вращения якоря в режиме холостого хода при номинальном потоке

$$n_0 = \frac{U_n}{C_e \Phi_n} = \frac{U_n}{E_n} n_n = \frac{220}{201,3} \cdot 900 = 985 \text{ об/мин.}$$

Угловая скорость $\Omega_0 = 103 \text{ рад/с.}$

Естественная механическая характеристика построена на рис. 14.10, б в виде прямой линии, проведенной через точки с координатами $\Omega_0 = 103 \text{ рад/с}$ при $M/M_n = 0$ и $\Omega_n = 94 \text{ рад/с}$ при $M/M_n = 1$.

При номинальном потоке Φ_n ток в цепи якоря двигателя, развивающего вращающий момент $M_1 = 0,4 M_n$,

$$I_{я1} = \frac{M_1}{C_m \Phi_n} = \frac{0,4 M_n}{C_m \Phi_n} = 0,4 I_{ян} = 0,4 \cdot 46,75 = 18,7 \text{ А.}$$

При ослабленном потоке $\Phi = 0,7 \Phi_n$ и том же вращающем моменте $M_1 = 0,4 M_n$ ток в цепи якоря возрастет:

$$I_{я1}'' = \frac{M_1}{C_m 0,7 \Phi_n} = \frac{0,4 I_{ян}}{0,7} = \frac{18,7}{0,7} = 26,7 \text{ А.}$$

Частота вращения якоря двигателя при $\Phi = 0,7 \Phi_n$ и $M_1 = 0,4 M_n$ увеличится и достигнет величины

$$n_1'' = \frac{E_1'}{C_e 0,7 \Phi_n} = \frac{U_n - r_{я} I_{я1}''}{0,7 E_n} n_n = \frac{220 - 0,405 \cdot 26,7}{0,7 \cdot 201,3} 900 = 1340 \text{ об/мин.}$$

Частота вращения якоря двигателя, работающего при ослабленном потоке в режиме холостого хода,

$$n_0'' = \frac{U_n}{C_e 0,7 \Phi_n} = \frac{n_0}{0,7} = \frac{985}{0,7} = 1410 \text{ об/мин.}$$

Искусственная механическая характеристика при работе двигателя с ослабленным потоком возбуждения построена на рис. 14.10, б в виде прямой линии, проведенной через точки с координатами $\Omega_0' = 147 \text{ рад/с}$ при $M/M_n = 0$ и $\Omega_1' = 140 \text{ рад/с}$ при $M/M_n = 0,4$.

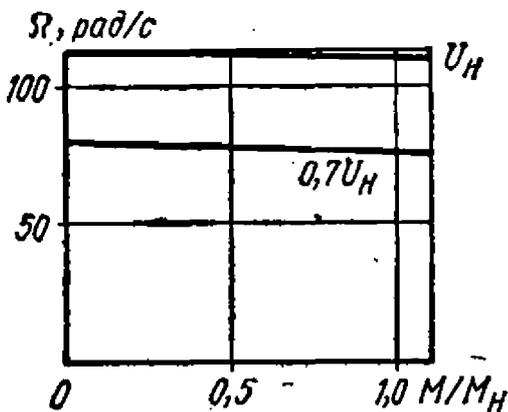


Рис. 14.11

14.11. Двигатель независимого возбуждения типа П-145 имеет следующие номинальные данные: мощность $P_n = 13,5 \text{ кВт}$, напряжение $U_n = 220 \text{ В}$, ток $I_n = 73 \text{ А}$, ток возбуждения $I_{вн} = 1,2 \text{ А}$, $n_n = 1060 \text{ об/мин}$ и $r_{я} = 0,126 \text{ Ом}$. Напряжение на зажимах обмотки возбуждения постоянно и равно номинальному.

В режиме нагрузки момент сопротивления на валу составляет 0,75, а при холостом ходе — 0,15 номинального. Определить угловую скорость якоря в этих режимах, если напряжение на зажимах двигателя: а) равно номинальному; б) составляет 0,7 номинального. Построить механические характеристики двигателя для этих случаев.

Ответ. а) 112,2 рад/с, 114,5 рад/с; б) 77,5 рад/с, 80 рад/с.
Естественная и искусственная механические характеристики изображены на рис. 14.11.

14.12. Двигатель параллельного возбуждения типа П-68 имеет следующие номинальные величины: $P_n = 10$ кВт, $U_n = 220$ В, $I_n = 52,2$ А. Сопротивления обмоток якоря и добавочных полюсов в ненагретом состоянии $r_{я(15^\circ)} = 0,182$ Ом.

Определить сопротивление R_n пускового реостата, вводимого в цепь якоря двигателя для ограничения величины пускового тока до $I_n = 2I_{ян}$.

Указание. Сопротивление пускового реостата рассчитывают по формуле

$$I_n = \frac{U_n}{r_{я(15^\circ)} + R_n}.$$

Ответ. $R_n = 1,927$ Ом.

14.13. Двигатель последовательного возбуждения имеет следующие номинальные величины: $P_n = 45$ кВт, $U_n = 220$ В, $n_n = 880$ об/мин, $\eta = 0,73$.

Построить кривую зависимости тока якоря от вращающего момента, развиваемого двигателем.

Решение. Ток якоря двигателя определяется моментом на валу

$$I_a = \frac{M}{C_m \Phi}. \quad (14.3)$$

При номинальном режиме

$$I_{ян} = \frac{M_n}{C_m \Phi_n}. \quad (14.4)$$

Взяв отношение (14.3) к (14.4), получим

$$\frac{I_a}{I_{ян}} = \frac{M}{M_n} \cdot \frac{\Phi_n}{\Phi}$$

или

$$\frac{I_a}{I_{ян}} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_n} = \frac{M}{M_n}.$$

В двигателе последовательного возбуждения ток якоря является током возбуждения. Зависимость между током якоря I_a и потоком полюса Φ не линейная. Эта зависимость изображена на рис. 14.10, а.

Задаваясь отношением $I_a/I_{ян}$, по кривой рис. 14.10, а находим отношение Φ/Φ_n и рассчитываем произведение этих отношений $\frac{I_a}{I_{ян}} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_n}$, равное отношению момента M/M_n . Например,

$$I_a/I_{ян} = 0,2; \quad \Phi/\Phi_n = 0,37; \quad M/M_n = 0,074.$$

По результатам расчета на рис. 14.13 построена кривая зависимости отношения $I_a/I_{ян}$ от отношения M/M_n .

Для рассматриваемого двигателя номинальный момент

$$M_n = 9,55 \frac{P_n}{n_n} = 9,55 \frac{45\,000}{880} = 490 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

При номинальном режиме ток якоря

$$I_a = \frac{P_n}{U_n \eta_n} = \frac{45\,000}{220 \cdot 0,73} = 280 \text{ А}.$$

Величины токов в цепи якоря при моментах на валу, отличных от номинального, определяются с помощью кривой рис. 14.13.

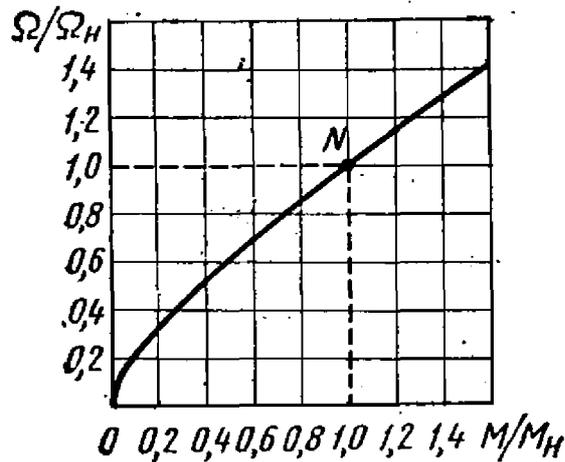


Рис. 14.13

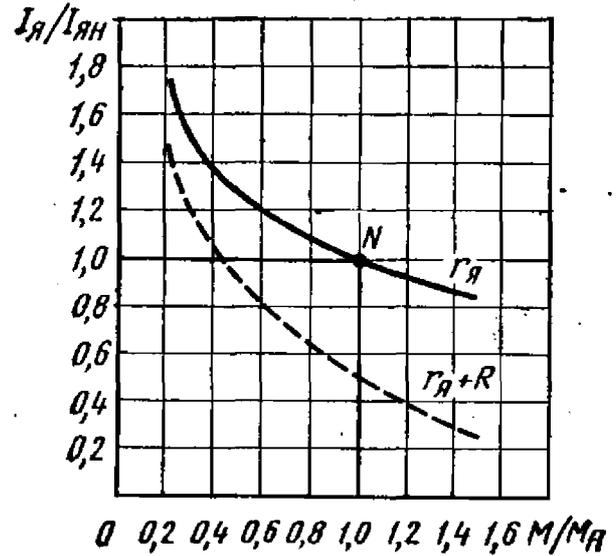


Рис. 14.14

14.14. Рассчитать и построить естественную механическую характеристику двигателя последовательного возбуждения, для которого $P_n = 12,5$ кВт, $U_n = 220$ В, $n_n = 630$ об/мин, $I_{a_n} = 72$ А, $r_a = 0,4$ Ом. Принять, что вращающий момент двигателя изменяется в пределах от $M_{\min} = 0,25M_n$ до $M_{\max} = 1,5M_n$.

Решение. Частота вращения якоря двигателя при номинальной нагрузке

$$n_n = \frac{U_n - r_a I_{a_n}}{C_e \Phi_n}.$$

Частота вращения якоря двигателя при нагрузке, отличной от номинальной,

$$n = \frac{U_n - r_a I_a}{C_e \Phi} = \frac{U_n - r_a \left(\frac{I_a}{I_{a_n}} \right) I_{a_n}}{\left(\frac{\Phi}{\Phi_n} \right) C_e \Phi_n} = \frac{U_n - K_I r_a I_{a_n}}{K_\Phi E_n} n_n,$$

откуда

$$\frac{n}{n_n} = \frac{U_n - K_I r_a I_{a_n}}{K_\Phi E_n}.$$

Здесь $K_I = I_a / I_{a_n}$ — отношение тока якоря I_a при работе двигателя с моментом сопротивления M к номинальному току; $K_\Phi = \Phi / \Phi_n$ —

отношение потока полюса двигателя, возбужденного током якоря $I_{я}$, к номинальному потоку.

В рассматриваемом двигателе $U_n = 220$ В, $r_{я}I_{ян} = 0,4 \cdot 72 = 28,8$ В, $E_n = U_n - r_{я}I_{ян} = 220 - 28,8 = 191,2$ В. Поэтому отношение

$$\frac{n}{n_n} = \frac{220 - K_I 28,8}{K_{\Phi} 191,2}.$$

Задаваясь отношением M/M_n по кривой рис. 14.13 определяем величину $K_I = I_{я}/I_{ян}$ и по известному значению $I_{я}/I_{ян} = I_{в}/I_{вн}$ находим по кривой рис. 14.10, а величину $K_{\Phi} = \Phi/\Phi_n$. Далее рассчитываем отношение n/n_n по приведенной выше формуле. Например, $M/M_n = 0,25$; $I/I_n = 0,4$; $\Phi/\Phi_n = 0,65$; $n/n_n = 1,67$.

По результатам расчета на рис. 14.14 (сплошная кривая) построена естественная механическая характеристика двигателя (в относительных единицах).

14.15. В цепь якоря двигателя, рассмотренного в задаче 14.14, введен регулировочный реостат, обеспечивающий снижение скорости вращения якоря при номинальном моменте до $n = 0,5n_n$.

Определить сопротивление реостата и построить искусственную механическую характеристику двигателя для этого случая.

У к а з а н и е. Искусственную механическую характеристику рассчитываем по формуле

$$\frac{n}{n_n} = \frac{U_n - K_I (r_{я} + R) I_{ян}}{K_{\Phi} E_n},$$

где коэффициенты K_{Φ} и K_I определяются по кривым рис. 14.10, а и 14.13.

Сопротивление реостата находят из соотношения

$$0,5 = \frac{U_n - (r_{я} + R) I_{ян}}{E_n},$$

откуда

$$R = 0,5E_n/I_{ян},$$

так как при номинальном моменте ток в цепи вращающегося якоря, а следовательно, и поток полюса независимо от величины введенного сопротивления будут номинальными, а по условию, отношение $n/n_n = 0,5$.

О т в е т. $R_p = 1,33$ Ом.

Искусственная механическая характеристика двигателя, работающего с регулировочным реостатом, показана на рис. 14.14 (пунктирная кривая).

14.16. Двигатель, имеющий номинальные величины $P_n = 10$ кВт, $U_n = 220$ В, $I_n = 55$ А, $r_{я(75^\circ)} = 0,465$ Ом, работает с наибольшим

к. п. д., когда мощность потерь в обмотке якоря и в контактах щеток составляет 500 Вт.

Рассчитать и построить кривую зависимости $\eta = f(P_2)$, приняв падение напряжения на пару щеток $\Delta U_{щ} = 2$ В. Добавочными потерями пренебречь.

Решение. К. п. д. двигателя определяется формулой

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \sum p}{P_1} = 1 - \frac{\sum p}{P_1},$$

где P_2 — полезная мощность; $P_1 = P_2 + \sum p$ — мощность потребления энергии; $\sum p = p_{мг} + p_{мех} + p_{в} + p_{щ} + p_{эл}$ — суммарные потери.

Первые три слагаемых, т. е. магнитные потери, механические потери и потери на возбуждение, не зависят от тока нагрузки; потери в щеточном контакте зависят от тока нагрузки в первой степени; электрические потери зависят от квадрата тока якоря.

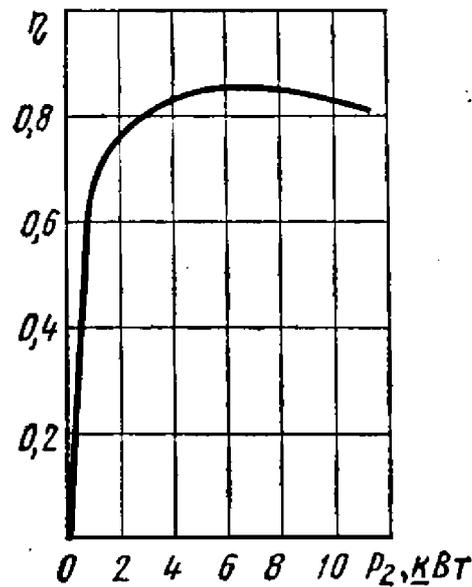


Рис. 14.16

По условию, η_{\max} при $p_{щ} + p_{м} = 500$ Вт, а так как известно, что при наибольшем к. п. д. переменные потери равны постоянным, то $p_{мг} + p_{мех} + p_{в} = 500$ Вт = const.

Задаваясь значениями тока $I_{я}$, рассчитаем:

$$P_1 = UI_{я}, \quad p_{эл} = r_{я} I_{я}^2, \quad p_{щ} = \Delta U_{щ} I_{я},$$

$$\sum p, \quad \eta = 1 - \sum p / P_1.$$

Кривая зависимости $\eta = f(P_2)$ приведена на рис. 14.16.

14.17. Для двигателя задачи 14.14 определить сопротивление пускового реостата для ограничения пускового тока до $I_{п} = 1,5I_{н}$ и величину пускового момента.

Ответ. $R_{п} = 1,64$ Ом; $M_{п} = 1,8M_{н} = 341$ Н·м.

14.18. Для двигателя П92 определить сопротивление пускового реостата для ограничения пускового тока до $I_{п} = 1,5I_{н}$ и угловую скорость идеального холостого хода Ω_0 . Влиянием последовательной обмотки возбуждения пренебречь.

Ответ. $R_{п} = 1,0$ Ом; $\Omega_0 = 67,2$ рад/с.

14.19. Для двигателя П81 определить сопротивление пускового реостата для ограничения пускового тока до $I_{п} = 1,5I_{н}$ и угловую скорость идеального холостого хода Ω_0 . Влиянием последовательной обмотки возбуждения пренебречь.

Ответ. $R_{п} = 1,676$ Ом; $\Omega_0 = 85,6$ рад/с.

14.20. Для двигателя П62 определить сопротивление пускового реостата для ограничения пускового тока до $I_{п} = 1,5I_{н}$ и угловую скорость идеального холостого хода Ω_0 . Влиянием последовательной обмотки возбуждения пренебречь.

Ответ. $R_{п} = 3,24$ Ом; $\Omega_0 = 111,2$ рад/с.

Технические данные электродвигателей постоянного тока
общетехнического применения
(защищенное исполнение, напряжение 220 В)

Тип двигателя	P_2 , кВт	I_n , А	η , %	Сопротивление при 20°C, Ом		
				$r_{я}$	$r_{\text{пос}}$	$r_{\text{пар}}$

Частота вращения 600 об/мин

П91	19	106	81,5	0,198	0,00407	44
П92	25	136	83,5	0,111	0,0048	48,4
П102	42	223	85,5	0,0171	0,00061	32,5
П111	55	287	87,0	0,036	0,002	28
П112	70	361	88,0	0,0262	0,0012	24

Частота вращения 750 об/мин

П72	10	58	78,5	0,357	0,02	92,5
П81	14	79	80,5	0,244	0,01	92
П82	17	93	83,0	0,157	0,0088	73,3
П91	25	136	83,5	0,102	0,004	44
П92	32	169	86,0	0,020	0,041	31,8

Частота вращения 1000 об/мин

П52	4,5	25,2	81,0	0,632	0,0326	184
П61	6	32,6	83,5	0,494	0,009	158
П62	8	43	85,0	0,328	0,007	136
П71	10	63	79,5	0,300	0,0105	85
П72	12,5	78	81,0	0,237	0,011	108

Частота вращения 1500 об/мин

П31	1,5	8,7	78,5	2,45	0,212	470
П32	2,2	12	83,5	1,205	0,092	358
П41	3,2	18,4	79,0	1,03	0,033	198
П42	4,5	25,4	80,5	0,78	0,004	228
П51	6	33,2	82,0	0,472	0,0074	132

Частота вращения 3000 об/мин

П21	1,5	9	76,0	1,99	0,2	600
П22	2,2	12,5	80,0	1,03	0,06	712
П31	3,2	17,5	83,0	0,642	0,044	285
П32	4,5	24,3	84,0	0,352	0,022	270
П41	6	33	82,5	0,36	0,007	280

ТРЕХФАЗНЫЕ АСИНХРОННЫЕ ДВИГАТЕЛИ

15.1. Ротор трехфазного асинхронного двигателя при номинальной нагрузке имеет частоту вращения $n_n = 720$ об/мин. Определить частоту f_2 э. д. с. и тока в роторе, если частота тока в обмотке статора $f_1 = 50$ Гц.

Решение. Скорость вращения поля (синхронная скорость) $\Omega_0 = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p}$, а частота вращения поля $n_0 = \frac{60f}{p}$. При $f_1 = 50$ Гц величины Ω_0 и n_0 могут иметь следующие значения (табл. 15.1).

Таблица 15.1

p	1	2	3	4	5
n_0 , об/мин	3000	1500	1000	750	600
Ω_0 , рад/с	314	157	105	78,5	63

Зная, что ротор двигателя при номинальной нагрузке вращается с частотой n_n , близкой к частоте вращения поля n_0 , находим в ряду возможных частот вращения поля ближайшую к номинальной частоте вращения ротора: $n_0 = 750$ об/мин.

Тогда скольжение при номинальной нагрузке

$$s_n = \frac{n_0 - n_n}{n_0} = \frac{750 - 720}{750} = 0,04 = 4\%.$$

Частота э. д. с. и тока в роторе

$$f_2 = f_1 s = 50 \cdot 0,04 = 2 \text{ Гц.}$$

15.2. Четырехполюсный асинхронный двигатель включен в трехфазную сеть с частотой 60 Гц. Номинальное скольжение равно 3%.

Определить номинальную частоту вращения ротора.

Ответ. $n_n = 1746$ об/мин.

15.3. На рис. 15.3 приведен график зависимости относительной величины мощности механических потерь от номинальной мощности трехфазных электрических двигателей различных типов.

Пользуясь графиком и данными каталога (см. приложение 15.1), определить полезный вращающий момент на валу, а также электромагнитный момент, действующий на короткозамкнутый ротор трехфазного асинхронного двигателя типа А2-91-2 при номинальном режиме его работы.

Решение. Вращающий момент на валу определяется отношением полезной механической мощности двигателя P_2 к угловой

скорости вращения ротора:

$$M_B = \frac{P_2}{\Omega} [\text{Н} \cdot \text{м}, \text{Вт}, \text{рад/с}]$$

или

$$M_B = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{P_2}{n} = 9,55 \frac{P_2}{n} [\text{Н} \cdot \text{м}, \text{Вт}, \text{об/мин}],$$

где Ω — угловая скорость вращения ротора, рад/с; n — частота вращения ротора.

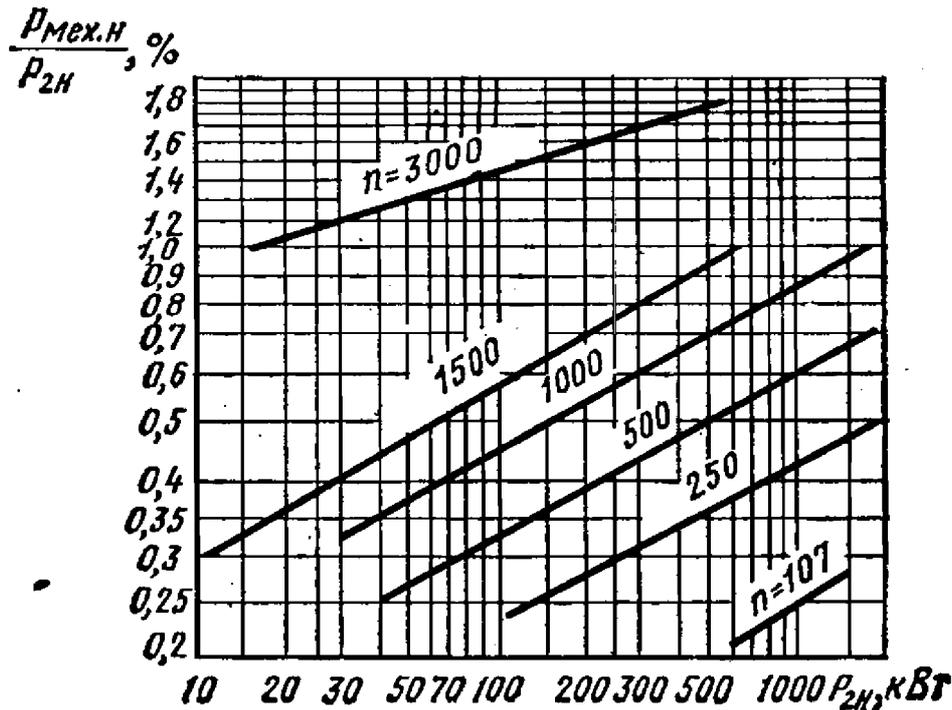


Рис. 15.3

Электромагнитный момент больше момента на валу, так как он определяется отношением полной механической мощности двигателя $P_{\text{мех}} = P_2 + p_{\text{мех}}$ к скорости или частоте вращения ротора

$$M = 9,55 \frac{P_2 + p_{\text{мех}}}{n} [\text{Н} \cdot \text{м}, \text{Вт}, \text{об/мин}].$$

По данным каталога полезная механическая мощность двигателя типа А2-91-2 при номинальном режиме $P_{2н} = 100$ кВт, а частота вращения ротора $n_n = 2920$ об/мин.

По универсальным кривым рис. 15.3 находим, что при $P_{2н} = 100$ кВт и $n_0 = 3000$ об/мин отношение

$$\frac{P_{\text{мех.н}}}{P_{2н}} = p_{\text{мех.н}} = 1,45\%$$

и номинальная мощность механических потерь

$$p_{\text{мех.н}} = 0,0145 \cdot 100 \cdot 10^3 = 1450 \text{ Вт}.$$

Номинальный электромагнитный момент

$$M_n = 9,55 \frac{P_{2н} + p_{\text{мех.н}}}{n_n} = 9,55 \cdot \frac{100 + 1,45}{2920} \cdot 10^3 = 332 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

полезный вращающий момент на валу

$$M_{в.н} = 9,55 \frac{P_{2н}}{n_n} = 9,55 \cdot \frac{100 \cdot 10^3}{2920} = 327 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

15.4. По данным каталога построить механическую характеристику двигателя типа А2-91-2.

Решение. По данным каталога (см. приложение 15.1) известно, что у двигателя А2-91-2 $M_{пуск}/M_n = 1,0$ и $M_{max}/M_n = 2,2$. Согласно результатам расчета задачи 15.3, номинальный момент $M_n = 3,34 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Следовательно, $M_{пуск} = 332 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и $M_{max} = 731 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

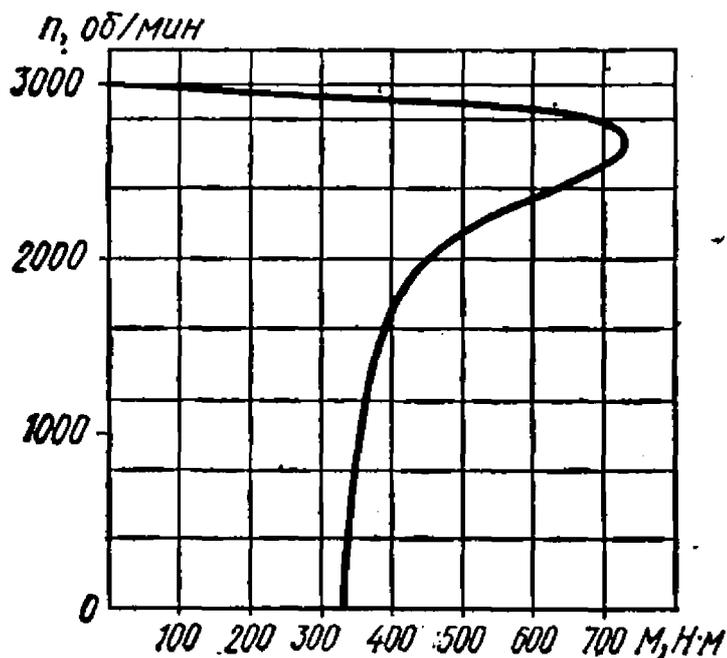


Рис. 15.4

Найдем значения частоты вращения, соответствующие $M=0$; M_n ; $M_{пуск}$ и M_{max} . При $M=0$ скорость ротора равна скорости магнитного поля машины и $n=n_0$. Величину n_0 легко определить, сравнивая номинальную частоту вращения ротора с рядом возможных частот вращения поля при $f=50 \text{ Гц}$ (см. задачу 15.1). У двухполюсного двигателя А2-91-2 $n_0=3000 \text{ об/мин}$. По

паспорту номинальная частота $n_n=2920 \text{ об/мин}$.

Для расчета критической частоты вращения $n_{кр}$, соответствующей максимальному моменту, воспользуемся уравнением электромагнитного момента

$$M = \frac{2M_{max}}{s/s_{кр} + s_{кр}/s},$$

подставив в него известные уже величины моментов M_n , M_{max} и номинального скольжения

$$s_n = \frac{n_0 - n_n}{n_0} = \frac{3000 - 2920}{3000} = 0,027.$$

Преобразование этого уравнения относительно неизвестной $s_{кр}$ приводит к квадратному уравнению, корни которого

$$s_{кр 1,2} = s_n (\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - 1}),$$

где

$$\lambda = M_{max}/M_n.$$

Второй корень отпадает, так как условие $s_{кр} > s_n$ соответствует общему виду характеристики $M(s)$. Подставив в полученную формулу для $s_{кр}$ числовые значения s_n и λ , получим:

$$s_{кр} = 0,027 (2,2 + \sqrt{4,84 - 1}) = 0,112,$$

$$n_{кр} = n_0 (1 - s_{кр}) = 2660 \text{ об/мин}.$$

Рассчитанные координаты точек кривой $n(M)$ сведены в табл. 15.2.

Таблица 15.2

$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	0	332	731	320
$n, \text{об/мин}$	3000	2920	2660	0

Промежуточные точки рассчитываются по уравнению $M(s)$. На рис. 15.4 построена механическая характеристика заданного двигателя.

15.5. На рис. 15.5 изображен паспортный щиток трехфазного короткозамкнутого асинхронного двигателя.

Как следует соединить фазы обмотки статора машины при включении ее в сеть с линейным напряжением 380 В? Определить активную мощность двигателя P_1 и мощность электрических потерь $p_{2\phi}$ в роторе при номинальной нагрузке.

Ответ. Звездой, $P_1 = 81,6 \text{ кВт}$. $p_{2\phi} = 1,53 \text{ кВт}$.

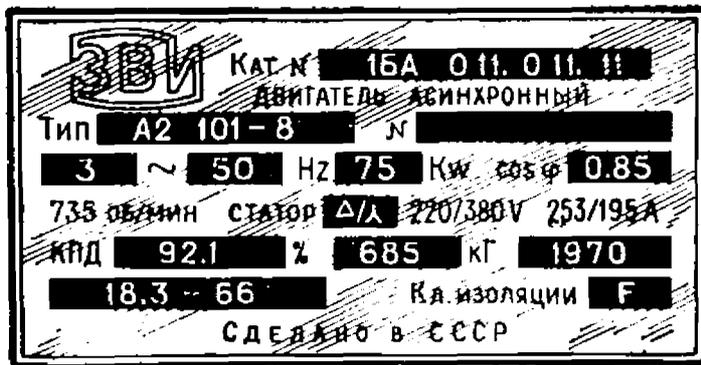


Рис. 15.5

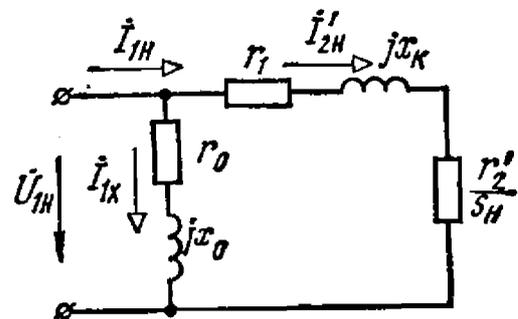


Рис. 15.6

15.6. По данным каталога определить сопротивления r_1 , r_2' и x_k элементов Г-образной эквивалентной схемы (рис. 15.6), соответствующей длительному режиму работы трехфазного короткозамкнутого асинхронного двигателя типа А2-71-6 при частоте вращения ротора n , превышающей критическую скорость $n_{кр}$. Механическими потерями двигателя пренебречь.

Решение. Активное сопротивление r_1 в рассматриваемой схеме замещения численно равно активному сопротивлению фазы обмотки статора машины в нагретом состоянии (при температуре 75°C). Зависимость сопротивления медной проволоки от температуры в пределах от 0 до $+100^\circ\text{C}$ выражается уравнением

$$r_t = r_{20^\circ\text{C}} [1 + \alpha(t - 20)],$$

где $r_{20^\circ\text{C}}$ — сопротивление медной проволоки при температуре $t = 20^\circ\text{C}$.

По данным каталога известно, что при 20°C сопротивление каждой фазы обмотки статора $r_{20^\circ\text{C}} = 0,253 \text{ Ом}$. Сопротивление фазы

обмотки при 75°C

$$r_1 = r_{75^\circ\text{C}} = r_{20^\circ\text{C}} (1 + 0,00428 \cdot 55) = 0,253 \cdot 1,235 = 0,313 \text{ Ом.}$$

Для определения реактивного сопротивления x_k воспользуемся формулой максимального электромагнитного момента

$$M_{\text{max}} = \frac{3U_{\text{инф}}^2}{2\Omega_0 (r_1 + \sqrt{r_1^2 + x_k^2})},$$

из которой следует, что

$$x_k = \sqrt{R_M^2 - r_1^2},$$

где

$$R_M = \frac{3U_{\text{инф}}^2}{2\Omega_0 M_{\text{max}}} - r_1.$$

Приведенное активное сопротивление ротора r_2' найдем из формулы, выражающей зависимость электромагнитного момента от скольжения:

$$M = \frac{3U_{\text{инф}}^2}{\Omega_0 [(r_1 + r_2'/s)^2 + x_k^2]} \cdot \frac{r_2'}{s},$$

из которой следует, что при номинальной нагрузке

$$r_2' = s_n (R_n + \sqrt{R_n^2 - R_M^2}),$$

где

$$R_n = \frac{3U_{\text{инф}}^2}{2\Omega_0 M_n} - r_1.$$

По данным каталога, электромагнитная мощность двигателя при номинальной нагрузке

$$P_{\text{эм}} = \Omega_0 M_n = \frac{P_2}{1 - s_n} = \frac{17 \cdot 10^3}{1 - 0,035} = 17\,650 \text{ Вт.}$$

Электромагнитная мощность при критической скорости вращения ротора

$$P_{\text{эм max}} = \Omega_0 M_{\text{max}} = 1,8 \Omega_0 M_n = 1,8 \cdot 17\,650 = 31\,800 \text{ Вт.}$$

Расчетные сопротивления:

$$R_M = \frac{3U_{\text{инф}}^2}{2\Omega_0 M_{\text{max}}} - r_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{220^2}{31\,800} - 0,313 = 1,97 \text{ Ом;}$$

$$R_n = \frac{3U_{\text{инф}}^2}{2\Omega_0 M_n} - r_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{220^2}{17\,650} - 0,313 = 3,8 \text{ Ом.}$$

Реактивное сопротивление

$$x_k = \sqrt{R_M^2 - r_1^2} = \sqrt{1,97^2 - 0,313^2} = 1,94 \text{ Ом.}$$

Приведенное активное сопротивление фазы обмотки ротора двигателя в нагретом состоянии

$$r'_2 = s_n (R_n + \sqrt{R_n^2 - R_m^2}) = 0,035 (3,8 + \sqrt{3,8^2 - 1,97^2}) = 0,25 \text{ Ом.}$$

15.7. Найти ток I_{ix} в фазе обмотки статора при холостом ходе двигателя, рассмотренного в задаче 15.6.

Рассчитать сопротивления r_0 и x_0 элементов Г-образной эквивалентной схемы этого двигателя.

Решение. Величину тока холостого хода I_{ix} рассчитаем по формуле, составленной в соответствии с векторной диаграммой токов (рис. 15.7) в ветвях Г-образной схемы замещения двигателя, работающего с номинальной нагрузкой:

$$I_{ix} = \sqrt{(I_{1n} \cos \varphi_n - I'_{2n} \cos \varphi_2)^2 + (I_{1n} \sin \varphi_n - I'_{2n} \sin \varphi_2)^2},$$

где активная составляющая номинального тока статора

$$I_{1n} \cos \varphi_n = \frac{P_n}{3U_{1n}\eta_n} = \frac{17 \cdot 10^3}{3 \cdot 220 \cdot 0,89} = 29 \text{ А,}$$

реактивная составляющая номинального тока статора

$$I_{1n} \sin \varphi_n = \frac{P_n \sin \varphi_n}{2U_{1n}\eta_n \cos \varphi_n} = \frac{17 \cdot 10^3 \cdot 0,493}{3 \cdot 220 \cdot 0,89 \cdot 0,87} = 16,4 \text{ А,}$$

активная составляющая приведенного номинального тока ротора

$$I'_{2n} \cos \varphi_2 = \frac{r_1 + r'_2/s_n}{(r_1 + r'_2/s_n)^2 + x_k^2} U_{1n} = \frac{0,313 + 0,25/0,035}{(0,313 + 0,25/0,035)^2 + 1,94^2} \cdot 220 = 27,7 \text{ А,}$$

реактивная составляющая приведенного номинального тока ротора

$$\begin{aligned} I'_{2n} \sin \varphi_2 &= \frac{x_k}{\left(r_1 + \frac{r'_2}{s_n}\right)^2 + x_k^2} U_{1n} = \\ &= \frac{1,94}{\left(0,313 + \frac{0,25}{0,035}\right)^2 + 1,94^2} \cdot 220 = 7 \text{ А.} \end{aligned}$$

Активная составляющая тока холостого хода

$$I_{ixa} = I_{1n} \cos \varphi_n - I'_{2n} \cos \varphi_2 = 29 - 27,7 = 1,3 \text{ А.}$$

Реактивная составляющая тока холостого хода

$$I_{ixp} = I_{1n} \sin \varphi_n - I'_{2n} \sin \varphi_2 = 16,4 - 7 = 9,4 \text{ А.}$$

Ток холостого хода двигателя

$$I_{ix} = \sqrt{I_{ixa}^2 + I_{ixp}^2} = \sqrt{1,3^2 + 9,4^2} = 9,5 \text{ А.}$$

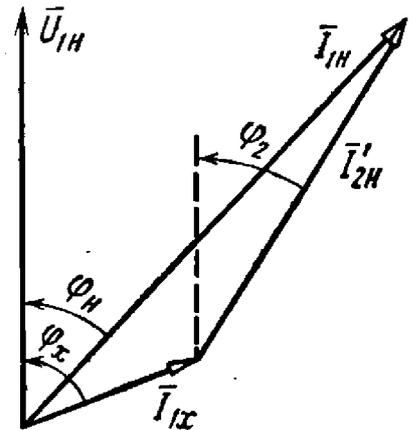


Рис. 15.7

Полное сопротивление ветви тока холостого хода эквивалентной Г-образной схемы

$$z_0 = U_{1H} / I_{1X} = 220 / 9,5 = 23,2 \text{ Ом},$$

активное сопротивление

$$r_0 = z_0 \cos \varphi_{1X} = z_0 \frac{I_{1Xa}}{I_{1X}} = 23,2 \cdot \frac{1,3}{9,5} = 3,04 \text{ Ом},$$

реактивное сопротивление

$$x_0 = z_0 \sin \varphi_{1X} = z_0 \frac{I_{1Xp}}{I_{1X}} = 23,2 \cdot \frac{9,4}{9,5} = 22,0 \text{ Ом}.$$

15.8. Построить график зависимости тока в фазе обмотки статора от механической мощности трехфазного асинхронного двигателя с контактными кольцами типа МТ-42-8 (380/220 В, 16 кВт, 728 об/мин) для режимов его работы с моментами нагрузки, не превышающими номинального момента.

Сопротивления элементов эквивалентной Г-образной схемы имеют следующие значения: $r_0 = 0,79 \text{ Ом}$; $x_0 = 7,9 \text{ Ом}$; $r_1 = 0,275 \text{ Ом}$; $r_2' = 0,335 \text{ Ом}$; $x_k = 1,03 \text{ Ом}$.

Ответ. Характеристика тока в фазе обмотки статора построена на рис. 15.8.

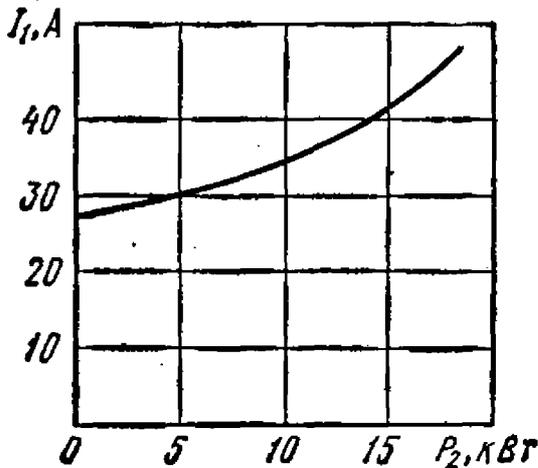


Рис. 15.8

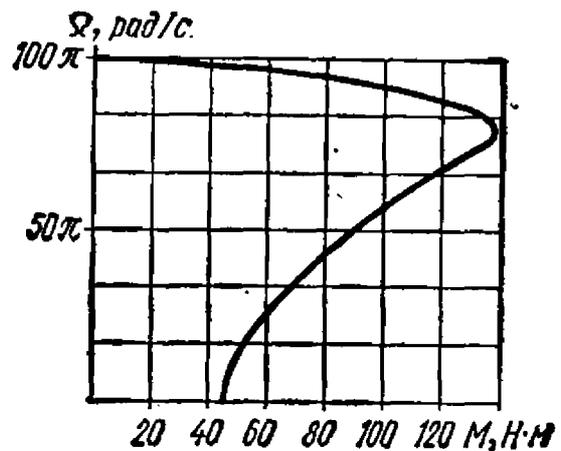


Рис. 15.10

15.9. При какой скорости вращения ротора $n_{кр}$ асинхронный двигатель типа А2-61-2 развивает максимальный момент, если обмотка его статора включена в сеть с напряжением 380 В?

Ответ и указание. $n_{кр} = 2480 \text{ об/мин}$.

Для расчета следует воспользоваться формулой

$$n_{кр} = n_0 (1 - s_{кр}),$$

где

$$s_{кр} = \frac{r_2'}{\sqrt{r_1^2 + x_k^2}}.$$

Порядок расчета величин r_1 , r_2 , x_k см. в задаче 15.6.

15.10. По данным, полученным при решении задачи 15.9, построить механическую характеристику рассмотренного в ней трехфазного короткозамкнутого двигателя.

Ответ. На рис. 15.10 построена механическая характеристика двигателя.

Скорость вращения ротора рассчитана по формуле

$$\Omega = \Omega_0 (1 - s) = 3000 (1 - s) \text{ [рад/с]}.$$

Электромагнитный вращающий момент

$$M = \frac{3U_{1\text{нф}}^2}{\Omega_0 [(r_1 + r_2'/s)^2 + x_k^2]} \cdot \frac{r_2'}{s} = \\ = \frac{3 \cdot 220^2}{2\pi \cdot 50 [(0,230 + 0,263/s)^2 + 1,52^2]} \cdot \frac{0,263}{s} \text{ [Н}\cdot\text{м]}.$$

15.11. Какой электромагнитный момент развивает короткозамкнутый асинхронный двигатель типа А52-2 при частоте вращения ротора $n = 2890$ об/мин, если сопротивления ветви приведенного тока ротора в эквивалентной Г-образной схеме $r_1 = 0,162$ Ом, $r_2' = 0,153$ Ом, $x_k = 0,054$ Ом, а номинальное фазное напряжение $U_{1\text{нф}} = 127$ В.

Решение. При заданной частоте вращения ротора скольжение

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{3000 - 2890}{3000} = 0,0365.$$

Электромагнитный момент

$$M = \frac{3U_{1\text{нф}}^2}{\Omega_0 \left[\left(r_1 + \frac{r_2'}{s} \right)^2 + x_k^2 \right]} \cdot \frac{r_2'}{s} = \\ = \frac{3 \cdot 127^2}{2\pi \cdot 50 \left(\left[0,162 + \frac{0,153}{0,0365} \right]^2 + 0,654^2 \right)} \cdot \frac{0,153}{0,0365} = 33,4 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

15.12. Асинхронный двигатель типа МТК-42-8 (16 кВт, 685 об/мин) включен в сеть с линейным напряжением 220 В при соединении фаз обмотки статора треугольником и нагружен моментом $M = 0,3 M_n$.

Определить коэффициент мощности двигателя в этом режиме, если сопротивления элементов эквивалентной Г-образной схемы имеют следующие значения: $r_0 = 0,74$ Ом, $x_0 = 10$ Ом, $r_1 = 0,27$ Ом, $r_2' = 0,64$ Ом, $x_k = 0,94$ Ом.

Решение. Номинальный момент и момент нагрузки:

$$M_n = 9,55 \frac{P_{2\text{н}}}{n_n} = 9,55 \cdot \frac{16 \cdot 10^3}{685} = 224 \text{ Н}\cdot\text{м},$$

$$M = 0,3 M_n = 0,3 \cdot 224 = 67,2 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Для расчета величины скольжения при заданном моменте нагрузки воспользуемся формулой

$$M = \frac{3U_{1H}^2}{\Omega_0 [(r_1 + r_2/s)^2 + x_k^2]} \cdot \frac{r_2}{s},$$

из которой следует, что

$$s = \frac{r_2'}{R_s + \sqrt{R_s^2 - (r_1^2 + x_k^2)}},$$

где расчетное сопротивление

$$R_s = \frac{\sqrt{3}U_{1H}^2}{2M\Omega_0} - r_1 = \frac{\sqrt{3}U_{1H}^2}{2M\omega} - r_1 = \frac{\sqrt{3} \cdot 220^2 \cdot 4}{2 \cdot 67,2 \cdot 2\pi \cdot 50} - 0,27 = 13,5 \text{ Ом.}$$

Скольжение

$$s = \frac{r_2}{R_s + \sqrt{R_s^2 - (r_1^2 + x_k^2)}} = \frac{0,64}{13,5 + \sqrt{13,5^2 - (0,27^2 + 0,94^2)}} = 0,024.$$

Приведенный ток ротора

$$I_2' = \frac{U_{1H}}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + x_k^2}} = \frac{220}{\sqrt{\left(0,27 + \frac{0,64}{0,024}\right)^2 + 0,94^2}} = 8 \text{ А.}$$

Ток холостого хода

$$I_{1x} = \frac{U_{1H}}{\sqrt{r_0^2 + x_0^2}} = \frac{220}{\sqrt{0,74^2 + 10^2}} = 21,75 \text{ А.}$$

Для Г-образной эквивалентной схемы рис. 15.6 составим два уравнения баланса мощностей.

Мощности двигателя, отнесенные к одной фазе обмотки статора:

активная

$$\begin{aligned} \frac{P_1}{3} &= r_0 I_{1x}^2 + \left(r_1 + \frac{r_2'}{s}\right) (I_2')^2 = 0,74 \cdot 21,75^2 + \\ &+ \left(0,27 + \frac{0,64}{0,024}\right) 8^2 = 2120 \text{ Вт,} \end{aligned}$$

реактивная

$$\frac{Q_1}{3} = x_0 I_{1x}^2 + x_k (I_2')^2 = 10 \cdot 21,75^2 + 0,94 \cdot 8^2 = 4840 \text{ вар.}$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}} = \frac{2120}{\sqrt{2120^2 + 4840^2}} = 0,4.$$

15.13. Как изменится коэффициент мощности двигателя в задаче 15.12, если при том же моменте на валу фазы обмотки статора соединить звездой?

Ответ. $\cos \varphi_1 = 0,725$.

15.14. Для асинхронного двигателя с контактными кольцами типа АОК2-61-6 по данным каталога (см. приложение 15.2) определить величину сопротивления и мощность трехфазного регулировочного реостата, обеспечивающего при включении в цепь ротора снижение частоты вращения вала двигателя до 700 об/мин при неизменном моменте, равном номинальному. Механическими потерями пренебречь.

Решение. При номинальной нагрузке двигателя обмотка его ротора нагревается до 75°C .

Для того чтобы найти активное сопротивление фазы нагретой обмотки, следует известную величину этого сопротивления $r_{20^{\circ}\text{C}} = 0,076 \text{ Ом}$ при 20°C увеличить в отношении

$$\frac{234,5^{\circ} + 75^{\circ}}{234,5^{\circ} + 20^{\circ}} = 1,24.$$

Следовательно, $r_2 = r_{75^{\circ}\text{C}} = 1,24 \cdot 0,076 = 0,094 \text{ Ом}$.

Для определения сопротивления r_p регулировочного реостата воспользуемся равенством

$$\frac{r_2 + r_p}{s} = \frac{r_2}{s_n},$$

где номинальное скольжение

$$s_n = \frac{n_0 - n_n}{n_0} = \frac{1000 - 960}{1000} = 0,04.$$

Скольжение при $n = 700$ об/мин

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{1000 - 700}{1000} = 0,3.$$

Сопротивление регулировочного реостата

$$r_p = r_2 (s/s_n - 1) = 0,094 (0,3/0,04 - 1) = 0,611 \text{ Ом}.$$

Мощность реостата

$$P_p = 3r_p I_{2n}^2 = 3 \cdot 0,611 \cdot 35^2 = 2240 \text{ Вт}.$$

15.15. Для асинхронного двигателя с контактными кольцами определить сопротивление $r_{\text{пуск}}$ фазы пускового реостата, обеспечивающего при включении в цепь ротора пуск двигателя с максимальным возможным моментом, если активное сопротивление фазы обмотки ротора в ненагретом состоянии $r_{20^{\circ}\text{C}} = 0,0256 \text{ Ом}$, а критическое скольжение $s_{\text{кр}} = 0,22$.

Ответ. $r_{\text{пуск}} = 0,09 \text{ Ом}$.

**Технические данные короткозамкнутых трехфазных асинхронных двигателей
единой серии А2
(в защищенном исполнении)**

Тип	P_n , кВт	n_n , об/мин	η_n , %	$\cos \varphi_n$	$\frac{I_{\text{пуск}}}{I_n}$	$\frac{M_{\text{пуск}}}{M_n}$	$\frac{M_{\text{max}}}{M_n}$	r_1 при 20 °С, Ом
A2-61-2	17	2900	88,0	0,88	7	1,2	2,2	0,1900
A2-62-2	22	2900	89,0	0,88	7	1,1	2,2	0,1540
A2-71-2	30	2900	90,0	0,90	7	1,1	2,2	0,1170
A2-72-2	40	2900	90,5	0,90	7	1,0	2,2	0,0770
A2-81-2	55	2900	91,0	0,90	7	1,0	2,2	0,0540
A2-82-2	75	2900	92,0	0,90	7	1,0	2,2	0,0347
A2-91-2	100	2920	93,0	0,90	7	1,0	2,2	0,0209
A2-92-2	125	2920	94,0	0,90	7,0	1,0	2,2	0,0144
A2-61-4	13	1450	88,5	0,88	7,0	1,3	2,0	0,2700
A2-62-4	17	1450	89,5	0,88	7,0	1,3	2,0	0,1890
A2-71-4	22	1455	90,0	0,88	7,0	1,2	2,0	0,1500
A2-72-4	30	1455	90,5	0,88	7,0	1,2	2,0	0,0860
A2-81-4	40	1460	91,0	0,89	7,0	1,1	2,0	0,0692
A2-82-4	55	1460	92,0	0,89	7,0	1,1	2,0	0,0455
A2-91-4	75	1470	93,0	0,89	7,0	1,1	2,0	0,0320
A2-92-4	100	1470	93,5	0,90	7,0	1,1	2,0	0,0209
A2-61-6	10	965	87,0	0,86	7,0	1,2	1,8	0,4640
A2-62-6	13	965	88,0	0,86	7,0	1,2	1,8	0,2870
A2-71-6	17	965	89,0	0,87	7,0	1,2	1,8	0,2530
A2-72-6	22	965	89,5	0,87	7,0	1,2	1,8	0,1640
A2-81-6	30	970	90,0	0,88	7,0	1,1	1,8	0,0123
A2-82-6	40	970	91,0	0,89	7,0	1,1	1,8	0,0920
A2-91-6	55	980	92,0	0,89	7,0	1,1	1,8	0,0618
A2-92-6	75	980	92,5	0,89	7,0	1,1	1,8	0,0348
A2-61-8	75	725	85,0	0,78	6,0	1,2	1,7	0,5910
A2-62-8	10	725	87,0	0,79	7,0	1,2	1,7	0,3440
A2-71-8	13	725	87,5	0,82	7,0	1,1	1,7	0,3100
A2-72-8	17	725	88,5	0,82	7,0	1,1	1,7	0,2260
A2-81-8	22	725	89,0	0,82	7,0	1,1	1,7	0,1777
A2-82-8	30	725	90,0	0,84	7,0	1,1	1,7	0,1120
A2-91-8	40	730	91,5	0,84	7,0	1,1	1,7	0,0740
A2-92-8	55	730	92,5	0,87	7,0	1,1	1,7	0,0570

Примечания: 1. Двигатели исполняются на напряжения 220/380 В. 2. Первая цифра после символа обозначает условный номер габарита, вторая — длины, третья — число полюсов машины.

**Технические данные трехфазных асинхронных двигателей
с контактными кольцами серии АК2 (защищенные) и
серии АОК2 (закрытые, обдуваемые)**

Тип	P_n , кВт	n_n , об/мин	η_n , %	$\cos \varphi_n$	$\frac{M_{max}}{M_n}$	I_{2n} , А	U_{2x} , В	Сопротивление фаз при 20 °С, Ом	
								r_1	r_2
АК2-81-4	40	1440	90,0	0,84	2,0	225	110	0,0725	0,00865
АК2-82-4	55	1440	90,5	0,84	2,0	200	160	0,0390	0,00895
АК2-91-4	75	1450	90,5	0,85	2,0	260	185	0,0326	0,01150
АК2-92-4	100	1450	90,5	0,85	2,0	275	235	0,0210	0,01240
АК2-81-6	30	960	89,0	0,84	1,8	150	125	0,0920	0,0110
АК2-82-6	40	960	89,0	0,85	1,8	155	165	0,0605	0,0125
АК2-91-6	55	960	89,0	0,86	1,8	240	150	0,0590	0,0119
АК2-92-6	75	960	90,5	0,86	1,8	220	215	0,0350	0,0135
АК2-81-8	22	720	87,5	0,79	1,7	150	95	0,1570	0,0109
АК2-82-8	30	720	87,5	0,79	1,7	150	130	0,0935	0,0126
АК2-91-8	40	720	87,5	0,81	1,7	225	120	0,0860	0,0113
АК2-92-8	55	720	90,0	0,81	1,7	200	160	0,0510	0,0136
АОК2-61-4	10	1420	85,0	0,82	2,0	40	160	0,270	0,078
АОК2-61-6	7,5	960	84,0	0,82	1,8	35	140	0,495	0,076
АОК2-62-6	10	960	85,0	0,83	1,8	36	100	0,340	0,085
АОК2-61-8	5,5	710	82,0	0,72	1,7	32	115	0,645	0,071

Глава 16

СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ *

16.1. Определить скорость вращения, номинальный момент, ток статора, активную и реактивную мощности шестиполюсного синхронного двигателя со следующими номинальными данными: $P_n = 285$ кВт, $U_n = 3$ кВ, $\cos \varphi_n = 0,8$ (опереж.), $\eta_n = 0,94$.

Решение. Номинальная угловая скорость вращения

$$\Omega = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p} = \frac{314}{3} = 105 \text{ рад/с.}$$

Номинальная частота вращения

$$n = \frac{\Omega}{2\pi} \cdot 60 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ об/мин.}$$

* Во всех задачах этой главы не учитывается насыщение магнитной цепи машины. Предполагается, что машина включена в систему весьма большой мощности ($f = \text{const}$, $U = \text{const}$). Везде, за исключением специально оговоренных случаев, к. п. д. машин принимается равным единице.

Номинальный момент

$$M_n = \frac{P_n}{\Omega} = \frac{285 \cdot 10^3}{105} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 272 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

Номинальный ток

$$I = \frac{P_n}{\eta_n \sqrt{3} U_n \cos \varphi_n} = \frac{285}{0,94 \cdot \sqrt{3} \cdot 0,8} = 73,2 \text{ А}.$$

Активная мощность

$$P = \frac{P_n}{\eta_n} = \frac{285}{0,94} = 303 \text{ кВт}.$$

Реактивная мощность

$$Q = P \operatorname{tg} \varphi_n = 303 \cdot 0,75 = 227 \text{ квар}.$$

16.2. Построить угловую характеристику и векторную диаграмму шестиполюсного синхронного двигателя при номинальной нагрузке и номинальном возбуждении. Отметить на угловой характеристике точку, соответствующую этому режиму. Номинальные данные двигателя: $P_n = 990 \text{ кВт}$, $U_n = 6 \text{ кВ}$, $x = 42 \text{ Ом}$, $\cos \varphi = 0,8$ (опереж.), отношение максимального момента к номинальному $M_{\max}/M_n = 2,2$.

Решение. Номинальная скорость двигателя

$$\Omega = 2\pi f/p = 314/3 = 105 \text{ рад/с} \quad (n = 1000 \text{ об/мин}).$$

Номинальный момент

$$M_n = \frac{P_n}{\Omega} = \frac{990 \cdot 10^3}{105} = 9,45 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 963 \text{ кг} \cdot \text{м}.$$

Максимальный момент

$$\begin{aligned} M_{\max} &= 2,2M_n = 2,2 \cdot 9,45 \cdot 10^3 = \\ &= 20,4 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 2,08 \cdot 10^2 \text{ кг} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Угол рассогласования θ_n при номинальной нагрузке определим из уравнения угловой характеристики

$$\begin{aligned} M &= \frac{3U_{\text{фн}}E_0}{\Omega x} \sin \theta_n = M_{\max} \sin \theta_n, \\ \sin \theta_n &= M_n/M_{\max} = 1/2,2; \quad \theta_n = 27^\circ. \end{aligned}$$

На угловой характеристике двигателя, изображенной на рис. 16.2, а, отмечена точка номинального режима.

Величину э. д. с. E_0 найдем из формулы амплитуды угловой характеристики:

$$E_0 = \frac{M_{\max} \Omega x}{U_{\text{фн}}} = \frac{20,4 \cdot 10^3 \cdot 105 \cdot 42}{6 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = 8,8 \cdot 10^3 \text{ В}.$$

Для построения векторной диаграммы рис. 16.2, б проводим вектор напряжения $\dot{U}_{\text{фн}}$ и под углом θ_n к нему вектор э. д. с. \dot{E}_0 .

Затем графически находим вектор падения напряжения на синхронном сопротивлении $jxI = \dot{U}_{\text{фн}} - \dot{E}_0$ и его модуль $|xI| = 5,2$ кВ.

Ток статора найдем из соотношения

$$I_{\text{н}} = \frac{|xI|}{x} = \frac{5,2 \cdot 10^3}{42} = 124 \text{ А.}$$

Вектор тока $I_{\text{н}}$ направлен перпендикулярно вектору jxI .

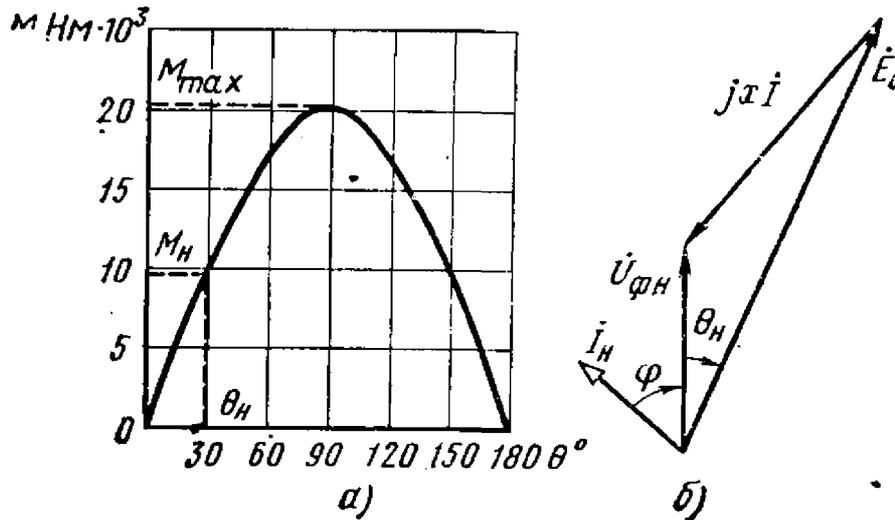


Рис. 16.2

16.3. Трехфазный турбодвигатель нагружен постоянным моментом, равным номинальному. В первоначальном режиме ток возбуждения машины был равен $1,4 I'_{\text{в0}}$ (при $I_{\text{в}} = I_{\text{в0}}$ э. д. с. $E_0 = U_{\text{фн}}$); затем он возрос, и коэффициент мощности стал равным 0,9 при опережающем токе статора. Номинальные данные двигателя; $P_{\text{н}} = 4000$ кВт, $U_{\text{н}} = 6$ кВ, $I_{\text{н}} = 443$ А, $2p = 2$, $x = 9,75$ Ом, $\frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{н}}} = 2,2$.

Построить угловые характеристики и векторные диаграммы для обоих режимов возбуждения. Отметить на характеристиках рабочие точки.

Решение. Электромагнитный момент двигателя при номинальной нагрузке

$$M_{\text{н}} = \frac{P_{\text{н}}}{\Omega} = \frac{P_{\text{н}}}{2\pi \cdot \frac{f}{p}} = \frac{4000}{2\pi \cdot \frac{50}{1}} = 12,7 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Угол рассогласования определим из уравнения угловой характеристики

$$\sin \theta = \frac{M_{\text{н}}}{M_{\text{max}}} = \frac{M_{\text{н}} \Omega x}{3U_{\text{фн}} E_0}.$$

В случае линейности характеристики намагничивания машины э. д. с. E_0 пропорциональна току возбуждения; при $I_{\text{в}} = 1,4 I_{\text{в0}}$ э. д. с. $E_0 = 1,4 U_{\text{фн}} = 1,4 \cdot 3,46 = 4,85$ кВ.

Следовательно, в первом режиме возбуждения

$$M_{1\max} = \frac{3E_0 U_{\phi}}{\Omega x} = \frac{3 \cdot 4,85 \cdot 10^3 \cdot 3,46 \cdot 10^3}{314 \cdot 9,75} = 16,5 \cdot 10^2 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\sin \theta_1 = \frac{M_{\text{н}}}{M_{\max}} = \frac{12,7 \cdot 10^3}{16,5 \cdot 10^2} = 0,77; \theta_1 = 50^\circ.$$

Угловая характеристика для этого режима построена на рис. 16.3, а (кривая 1); на ней отмечена рабочая точка, соответствующая заданному моменту нагрузки на валу.

Векторная диаграмма строится в следующем порядке. Сначала проводят векторы $\dot{U}_{\phi\text{н}}$ и \dot{E}_0 , для которых известны модули и угол

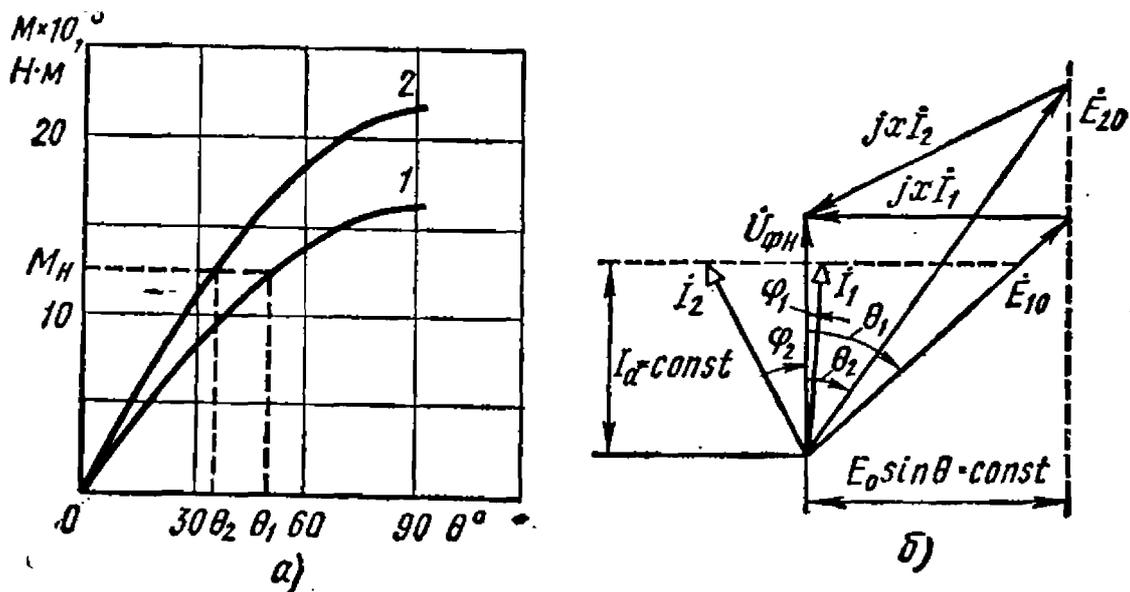


Рис. 16.3

сдвига фаз (рис. 16.3, б). Затем определяют положение векторов падения напряжения jxI и тока I . Графический расчет дает величину тока $I_1 = 366 \text{ А}$, а коэффициент мощности $\cos \varphi_1 \approx 1$.

Во втором режиме возбуждения $\cos \varphi_2 = 0,9$ (емк.). При неизменном моменте сопротивления активная мощность, потребляемая двигателем из сети, также постоянна и равна $P = P_{\text{н}} = 4000 \text{ кВт}$. Поэтому сохраняется неизменной активная составляющая тока статора

$$I_1 \cos \varphi_1 = I_2 \cos \varphi_2 = \frac{P_{\text{н}}}{\sqrt{3} U_{\text{н}}}.$$

Следовательно, ток

$$I_2 = \frac{P_{\text{н}}}{\sqrt{3} U_{\text{н}} \cos \varphi_2} = \frac{4000}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 0,9} = 426 \text{ А}.$$

Построение векторной диаграммы для второго режима начинают с векторов $\dot{U}_{\phi\text{н}}$ и \dot{I}_2 . Затем проводят вектор jxI_2 перпендикулярно вектору тока \dot{I}_2 и графически определяют величину э. д. с. $E_{20} = 6,33 \text{ кВ}$. Угол θ_2 можно найти по векторной диаграмме из условия $E_{10} \sin \theta_1 = E_{20} \sin \theta_2$ или аналитически, используя угловую характеристику двигателя; $\theta = 36^\circ$.

Величина $\cos \varphi$ определяется проекцией отрезка O_1a на горизонтальную прямую.

16.5. В цехе завода установлены асинхронные двигатели, средняя мощность и $\cos \varphi$ которых указаны в табл. 16.1.

Таблица 16.1

№ п/п	Число двигателей	Средняя потребляемая мощность одного двигателя, кВт	$\cos \varphi$
1	20	0,95	0,76
2	24	0,82	0,45
3	32	0,15	0,48
4	8	4,0	0,75
5	20	0,6	0,68
6	12	0,59	0,58
7	7	4,85	0,77

Проектируется установка еще одного электрического привода, для которого предполагается использовать синхронный двигатель со следующими номинальными данными: $P_n = 160$ кВт, $U_n = 380$ В, $n_n = 1000$ об/мин, $\cos \varphi_n = 0,8$ (емк.).

Определить коэффициент мощности и ток нагрузки до и после установки синхронного двигателя (двигатель будет нагружен полностью).

Решение. Определим активную и реактивную мощности нагрузки асинхронных двигателей (табл. 16.2).

Таблица 16.2

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	Суммарная мощность
P , кВт	19	19,7	14,4	32	12	7,1	19,4	$P_1 = 124$ кВт
Q , квар	16,2	38,8	26,0	28,4	13	10	16,1	$Q_1 = 149$ квар

Мощности синхронного двигателя $P_n = 160$ кВт и $Q_n = 160 \times 0,75 = 120$ квар.

Суммарная мощность всей нагрузки после установки синхронного двигателя $P_2 = 124 + 160 = 284$ кВт, $Q_2 = 149 - 120 = 29$ квар.

Коэффициент мощности нагрузки:

до установки синхронного двигателя

$$\cos \varphi_1 = \frac{124}{\sqrt{124^2 + 149^2}} = 0,66,$$

после установки синхронного двигателя

$$\cos \varphi_2 = \frac{284}{\sqrt{284^2 + 29^2}} = 0,995$$

Ток нагрузки:
до установки синхронного двигателя

$$I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3}U_n} = \frac{\sqrt{124^2 + 149^2}}{\sqrt{3} \cdot 380} = 294 \text{ А,}$$

после установки синхронного двигателя

$$I_2 = \frac{\sqrt{284^2 + 29^2}}{\sqrt{3} \cdot 380} = 432 \text{ А.}$$

Таким образом, при увеличении активной мощности нагрузки в $284/124 = 2,3$ раза ток нагрузки увеличился лишь в 1,47 раза.

16.6. Для турбодвигателя построить семейство угловых характеристик, соответствующих трем токам возбуждения:

$$I_B = I_{B0}, I_B = 1,3I_{B0} \text{ и } I_B = 1,6I_{B0}.$$

Отметить на них рабочие точки $M = M_n$, затем по ним провести U-образную характеристику двигателя и указать на ней точку предела статической устойчивости ($\theta = 90^\circ$). Расчет выполнить графически путем построения векторных диаграмм. Номинальные данные двигателя: $P_n = 2500$ кВт, $U_n = 6$ кВ, $\cos \varphi_n = 0,9$, $n_n = 3000$ об/мин, $x = 9,5$ Ом.

Решение. Максимальный момент

$$M_{\max} = \frac{3E_0 U_{\text{фн}}}{\Omega x}.$$

Угловая скорость остается неизменной:

$$\Omega = 2\pi \frac{n}{60} = 2\pi \frac{3000}{60} = 314 \text{ рад/с.}$$

При условии линейности характеристики намагничивания машины э. д. с. E_0 пропорциональна току возбуждения:

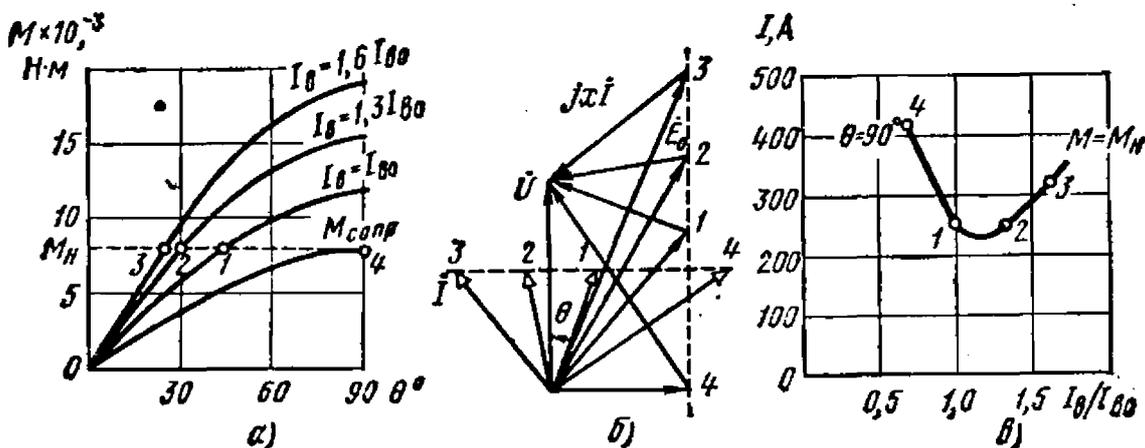


Рис. 16.6

при $I_B = I_{B0}$ э. д. с. $E_0 = U_{\text{фн}} = 3,46$ кВ;
 при $I_B = 1,3I_{B0}$ э. д. с. $E_0 = 1,3U_{\text{фн}} = 4,35$ кВ;
 при $I_B = 1,6I_{B0}$ э. д. с. $E_0 = 1,6U_{\text{фн}} = 5,55$ кВ.

По найденным значениям Ω и E_0 подсчитываем соответствующие величины момента $M_{\max} = 12; 15,6$ и $19,2 \cdot 10^3$ Н·м.

Угловые характеристики с этими значениями M_{\max} построены на рис. 16.6, а. Номинальный момент двигателя определим по номинальной мощности

$$M_H = \frac{P_H}{\Omega} = \frac{2500 \cdot 10^3}{314} = 8 \cdot 10^3 \text{ Н·м.}$$

При заданных режимах возбуждения ему соответствуют углы расоогласования $\theta = 41,5^\circ; 31^\circ; 25^\circ$, рассчитанные по формуле

$$\sin \theta = M_H / M_{\max}.$$

Для построения U-образной характеристики $I \left(\frac{I_B}{I_{B0}} \right)$ по найденным значениям E_0 и θ определяют ток статора, пользуясь векторными диаграммами рис. 16.6, б.

Результаты графического расчета сведены в табл. 16.3, по которой даны точки 1, 2 и 3 на рис. 16.6, в.

Таблица 16.3

I_B / I_{B0}	1	1,3	1,6
$I, \text{ А}$	258	248	316

Предел статической устойчивости соответствует углу $\theta = 90^\circ$, когда

$$M_H = M_{\max} = \frac{3U_{\Phi H} E_0}{\Omega x}.$$

Отсюда

$$E_0 = \frac{M_H \Omega x}{\sqrt{3} U_{\Phi H}} = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 314 \cdot 9,5}{\sqrt{3} \cdot 3,46 \cdot 10^3} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ В.}$$

Этой э. д. с. соответствует ток возбуждения

$$I_B = I_{B0} \frac{E_0}{U_{\Phi H}} = I_{B0} \frac{2,3}{3,46} = 0,665 I_{B0}.$$

По векторной диаграмме находим ток $I = 430$ А и отмечаем точку 4 U-образной характеристики.

16.7. На рис. 16.7 изображены U-образные характеристики синхронного двигателя, построенные в относительных единицах, $I_* = I / I_H$ и $I_{B*} = I_B / I_{B0}$.

С помощью этих характеристик определить коэффициент мощности двигателя при $M = 0,6 M_H$ и $M = M_H$, когда ток возбуждения $I_{B*} = 2$.

Решение. Коэффициент мощности равен отношению активной составляющей тока к полному току статора: $\cos \varphi = I_a / I = I_{a*} / I_*$.

Точка минимума U-образной характеристики определяет активную составляющую тока, так как в этом режиме $\cos \varphi = 1$ и $I_* = I_{a*}$.

При неизменной нагрузке на валу $P = \sqrt{3} U_n I_a = \text{const}$ и $I_{a*} = \text{const}$ для любого режима возбуждения.

При $P = P_n = M_n \Omega$ (точка A) ток $I_{a*} = 0,9$; $I_* = 0,93$, следовательно, $\cos \varphi = 0,9/0,93 = 0,965$.

При $P = 0,6 P_n = 0,6 M_n \Omega$ (точка B) ток $I_{a*} = 0,58$; $I_* = 0,78$; $\cos \varphi = 0,745$.

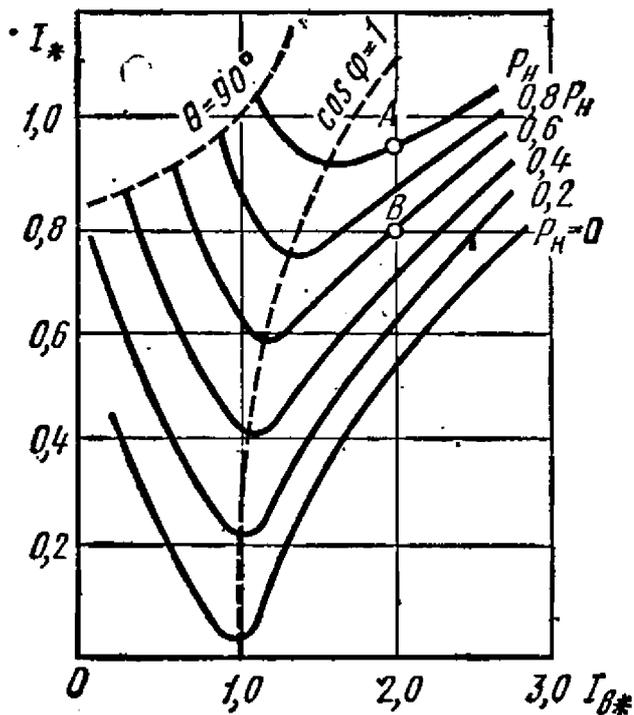


Рис. 16.7

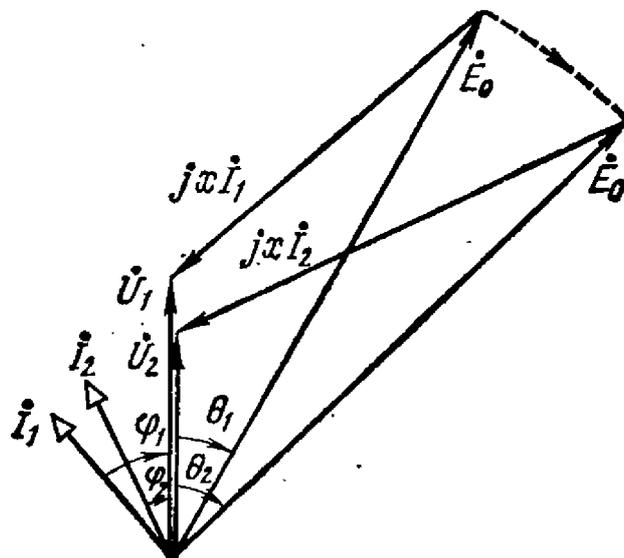


Рис. 16.8

16.8. Как изменится режим работы (угол θ , скорость вращения, ток статора) шестиполюсного двигателя мощностью 2700 кВт, если напряжение питающей сети снизится на 25% по отношению к номинальному напряжению $U_n = 6$ кВ? Двигатель при номинальном возбуждении нагружен номинальным моментом сопротивления. Синхронное сопротивление двигателя $x = 16$ Ом.

Номинальные коэффициент мощности $\cos \varphi_n = 0,8$ и к. п. д. $\eta_n = 0,96$.

Решение. а. При номинальном напряжении $U_n = 6$ кВ.

Мощность энергии, потребляемой из сети,

$$P = \frac{P_n}{\eta_n} = \frac{2700}{0,96} = 2810 \text{ кВт.}$$

Ток двигателя

$$I_1 = \frac{P}{\sqrt{3} U_n \cos \varphi_n} = \frac{2810}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 0,8} = 338 \text{ А.}$$

Угол рассогласования θ_1 , найденный по векторной диаграмме рис. 16.8, равен 33° , э. д. с. $E_0 = 8$ кВ.

6. При напряжении $U = 4,5$ кВ.

Частота вращения останется без изменения ($n = 1000$ об/мин). Сохранится прежней и э. д. с. E_0 , так как она определяется постоянным током возбуждения. Фазное напряжение двигателя в новом режиме $U_{\phi} = 4,5 \cdot \sqrt{3} = 7,8$ кВ.

При неизменном моменте сопротивления на валу активная мощность двигателя сохранит свое значение $P = 2810$ кВт. Однако угол рассогласования увеличится:

$$\sin \theta_2 = \frac{Px}{3U_{\phi}E_0} = \frac{2810 \cdot 10^3 \cdot 16}{3 \cdot 7,8 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^3} = 0,723; \theta_2 = 46^\circ.$$

Изменяется величина и фаза тока (рис. 16,8): $I_2 = 403$ А, $\varphi_2 = 27^\circ$.

Следовательно, при снижении напряжения на 25% скорость останется прежней, а угол рассогласования и ток статора возрастут.

16.9. Что произойдет с полностью нагруженным двигателем при обрыве цепи возбуждения ротора?

Ответ. При исчезновении тока возбуждения электромагнитный момент двигателя станет равным нулю. Под действием тормозящего момента нагрузки двигатель остановится.

16.10. Найти ток, коэффициент мощности, активную и реактивную мощности турбогенератора типа Т2-100-2 при токе возбуждения $I_B = 500$ А, когда момент на валу $M = 150\,000$ Н·м. При расчете использовать векторную диаграмму. Паспортные данные генератора: $P_n = 100\,000$ кВт, $U_n = 15,75$ кВ, $x = 3,1$ Ом, $\cos \varphi_n = 0,9$; ток возбуждения в режиме холостого хода при $E_0 = U_{\phi n}$ равен $I_{B0} = 294$ А.

Решение. Фазная э. д. с. E_0 в заданном режиме определяется из условия пропорциональной зависимости ее от тока возбуждения:

$$E_0 / U_{\phi n} = I_B / I_{B0},$$

откуда

$$E_0 = \frac{U_n}{\sqrt{3}} \cdot \frac{I_B}{I_{B0}} = \frac{15,75}{\sqrt{3}} \cdot \frac{500}{294} = 15,4 \text{ кВ.}$$

Угол рассогласования θ определим из уравнения угловой характеристики:

$$\sin \theta = \frac{M \Omega x}{3U_{\phi n} E_0} = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 314 \cdot 3,1}{3 \cdot 9,1 \cdot 10^3 \cdot 15,4 \cdot 10^3} = 0,348;$$

$$\theta = 19^\circ 15'.$$

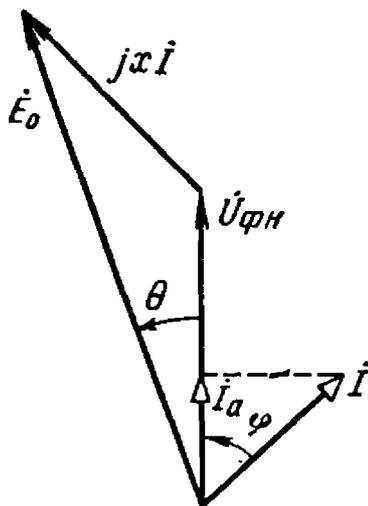


Рис. 16.10

Зная величины E_0 , $U_{\phi n}$ и θ , можно построить в масштабе векторную диаграмму генератора (рис. 16.10) и определить по ней падение напряжения $xI = 7,5$ кВ и ток статора $I = \frac{|jxI|}{x} = \frac{7,5}{3,1} = 2,42$ кА.

По мощности находим активную составляющую тока и коэффициент мощности:

$$P = \Omega M = 314 \cdot 150 \cdot 10^3 = 47,2 \text{ МВт},$$

$$I_a = P/3U_{\text{фн}} = \frac{47,2 \cdot 10^6}{3 \cdot 9,1 \cdot 10^3} = 1,73 \text{ кА},$$

$$\cos \varphi = I_a/I = \frac{1,73 \cdot 10^3}{2,42 \cdot 10^3} = 0,716.$$

Реактивная мощность

$$Q = 3U_{\text{фн}}I \sin \varphi = 3 \cdot 9,1 \cdot 2,42 \cdot 0,7 = 46,2 \text{ Мвар}.$$

16.11. Найти максимальную активную мощность трехфазного турбогенератора типа Т2-0,5-2, соответствующую пределу статической устойчивости. Номинальное напряжение генератора 400 В, номинальная мощность 500 кВт, ток возбуждения генератора установлен таким, что э. д. с. $E_0 = 1,2U_{\text{фн}}$. Синхронное сопротивление машины $x = 0,38 \text{ Ом}$, синхронная частота вращения 3000 об/мин.

Может ли машина при таком возбуждении отдавать в сеть номинальную активную мощность?

Ответ. Предел статической устойчивости $P_m = 505 \text{ кВт}$. При заданном возбуждении машину нельзя нагружать до номинальной мощности $P_n = 500 \text{ кВт}$, так как угол рассогласования θ будет равен 90° и устойчивая параллельная работа генератора с сетью невозможна.

16.12. Как нужно изменять вращающий момент и ток возбуждения генератора, чтобы при увеличении активной мощности генератора его коэффициент мощности был неизменным? Построить годографы векторов э. д. с. \dot{E}_0 и тока \dot{I} при $\cos \varphi = 0,8$.

Ответ. На рис. 16.12 построены векторные диаграммы генератора для нескольких режимов и показаны годографы векторов \dot{E}_0 и \dot{I} .

Увеличение вращающего момента турбины сопровождается ростом угла рассогласования θ . Для сохранения неизменного коэффициента мощности $\cos \varphi$ необходимо одновременно увеличивать э. д. с. E_0 , т. е. ток возбуждения ротора.

16.13. Как изменится режим работы гидрогенератора, если упадет давление в напорном трубопроводе турбины, вследствие чего уменьшится ее вращающий момент? Изменение режима указать на U-образных и угловой характеристиках. Построить соответствующие векторные диаграммы.

Ответ. При уменьшении момента первичного двигателя от M_1 до M_2 ротор генератора начнет тормозиться, так как противодей-

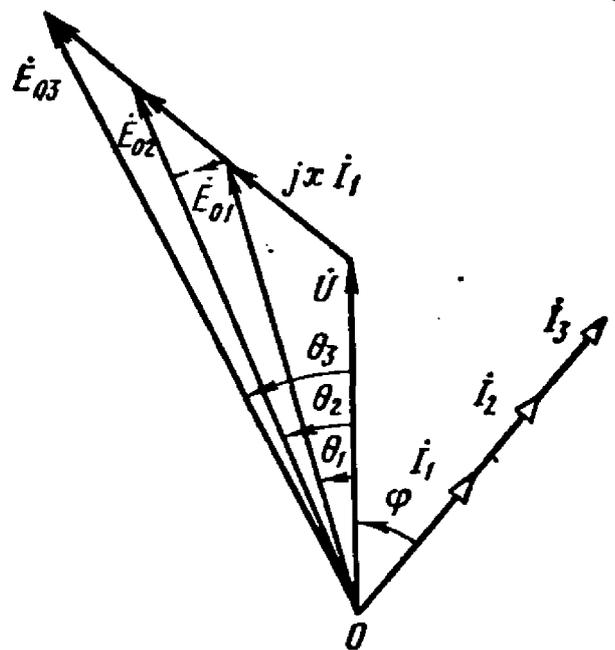


Рис. 16.12

ствующий электромагнитный момент станет больше вращающего. Угол рассогласования θ начнет уменьшаться: $\theta_2 < \theta_1$. Соответственно уменьшается и электромагнитный момент $M = \frac{3E_0U}{x\Omega} \sin \theta$ (рис. 16.13, б), так как ток возбуждения I_B и э. д. с. E_0 остаются неизменными.

Переход из первого режима (точка 1, рис. 16.13, а) во второй (точка 2) на U-образных и угловой характеристиках показан стрелками, а на векторной диаграмме рис. 16.13, в — поворотом вектора \dot{E}_0 на угол $\theta_1 = \theta_2$. Из диаграммы видно, что $xI_2 < xI_1$, следовательно, $I_2 < I_1$. Одновременно уменьшаются активная составляющая тока статора ($\varphi_2 > \varphi_1$, $I_{2a} < I_{1a}$, $\cos \varphi_2 < \cos \varphi_1$) и активная мощность генератора.

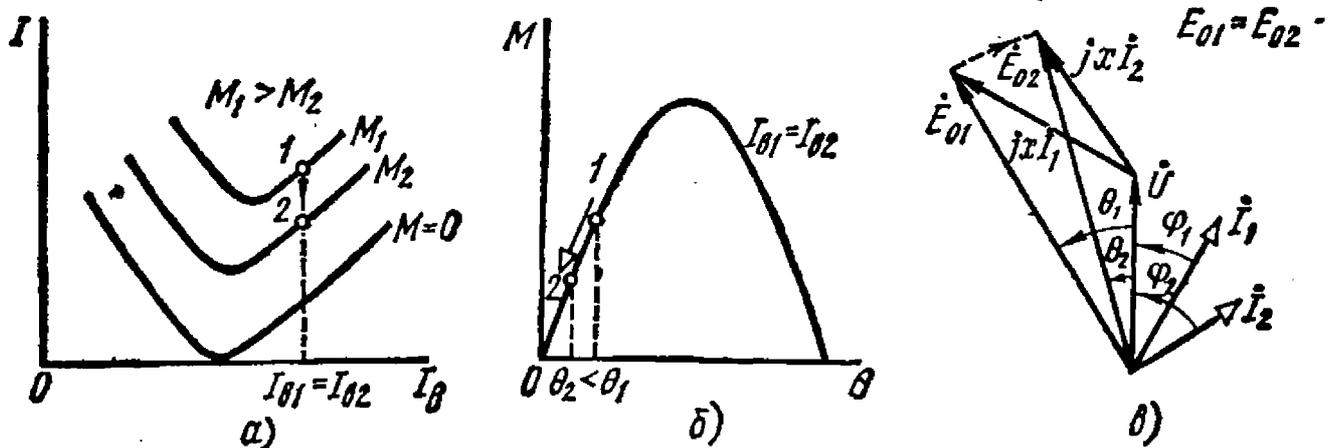


Рис. 16.13

16.14. Гидрогенератор имеет следующие паспортные данные: $S_n = 2000$ кВА, $U_n = 6300$ В, $\cos \varphi_n = 0,75$, $x = 10$ Ом, $I_{B0} = 120$ А, $2p = 40$.

Построить U-образную характеристику генератора при $P = 0,5 P_n$. Отметить на ней рабочий участок, приняв наибольший ток возбуждения $I_{B1} = 1,6 I_{B0}$; наименьший допустимый ток I_{B3} соответствует углу рассогласования $\theta_3 = 18^\circ$. Построить векторные диаграммы для наименьших значений $\cos \varphi$ (при индуктивной и емкостной нагрузках), а также для $\cos \varphi = 1$. Потерями в генераторе пренебречь.

Решение. а. Режим наименьшего возбуждения.

Наименьший ток возбуждения соответствует точке 3 на рис. 16.14, а и определяется углом рассогласования $\theta_3 = 18^\circ$. Подсчитаем значение этого тока.

При заданной мощности $P = 0,5 P_n$ величина э. д. с.

$$E_0 \sin \theta = \frac{Px}{3U_{\varphi n}} = \frac{0,75 \cdot 10^6 \cdot 10}{3 \cdot 3640} = 686 \text{ В}$$

остается постоянной при любом токе возбуждения.

При минимально допустимом токе I_{B3} , когда $\theta_3 = 18^\circ$,

$$E_{03} = \frac{686}{\sin 18^\circ} = 2220 \text{ В.}$$

Этой э. д. с. соответствует ток возбуждения

$$I_{в3} = I_{в0} \frac{E_{03}}{U_{фн}} = 120 \cdot \frac{2220}{3640} = 74,5 \text{ А.}$$

На векторной диаграмме генератора (рис. 16.14, б) векторы \dot{E}_0 и U определяют положение и величину вектора jxI . Ток статора

$$I_3 = \frac{|xI_3|}{x} = \frac{1750}{10} = 175 \text{ А.}$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi_3 = \frac{0,5 P_H}{\sqrt{3} U_H I_3} = \frac{0,75 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6,3 \cdot 10^3 \cdot 175} = 0,393;$$

$$\varphi_3 = -66^\circ.$$

б. Режим активной нагрузки.

Определим координаты точки 2 U-образной кривой для режима $\cos \varphi = 1$, когда генератор нагружен только активной мощностью и ток статора имеет лишь активную составляющую $I_2 = I_{2a}$.

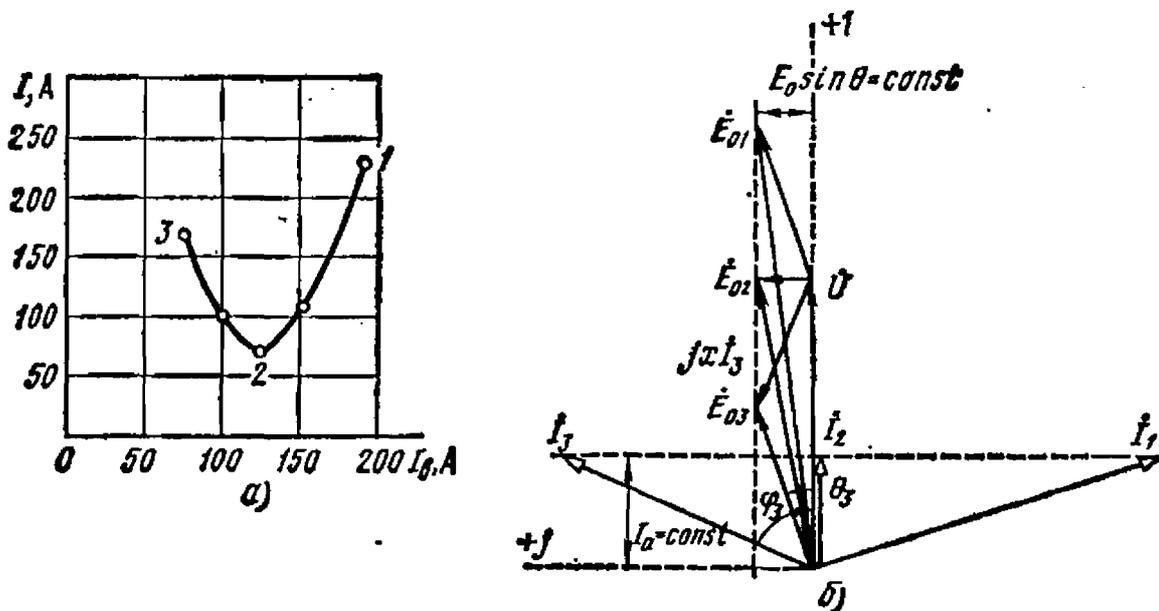


Рис. 16.14

В соответствии с векторной диаграммой для этого режима (рис. 16.14, б)

$$xI_2 \cos \varphi_2 = xI_{2a} = xI_2 = E_{02} \sin \theta_2 = 686 \text{ В.}$$

Поэтому ток статора

$$I_2 = 686/10 = 68,6 \text{ А.}$$

Э. д. с. E_{02} и угол θ_2 можно найти из треугольника напряжений;

$$E_{02} = \sqrt{(xI)^2 + U^2} = \sqrt{686^2 + 3640^2} = 3710 \text{ В,}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{686}{3710}; \quad \theta_2 = 10^\circ 30'.$$

Ток возбуждения

$$I_{в2} = I_{в0} \frac{E_{02}}{U} = 120 \cdot \frac{3710}{3640} = 122 \text{ А.}$$

в. Режим наибольшего возбуждения.

Для наибольшего тока возбуждения (точка 1 на рис. 16.14, а)
 $I_{в1} = 1,6 I_{в0} = 192 \text{ А.}$

Э. д. с.

$$E_{01} = U_{\text{фн}} \frac{I_{в1}}{I_{в0}} = 3640 \cdot \frac{192}{120} = 5820 \text{ В.}$$

Так как $E_0 \sin \theta = 686 \text{ В} = \text{const}$, то

$$\sin \theta_1 = \frac{686}{E_{01}} = \frac{686}{5820} = 0,118; \quad \theta_1 = 7^\circ.$$

Ток статора I_1 легко найти графически по векторной диаграмме рис. 16.14, б.

Для построения U-образной характеристики целесообразно выбрать еще два значения тока возбуждения: 100 и 150 А. Результаты расчета сведены в табл. 16.4.

Таблица 16.4

$I_{в}, \text{ А}$	74,5	100	122	150	192
$E_0, \text{ В}$	2220	3030	3700	4550	5820
$\theta, \text{ град}$	18	13	10,5	8,5	6,5
$I, \text{ А}$	157	98,8	68,6	110	232

16.15. Для турбогенератора типа Т2-30-2 с паспортными данными $U_n = 10,5 \text{ кВ}$, $P_n = 30 \cdot 10^3 \text{ кВт}$, $x = 9,35 \text{ Ом}$, $I_{в0} = 152 \text{ А}$ построить U-образную характеристику при активной нагрузке $P = 0,2P_n$ и изменении тока возбуждения в таких пределах, при которых коэффициент мощности изменяется от $\cos \varphi = 0,5$ (емк.) до $\cos \varphi = 0,5$ (инд.).

Отвѣт. Результаты графоаналитического расчета с помощью векторной диаграммы приведены в табл. 16.5.

Таблица 16.5

$\cos \varphi$	0,5 (емк.)	0,866 (емк.)	1	0,866 (инд.)	0,5 (инд.)
$I, \text{ кА}$	0,66	0,38	0,33	0,38	0,66
$E_0, \text{ кВ}$	3,2	5,3	6,8	8,4	11,8
$I_{в}, \text{ А}$	79	132	170	212	296

16.16. Что произойдет с нагруженным генератором при внезапном отключении его от электроэнергетической системы?

Ответ. При отключении генератора от системы исчезает магнитное поле статорной обмотки и вместе с ним противодействующий электромагнитный момент. Под действием момента турбины ротор начнет ускоряться. Когда скорость ротора достигнет значения, определяемого уставкой регулятора турбины, исполнительный орган регулирующей системы прекратит доступ пара или воды к турбине. Вращающий момент турбины станет равен нулю, и скорость ротора будет постепенно снижаться.

16.17. Трехфазный генератор типа ТВ-50-2, развивающий активную мощность $P = 35 \cdot 10^3$ кВт, подключен к шинам станции с напряжением $U_n = 10,5$ кВ. Синхронное сопротивление машины $x = 3,2$ Ом, синхронная частота вращения 3000 об/мин. Изменением тока возбуждения коэффициент мощности установлен сначала равным единице, а затем 0,7 при индуктивном характере тока статора.

Построить угловые характеристики и отметить на них точки, соответствующие заданным режимам. Построить векторные диа-

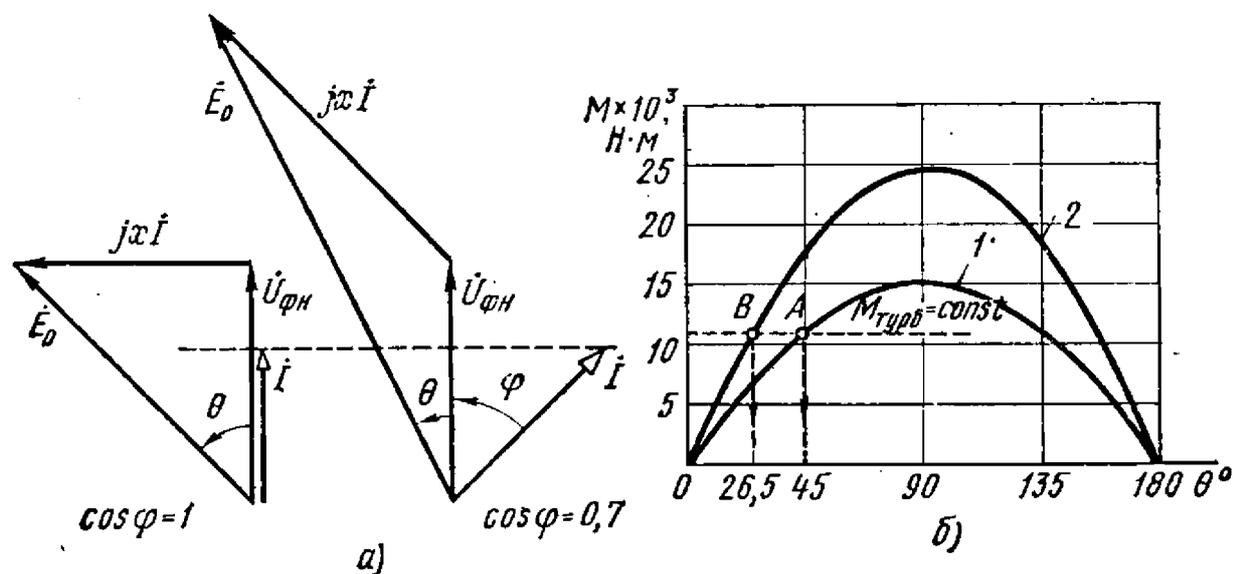


Рис. 16.17

граммы генератора. Определить реактивную мощность, отдаваемую машиной в сеть.

Решение. 1-й режим. При $\cos \varphi = 1$ векторы $\dot{U}_{\phi n}$ и jxI будут взаимно перпендикулярными, поэтому

$$E_0 = \sqrt{U_{\phi n}^2 + (xI)^2} = \sqrt{6,06^2 + (1,92 \cdot 3,2)^2} = 8,63 \text{ кВ,}$$

$$\sin \theta = \frac{xI}{E_0} = \frac{1,92 \cdot 3,2}{8,63} = 0,711; \quad \theta = 45^\circ,$$

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} U_n \cos \varphi} = \frac{35}{\sqrt{3} \cdot 10,5 \cdot 1} = 1,92 \text{ А.}$$

Векторная диаграмма построена на рис. 16.17, а.

Максимальный электромагнитный момент

$$M_{\max} = \frac{3E_0 U_{\phi n}}{x\Omega} = \frac{3 \cdot 8,63 \cdot 10^3 \cdot 6,06 \cdot 10^3}{3,2 \cdot 314} = 153 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 15,6 \cdot 10^2 \text{ кГ} \cdot \text{м.}$$

По известной амплитуде строим угловую характеристику $M(\theta) = M_{\max} \sin \theta$ (кривая 1 на рис. 16.17, б) и отмечаем точку А, для которой $\theta = 45^\circ$.

Реактивная мощность при заданном $\cos \varphi = 1$ равна нулю ($Q = 0$).
2-й режим. При $\cos \varphi = 0,7$ (инд.) угол $\varphi = 45^\circ$ и ток

$$I = \frac{35}{\sqrt{3} \cdot 10,5 \cdot 0,7} = 2,74 \text{ кА.}$$

Построение диаграммы (рис. 16.17, а) начинаем с векторов напряжения $\dot{U}_{\text{фн}}$ и тока \dot{I} . Затем к вектору $\dot{U}_{\text{фн}}$ пристраиваем вектор падения напряжения $jx\dot{I}$ и находим э. д. с. $E_0 = 13,8$ кВ.

Угловую характеристику 2 для второго режима (рис. 16.17, б) строим по максимальному значению момента

$$M_{\max} = \frac{3E_0 U_{\text{фн}}}{x\Omega} = \frac{3 \cdot 13,8 \cdot 10^3 \cdot 6,06 \cdot 10^3}{3,2 \cdot 314} = 250 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Для определения рабочей точки (точка В) и угла θ воспользуемся соотношением

$$\sin \theta = \frac{M}{M_{\max}} = \frac{P}{\Omega M_{\max}} = \frac{35,16^6}{314 \cdot 250 \cdot 10^3} = 0,445; \quad \Omega = 26^\circ 30'.$$

Реактивная мощность

$$Q = 3U_{\text{фн}} I \sin \varphi = 3 \cdot 6,06 \cdot 2,74 \cdot 0,7 = 35,7 \text{ Мвар.}$$

Глава 17

ПРИНЦИПЫ ВЫБОРА ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ. АППАРАТУРА УПРАВЛЕНИЯ И ЗАЩИТЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

17.1. Для привода вентилятора, работающего в длительном режиме с постоянной нагрузкой, установлен двигатель типа А41-4 ($P_{\text{н}} = 1,7$ кВт, $U_{\text{фн}} = 127$ В). Механическая характеристика двигателя и кривая зависимости момента на валу вентилятора от скорости вращения показаны на рис. 17.1. С какой скоростью двигатель вращает вентилятор и какую мощность он при этом развивает?

Решение. Скорость вращения ротора двигателя определим графически путем нахождения точки пересечения механических характеристик двигателя и вентилятора (точка а на рис. 17.1). По координатам точки находим, что угловая скорость вращения ротора $\Omega = 151$ рад/с, а вращающий момент двигателя $M_a = 9,42$ Н·м. При этом двигатель развивает мощность $P = M\Omega = 9,42 \cdot 151 \cdot 10^{-3} = 1,42$ кВт. Эта мощность несколько меньше номинальной, однако ближайший по мощности двигатель имеет $P_{\text{н}} = 1$ кВт (см. данные каталога).

17.2. В решении задачи 17.1 найдена скорость, с которой двигатель вращает вентилятор в установившемся режиме.

Оценить время, необходимое для разгона электропривода, если известно, что момент инерции ротора $J_p = 0,0105 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, а момент инерции вентилятора ориентировочно составляет $0,7J_p$.

Решение. Воспользовавшись характеристиками двигателя и вентилятора, приведенными на рис. 17.1, можно найти величину динамического момента $M_{\text{дин}} = M - M_c$, благодаря которому происходит ускорение электропривода. От скорости $\Omega = 0$ до $\Omega = 151 \text{ рад/с}$. Его среднее значение примерно равно $17 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Для оценки времени разгона воспользуемся решением уравнения движения электропривода:

$$t_p = J \frac{\Omega_{\text{уст}} - \Omega_{\text{нач}}}{M - M_c},$$

где t_p — время разгона; J — суммарный момент инерции двигателя и механизма; $\Omega_{\text{уст}}$, $\Omega_{\text{нач}}$ — установившаяся и начальная скорости

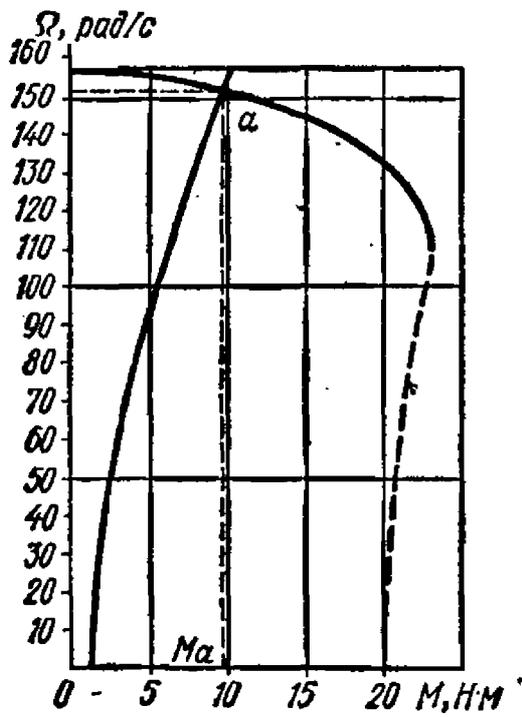


Рис. 17.1

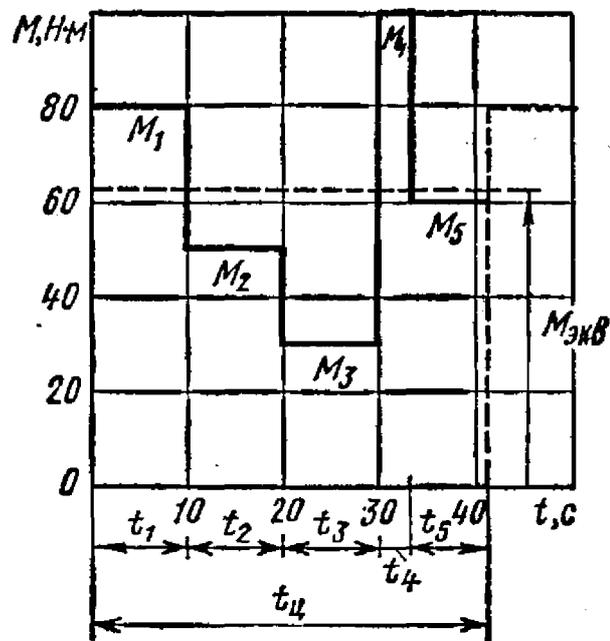


Рис. 17.3

вращения электропривода; M , M_c — момент, развиваемый двигателем, и момент статической нагрузки.

В данном случае

$$t_p = \frac{(0,0105 + 0,0105 \cdot 0,7) 151}{17} = 0,158 \text{ с.}$$

17.3. Определить мощность, необходимую для привода механизма, выбрать двигатель по каталогу и произвести проверку на перегрузочную способность.

График изменения момента механизма, приведенного к валу двигателя, изображен на рис. 17.3. Скорость вращения вала $\Omega \approx 300 \text{ рад/с}$. Двигатель должен быть установлен в сухом, не-

пыльном помещении, но с опасностью попадания мелких предметов внутрь двигателя.

Решение. При определении мощности двигателя для длительной работы с переменной нагрузкой можно воспользоваться методом эквивалентного момента

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + M_3^2 t_3 + M_4^2 t_4 + M_5^2 t_5}{t_{\text{ц}}}},$$

где M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 — моменты нагрузки двигателя соответствующих участков нагрузочной диаграммы, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 — время работы с заданными моментами; $t_{\text{ц}} = \sum t$ — время цикла.

В данном случае

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{80^2 \cdot 10 + 50^2 \cdot 10 + 30^2 \cdot 10 + 100^2 \cdot 3 + 60^2 \cdot 8}{10 + 10 + 10 + 3 + 8}} = 61,9 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Расчетная мощность двигателя $P = M\Omega = 61,9 \cdot 300 \cdot 10^{-3} = 18,57$ кВт. Так как двигатель должен быть установлен в сухом, непыльном помещении, то выбираем двигатель в исполнении, защищенном от попадания внутрь мелких предметов. Этому соответствует тип А62-2, $P_n = 20$ кВт, $\Omega_n = 306$ рад/с ($n = 2920$ об/мин), $M_{\text{max}}/M_n = 2,7$.

Номинальный момент двигателя, предполагаемого для установки в качестве приводного,

$$M_n = \frac{P_n \cdot 10^3}{\Omega_n} = 65,5 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Максимальный момент

$$M_{\text{max}} = 2,7 M_n = 2,7 \cdot 65,5 = 176,5 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

При проверке по перегрузочной способности должно удовлетворяться условие

$$M_{\text{наиб}} < 0,85 M_{\text{max}},$$

где $M_{\text{наиб}}$ — наибольший момент на одном из участков графика изменения момента; M_{max} — максимальный момент двигателя; 0,85 — коэффициент, учитывающий возможное снижение напряжения.

Согласно рис. 17.3, $M_{\text{наиб}} = M_4 = 100$ Н·м и $0,85 M_{\text{max}} = 150$ Н·м, т. е. заданные условия выполняются.

17.4. Электропривод с установленным двигателем А62-2 пускается вхолостую с моментом нагрузки M_c , равным моменту холостого хода $M_0 = 0,4 M_n$. При этом он разгоняется до скорости $\Omega = 305$ рад/с.

Оценить время разгона, если дополнительно к данным, известным из решения задачи 27.3, известно, что пусковой момент двигателя $M_n = 1,3 M_n$, а суммарный момент инерции электропривода, приведенный к валу двигателя, $J = 0,125$ кг·м².

Решение. За величину среднего значения момента $M_{\text{ср}}$ асинхронного двигателя в режиме пуска с известными допущениями

можно принять

$$M_{\text{ср}} = \frac{M_{\text{max}} + M_{\text{п}}}{2},$$

где M_{max} — максимальный момент.

В данном случае

$$M_{\text{ср}} = \frac{176,5 + 1,3 \cdot 66,5}{2} = 131,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Тогда время разгона будет

$$t_p = J \frac{\Omega}{M_{\text{ср}} - M_0} = 0,125 \frac{305}{131,5 - 26,6} = 0,364 \text{ с}.$$

17.5. По условиям нагрева определить мощность и выбрать трехфазный асинхронный короткозамкнутый двигатель для привода станка, работающего в режиме, заданном графиком мощности (рис. 17.5).

Скорость вращения вала двигателя должна быть близкой к 102 рад/с, напряжение сети 220 В при частоте 50 Гц.

Указание. Для определения мощности двигателя необходимо найти ее среднеквадратичное значение по формуле

$$P = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + P_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_0}}.$$

Ответ. $P_n = 7$ кВт, А61-6, $\Omega = 101,6$ рад/с ($n = 970$ об/мин)

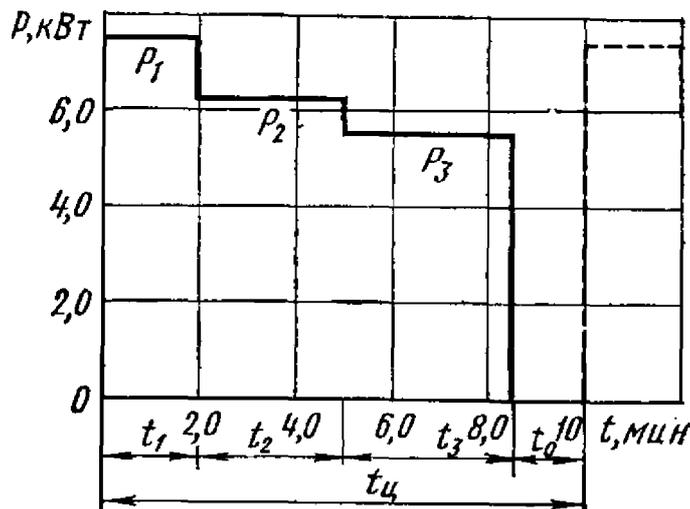


Рис. 17.5

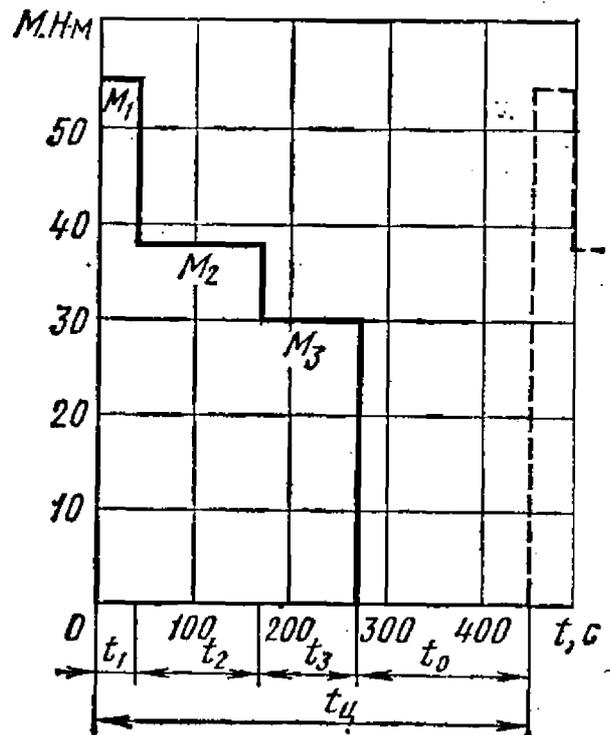


Рис. 17.6

17.6. Определить мощность и выбрать по каталогу двигатель для привода механизма, имеющего цикловой график момента нагрузки, приведенный на рис. 17.6.

Ориентировочная скорость вращения ротора двигателя $\Omega = 98,5$ рад/с, а ее изменения, связанные с колебаниями момента нагрузки, считать незначительными.

Решение. Как видно из графика момента нагрузки, двигатель работает в повторно-кратковременном режиме с

$$ПВ = \frac{\sum t_p}{\sum t_p + \sum t_0} = \frac{\sum t_p}{t_{\Sigma}}$$

Для определения мощности двигателя воспользуемся методом среднеквадратичного момента

$$M = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + M_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + \alpha t_0}}$$

Здесь M_k, t_k — моменты и время соответствующего участка графика нагрузки; t_0 — время паузы между рабочими периодами; $\alpha = 0,25 - 0,5$ — коэффициент, учитывающий ухудшение теплоотдачи двигателя во время паузы.

Для рассматриваемого случая

$$ПВ = \frac{40 + 130 + 100}{40 + 130 + 100 + 180} = \frac{270}{450} \cdot 100\% = 60\%,$$

$$M = \sqrt{\frac{55^2 \cdot 40 + 38^2 \cdot 130 + 30^2 \cdot 100}{40 + 130 + 100 + 0,5 \cdot 180}} = 33,25 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Среднеквадратичная мощность

$$P = M\Omega \cdot 10^{-3} = 3,28 \text{ кВт}.$$

По каталогу для нормированной продолжительности включения $ПВ = 60\%$ выбираем двигатель типа МТК21-6, $P_n = 3,5$ кВт, $n = 938$ об/мин; $\Omega = 98,3$ рад/с.

17.7. Крановый электродвигатель МТ-42-8 работает по графику с эквивалентной мощностью 14,5 кВт при продолжительности включения $ПВ_1 = 20\%$.

Можно ли использовать электродвигатель для работы по другим графикам нагрузки с той же эквивалентной мощностью, но с $ПВ = 25$ и 35% ?

Решение. Пересчет мощности двигателя можно произвести на основании равенства

$$\sqrt{P_n^2 ПВ_n} = \sqrt{P_{\text{зад}}^2 ПВ_{\text{зад}}}$$

или

$$P_n = P_{\text{эkv}} \sqrt{\frac{ПВ_{\text{зад}}}{ПВ_n}},$$

где P_n — номинальная мощность двигателя при нормированной продолжительности включения $ПВ_n$; $P_{\text{эkv}}$ — эквивалентная мощность двигателя, определяемая графиком нагрузки при заданной продолжительности включения $ПВ_{\text{зад}}$.

По данным каталога, для двигателя МТ-42-8 $P_n = 16$ кВт при $ПВ_n = 25\%$.

Следовательно, рассматриваемый двигатель сможет работать с той же эквивалентной мощностью и $PВ_1 = 25\%$.

При $PВ_2 = 35\%$

$$P = P_{\text{эkv}} \sqrt{\frac{35}{25}} = 14,5 \sqrt{1,4} = 14,5 \cdot 1,18 = 17,2 \text{ кВт.}$$

В этом случае $P > P_n$, т. е. двигатель не может работать, не перегреваясь.

17.8. Для двигателя задачи 17.7 определить эквивалентную мощность, при которой он сможет работать, не перегреваясь с $PВ = 35\%$.

Отвѣт. $P_{35} = 13,5$ кВт.

17.9. Трехфазный асинхронный двигатель типа АП-71-4 [$P_n = 20$ кВт, $\Omega = 152$ рад/с ($n = 1450$ об/мин), $M_{\text{max}}/M_n = 2,2$, постоянная нагрева $T_n = 50$ мин], предназначенный для продолжительного режима работы, предполагается использовать для кратковременных режимов работы. Какое время сможет работать такой двигатель, не перегреваясь, при максимально допустимой перегрузке его по моменту? При расчетах коэффициентом потерь пренебречь.

Решение. Коэффициент механической перегрузки $p_m = M_k/M_n$, где M_k — допустимый по условиям нагрева момент при кратковременной нагрузке, M_n — номинальный момент. Максимальная допустимая перегрузка асинхронного двигателя по моменту составляет $0,85M_{\text{max}}$. Тогда коэффициент механической перегрузки будет $p_m = \frac{0,85 \cdot 2,2M_n}{M_n} = 1,87$.

Для того чтобы найти время t_k , которое сможет проработать двигатель, не перегреваясь выше допустимого значения, необходимо определить коэффициент термической перегрузки p_T .

Исходя из того, что за время t_k превышение температуры двигателя $\tau'_{\text{уст}}$ должно быть равно $\tau_{\text{уст}}$ при продолжительном режиме работы с номинальным моментом, коэффициент термической перегрузки можно представить в виде

$$p = \frac{\tau'_{\text{уст}}}{\tau_{\text{уст}}} = \frac{1}{1 - e^{-t_k/T_n}},$$

а время

$$t_k = T_n \ln \frac{p_T}{p_T - 1}.$$

Без учета коэффициента потерь коэффициенты термической и механической перегрузок связаны соотношением $p_m = \sqrt{p_T}$ или $p_T = p_m^2$. В данном случае $p_T = 1,87^2 = 3,5$.

Тогда время $t_k = T_n \ln \frac{p_T}{p_T - 1} = 50 \ln \frac{3,5}{3,5 - 1} = 16,8$ мин.

17.10. За какое время температура двигателя задачи 17.9 достигнет допустимого установившегося значения, если момент нагрузки составит $1,2M_n$?

Отвѣт. 69,2 мин.

17.11. Для двигателя параллельного возбуждения типа ПН-100 заданы следующие номинальные величины: $U_n = 220$ В, $P_n = 15$ кВт и $I_{ян} = 81,5$ А. Сопротивления обмоток якоря и добавочных полюсов в холодном состоянии $r_{я(15^\circ)} = 0,147$ Ом.

Определить сопротивление R_n пускового реостата, вводимого в цепь якоря двигателя для ограничения пускового тока до $I_n = 2I_{ян}$. Выбрать пусковой реостат, удовлетворяющий условиям ручного пуска.

Решение. Сопротивление пускового реостата рассчитывается по формуле

$$I_n = \frac{U_n}{r_{я(15^\circ)} + R_n},$$

так как в неподвижном якоре противо-э. д. с. не индуцируется, т. е.

$$R_n = \frac{U_n - r_{я} I_n}{I_n} = \frac{220 - 0,147 \cdot 163}{163} = 1,2 \text{ Ом.}$$

Из приложения 17.1 выбираем реостат РЗП-3А, удовлетворяющий поставленным условиям.

17.12. Для автоматического пуска двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением определить графически число ступеней реостата и величины сопротивлений его отдельных секций, если требуется, чтобы в процессе пуска вращающий момент изменялся в пределах от $M_{max} = 2M_n$ до $M_{min} = (1 \div 1,2)M_n$.

Номинальные величины двигателя: $P_n = 14$ кВт, $U_n = 220$ В, $I_n = 76$ А, $\Omega_n = 78,5$ рад/с, $r_{я(15^\circ)} = 0,23$ Ом.

Решение. Построим вначале естественную механическую характеристику. Для этого по данным каталога определим номинальный момент: $M_n = P_n / \Omega_n = 178$ Н·м.

Скорость вращения якоря двигателя при идеальном холостом ходе

Скорость вращения якоря двигателя при идеальном холостом ходе

$$\Omega_0 = \frac{U_n}{U_n - r_{я} I_{ян}} \Omega_n = 85 \text{ рад/с.}$$

Естественная механическая характеристика будет представлять собой прямую, проведенную через две точки (рис. 17.12): точку O_1 ($\Omega_0 = 85$ рад/с, $M = 0$) и точку N ($\Omega_n = 78,5$ рад/с, $M_n = 178$ Н·м).

Затем построим искусственные (пусковые) характеристики, для которых точка O_1 , соответствующая идеальному холостому ходу, является общей.

Первую пусковую характеристику, соответствующую полному пусковому сопротивлению $r_{я} + R_n$ в главной цепи, строим по точ-

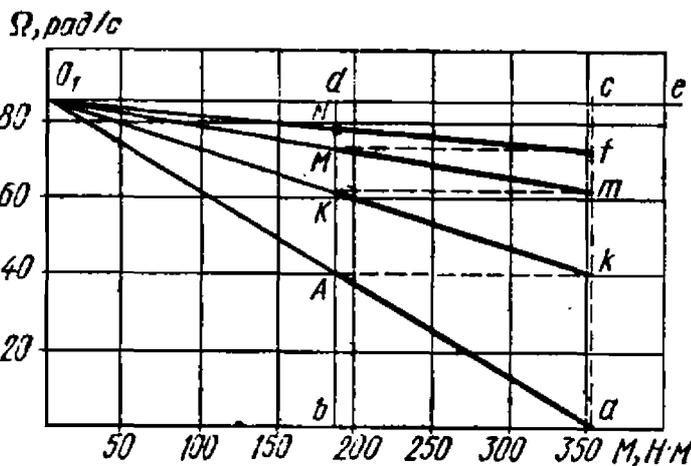


Рис. 17.12

кам O_1 и a ($\Omega = 0$, $M = M_{\max} = 356 \text{ Н}\cdot\text{м}$). Зададимся нижним пределом пускового момента $M_{\min} = 1,055 M_n = 188 \text{ Н}\cdot\text{м}$ в расчете, что при выбранном значении M_{\min} разгон двигателя по мере отключения секций реостата будет происходить с одинаковыми колебаниями пускового момента.

Проведем через точки a и b , определяющие принятые границы пускового момента, прямые ac и bd , параллельные оси ординат, до пересечения с горизонтальной прямой O_1e .

Вторую и последующие пусковые характеристики строят на основе следующих соображений. После включения двигателя в сеть увеличение скорости вращения его якоря, в цепь которого введены все секции пускового реостата, и изменение вращающего момента происходят по закону, характеризуемому прямой aO_1 . Когда вращающий пусковой момент уменьшится до величины M_{\min} , а скорость вращения якоря достигает величины n_A , характеризующей ординатой точки пересечения прямых aO_1 и bd (точка A), первая секция пускового реостата должна быть выключена. Ее выключение приведет к повторному возрастанию тока в якоре, а вместе с ним и вращающего момента. Оставшиеся секции пускового реостата должны ограничивать ток до значения, определяемого вращающим моментом M_{\max} при скорости n_A .

Дальнейшее увеличение скорости вращения якоря и уменьшение вращающего момента происходит по закону, характеризуемому второй пусковой характеристикой, которую следует провести через точки O_1 и K . Когда скорость вращения якоря и развиваемый им вращающий момент достигнут значений, характеризующих ординатой точки пересечения прямой O_1K с прямой bd (точка K), должна быть выключена вторая секция реостата и т. д.

После выключения последней секции реостата работа двигателя будет определяться его естественной механической характеристикой (прямая fO_1).

Если при построении семейства пусковых характеристик окажется, что горизонтальная прямая, проведенная из точки M , и естественная механическая характеристика не пересекутся на прямой ac (точка f), то необходимо задаться другим значением M_{\min} , и все построения повторить сначала, пока не получится так, как показано на рис. 17.12. В рассматриваемой задаче это соответствует $M_{\min} = 1,055 M_n$. Число ступеней реостата — три.

По построенным пусковым характеристикам определяем сопротивление ступеней реостата из следующих соображений.

Зависимость между скоростью вращения якоря и сопротивлением якорной цепи можно выразить, пользуясь уравнением механической характеристики двигателя

$$\Omega = \Omega_0 - \frac{M(r_{\text{я}} + R_{\text{п}})}{C_e C_{\text{м}}} = \Omega_0 - \Delta \Omega.$$

В начале пуска $\Omega = 0$, а $\Delta \Omega = \Omega_0 - \frac{M(r_{\text{я}} + R_{\text{п}})}{C_e C_{\text{м}}}$ или $\Delta \Omega = \Omega_0 = K(r_{\text{я}} + R_{\text{п}})$. Отсюда следует, что перепад скорости $\Delta \Omega$ (при $M =$

= const) пропорционален полному сопротивлению цепи якоря, состоящему из сопротивления якоря в холодном состоянии $r_{я(15^\circ)}$ и сопротивления $R_{п}$ всех секций пускового реостата, т. е. $r_{я(15^\circ)} + R_{п}$, которое в некотором масштабе определяется отрезком ac . При заданных значениях $M_{\max} = 2M_{н}$ и $r_{я(15^\circ)}$

$$R_{п} = \frac{U}{2I_{н}} - r_{я(15^\circ)} = \frac{220}{2 \cdot 76} - 0,23 = 1,22 \text{ Ом.}$$

Тогда масштаб сопротивлений

$$m_r = \frac{r_{я(15^\circ)} + R_{п}}{ac} = \frac{0,23 + 1,22}{9,15} = 0,178 \text{ Ом/см.}$$

Отрезки ak , km , mf определяют сопротивления трех секций пускового реостата, числовые значения этих сопротивлений равны:
 $r_1 = ak m_r = 3,8 \cdot 0,178 = 0,676 \text{ Ом};$
 $r_2 = km m_r = 2,05 \cdot 0,178 = 0,357 \text{ Ом};$
 $r_3 = mf m_r = 1,05 \cdot 0,178 = 0,187 \text{ Ом.}$

Отрезок fc в том же масштабе определяет величину сопротивления обмотки якоря и добавочных полюсов $r_{я(15^\circ)} = 0,23 \text{ Ом.}$

17.13. В условиях задачи 17.12 оценить время разгона двигателя вхолостую на каждой из ступеней, а также полное время пуска. Момент холостого хода двигателя принять равным $0,4 M_{н}$, а момент инерции якоря $J = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Указание и ответ. Для оценки времени разгона двигателя от $\Omega_{\text{нач}}$ до $\Omega_{\text{кон}}$ удобно воспользоваться формулой

$$t = \frac{J (\Omega_{\text{кон}} - \Omega_{\text{нач}})}{M_{\text{ср}} - M_{\text{хх}}},$$

$$t_{n1} = 0,2 \text{ с}, t_{n2} = 0,105 \text{ с}, t_{n3} = 0,055 \text{ с}, t_{n4} = 0,05 \text{ с}, t_{n\Sigma} = 0,41 \text{ с.}$$

17.14. Пуск трехфазового асинхронного двигателя типа МТ-22-6 необходимо осуществить так, чтобы момент при пуске не превышал $0,85 M_{\max}$, а минимальный момент M_{\min} был не ниже $1,15 M_{н}$.

Определить графически число ступеней пускового реостата

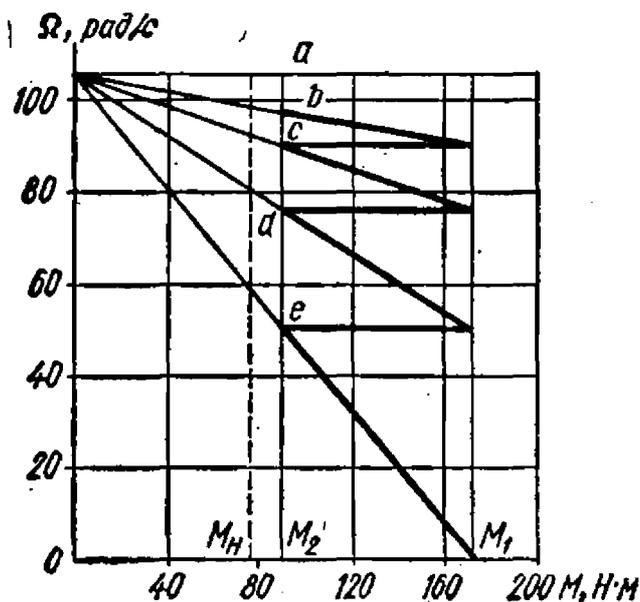


Рис. 17.14

и величины сопротивлений его отдельных секций, приняв рабочие участки характеристик прямолинейными. Номинальные величины двигателя: $P_{н} = 7,5 \text{ кВт}$, $E_{2н} = 227 \text{ В}$, $I_{рн} = 21,6 \text{ А}$, $\Omega_{н} = 99 \text{ рад/с}$, $M_{\max}/M_{н} = 2,8$.

Указание и ответ. Порядок построения пусковой диаграммы не отличается от описанного в задаче 17.12, если учесть, что внутреннее сопротивление фазы ротора определяется из соотношения

$$r_2 = \frac{E_{2н} s_{н}}{\sqrt{3} I_{рн}}.$$

В качестве ответа на рис. 17.14 построена пусковая диаграмма. Сопротивления секций пускового реостата равны: $r_1 = 1,14$ Ом, $r_2 = 0,62$ Ом, $r_3 = 0,286$ Ом.

17.15. Трехфазный асинхронный двигатель включен в сеть напряжением $U_n = 380$ В и вращает вал насоса, длительно работающего с производительностью $Q = 0,1$ м³/с при напоре $H = 12$ м со скоростью вращения $\Omega = 152$ рад/с. К.п.д. насоса $\eta = 0,7$, удельный вес перекачиваемой жидкости $\gamma = 9806$ Н·м.

Определить расчетные мощности и выбрать двигатели для работы: а) при температуре окружающей среды, установленной ГОСТом (40°C); б) при температуре окружающей среды $\theta_{\text{среды}} = 50^\circ\text{C}$.

Решение. а. Расчетная мощность для привода насоса при $\theta_{\text{среды}} = +40^\circ\text{C}$

$$P_{\text{расч}} = \frac{k_3 Q H \gamma \cdot 10^{-3}}{\eta_n} = k_3 16,8 \text{ кВт.}$$

Принимая коэффициент запаса $k_3 = 1,2$, находим $P_{\text{расч}} = 1,2 \cdot 16,8 = 20,2$ кВт.

Выбираем двигатель типа А2-71-4

$$[P_n = 22 \text{ кВт, } \Omega_n = 152,2 \text{ рад/с (} n_n = 1455 \text{ об/мин)}].$$

б. Средняя величина мощности потерь $\Delta p_{\text{ср}}$ двигателя, работающего при температуре окружающей среды 50°C , будет больше средней величины потерь Δp_n того же двигателя, работающего при температуре 40°C . Двигатель не будет перегреваться при соблюдении условия

$$\Delta p_{\text{ср}} = \Delta p_n \frac{\theta_{\text{доп}} - \theta_{\text{среды}}}{\theta_{\text{доп}} - 40^\circ\text{C}}, \text{ где } \theta_{\text{доп}} -$$

предельно допустимая температура двигателя, соответствующая данному классу изоляции.

Принимая отношение постоянных потерь к переменным (коэффициент потерь)

$$\alpha = \frac{\Delta p_{\text{пост}}}{\Delta p_{\text{пер}}} = 0,4,$$

получим

$$\Delta p_n = \Delta p_{\text{пер}} + 0,4 \Delta p_{\text{пер}} = \Delta p_{\text{пер}} (1 + 0,4).$$

С учетом коэффициента потерь и $\theta_{\text{доп}} = 105^\circ\text{C}$ (изоляция класса А) расчетная мощность двигателя при заданном условии ($\theta_{\text{среды}} = 50^\circ\text{C}$)

$$P_{\text{расч}} = \frac{P_{\text{расч1}}}{\sqrt{\frac{\theta_{\text{доп}} - \theta_{\text{среды}}}{\theta_{\text{доп}} - 40^\circ\text{C}} (1 + 0,4) - 0,4}} = 22,8 \text{ кВт.}$$

Таким образом, для этого случая надо выбрать следующий больший по мощности двигатель типа А2-72-4 ($P_n = 30$ кВт).

17.16. Определить расчетную мощность двигателя и выбрать двигатель в каталоге для привода насоса в условии задачи 17.15,

если он будет работать при температуре окружающей среды $\theta_{\text{среды}} = 15^\circ\text{C}$.

Ответ. $P_{\text{расч}} = 16,3 \text{ кВт}$, $P_{\text{н}} = 17 \text{ кВт}$, тип А2-62-4.

17.17. На рис. 17.17 изображена принципиальная схема управления пуском двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением в функции времени. Обозначения на схеме: \mathcal{L} — намагничивающая катушка, главные и блокировочные контакты линейного контактора; 1КУ , 2КУ , 3КУ — намагничивающие катушки, главные и блокировочные контакты контакторов ускорения; 1РВ , 2РВ , 3РВ — намагничивающие катушки и замыкающие контакты реле времени.

Рассмотреть процесс пуска двигателя и определить уставки реле времени 1РВ , 2РВ и 3РВ , если известно, что с момента нажатия кнопки «Пуск» до шунтирования контактами 3КУ сопротивления R_3 проходит время $t_{\text{п}} = 1,5 \text{ с}$. Собственное время включения контакторов принять равным $t_{\text{вкл}} = 0,1 \text{ с}$.

Указание и ответ. Ориентировочно можно считать, что на первой ступени двигатель разгоняется в течение времени $t_1 = 0,5\text{—}3 \text{ с}$ (нижний предел соответствует двигателям меньшей мощности, верхний — двигателям большей мощности), на второй ступени на его разгон времени требуется в два раза меньше и на третьей ступени — в четыре раза меньше: $t_{\text{уст}1\text{РВ}} = 0,7 \text{ с}$; $t_{\text{уст}2\text{РВ}} = 0,2 \text{ с}$; $t_{\text{уст}3\text{РВ}} = 0,1 \text{ с}$.

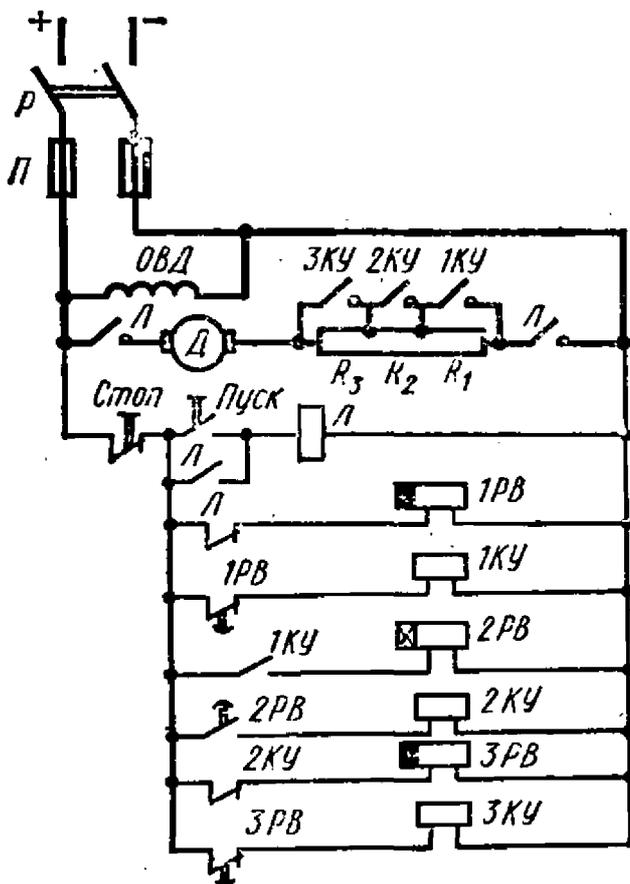


Рис. 17.17

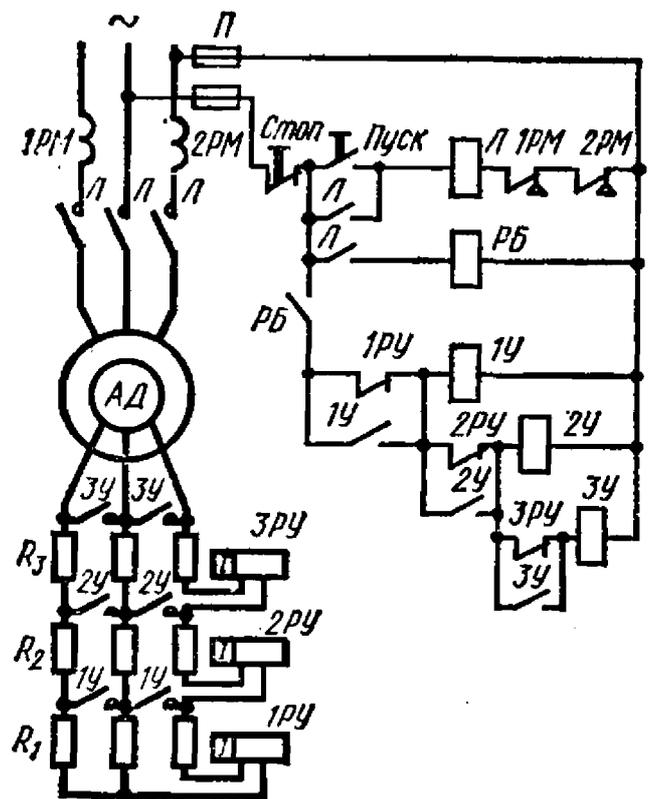


Рис. 17.18

17.18. На рис. 17.18 изображена принципиальная схема управления пуском асинхронного двигателя с фазным ротором.

Обозначения на схеме: \mathcal{L} — намагничивающая катушка, главные и блокировочные контакты трехполюсного линейного контак-

тора, с помощью которого обмотка статора двигателя подключается к сети; $1PM, 2PM$ — намагничивающие катушки (намагничивающая сила пропорциональна току статора) и блокировочные контакты, разрывающие цепь катушки контактора L в случае, если ток хотя бы одной из фаз обмотки статора превысит допустимое значение; R_1, R_2, R_3 — ступени пускового реостата; $1PY, 2PY, 3PY$ — намагничивающие катушки и блокировочные контакты реле ускорения; PB — намагничивающая катушка и блокировочный контакт реле блокировки, обеспечивающего некоторую выдержку времени для того, чтобы ток в цепи ротора достиг такого значения, при котором реле ускорения $1PY, 2PY, 3PY$ открыли бы свои размыкающие контакты; $1Y, 2Y, 3Y$ — намагничивающие катушки, главные и блокировочные контакты контакторов ускорения, главные контакты которых шунтируют ступени пускового реостата.

Проследить работу схемы после нажатия кнопки «Пуск».

Последовательность срабатывания (отключения) контактов $1PY, 2PY, 3PY$ достигается настройкой, которая выполняется в соответствии с неравенством $I_{1PY} > I_{2PY} > I_{3PY}$.

При значениях токов в цепи ротора, близких к токам уставок реле ускорения, возможны вибрации подвижных частей магнитопроводов, а вместе с ними и контактов контакторов $1PY, 2PY$ и $3PY$, что не способствует нормальному включению контакторов $1Y, 2Y$ и $3Y$. Во избежание этого блок-контакты контакторов $1PY, 2PY$ и $3PY$ шунтируются соответственно блок-контактами контакторов $1Y, 2Y$ и $3Y$.

17.19. Осветительная нагрузка (лампы накаливания) мощностью $P = 800$ Вт и напряжением $U = 127$ В присоединяется двухпроводным ответвлением длиной 25 м к трехфазной сети (рис. 17.19).

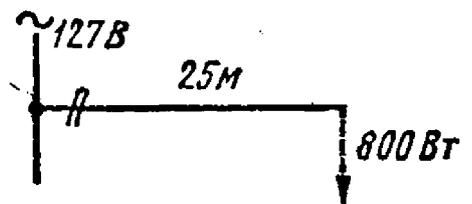
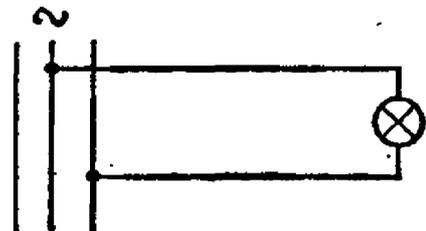


Рис. 17.19

Определить потерю напряжения ΔU в ответвлении, выполненном изолированным медным проводом сечением $1,5 \text{ мм}^2$. Как изменится потеря напряжения, если питание нагрузки перевести на 220 В?

Решение. Определим рабочий ток нагрузки: $I_p = P/U = 800/127 = 6,3 \text{ А}$.

Потеря напряжения в однофазном ответвлении при заданном сечении провода определяется по формуле

$$\Delta U = \frac{2l}{\gamma S} I_p,$$

где l — длина провода, м; γ — удельная проводимость материала провода [для меди $\gamma = 54 \text{ м}/(\text{Ом} \cdot \text{мм}^2)$].

Для рассматриваемого случая

$$\Delta U = \frac{2 \cdot 25}{54 \cdot 1,5} \cdot 6,3 = 3,9 \text{ В}.$$

Относительная потеря напряжения в проводах

$$\Delta U_{\bullet} = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100\% = \frac{3,9}{127} \cdot 100\% = 3,06\%.$$

При напряжении 220 В рабочий ток нагрузки

$$I_p = P/U = 800/220 = 3,65 \text{ А.}$$

Относительная потеря напряжения в проводах

$$\Delta U_{\bullet} = \frac{\Delta U}{U} = \frac{2II_p}{\gamma SU} = \frac{2 \cdot 25 \cdot 3,65}{54 \cdot 1,5 \cdot 220} \cdot 100\% = 1,02\%.$$

17.20. Прожекторная установка, состоящая из трех прожекторов типа ПЗО-45 и служащая для освещения строительной площадки, подключена к одной фазе трехфазной сети с $U = 380$ В через двухжильный медный кабель длиной 85 м.

Определить сечение жилы кабеля и выбрать плавкую вставку предохранителя, если каждый из прожекторов потребляет мощность 1 кВт при напряжении 220 В. Относительная допустимая потеря напряжения $\Delta U_{\bullet} = 2,5\%$.

Решение. Расчет проводится по потере напряжения и нагреванию проводов. Из двух сечений выбираем большее.

Для расчета по допустимой потере напряжения в проводах определим величину этой потери:

$$\Delta U = \Delta U_{\bullet} U = 0,025 \cdot 220 = 5,5 \text{ В.}$$

Определим сечение жилы двухжильного кабеля по заданной величине потери напряжения:

$$S = \frac{P2l}{\gamma \Delta U U} = \frac{3 \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 85}{54 \cdot 5,5 \cdot 220} = 7,8 \text{ мм}^2.$$

Для расчета проводов по нагреву найдем рабочий ток установки

$$I_p = \frac{P}{U} = \frac{3 \cdot 1000}{220} = 13,6 \text{ А.}$$

Пользуясь приложением 17.2, выбираем кабель, жилы которого имеют сечение $1,5 \text{ мм}^2$ и допустимый ток 19 А.

Из двух сечений выбираем большее ($S = 7,8 \text{ мм}^2$), которому соответствует нормированное сечение жил 10 мм^2 с допустимым током 70 А (см. приложение 17.2)*.

Выбор плавкой вставки предохранителя производится из условия, что номинальный ток плавкой вставки $I_{вст}$ должен быть больше или равен рабочему току нагрузки I_p . В данном случае $I_{вст} \geq 13,6 \text{ А}$.

По приложению 17.4 для защиты установки можно выбрать предохранитель типа ПР-2 с плавкой вставкой на номинальный ток $I_{вст} = 15 \text{ А}$.

* Приложения 17.2—17.7 взяты из «Правил устройства электроустановок» (ПУЭ).

После выбора сечения провода и плавкой вставки необходимо проверить соответствие номинального тока плавкой вставки $I_{вст}$ и допустимого тока $I_{доп}$ для выбранного сечения.

Необходимо, чтобы $I_{доп} \geq K_0 I_{вст}$, где K_0 — коэффициент соответствия защиты.

Значения K_0 приведены в приложении 17.5.

Для предохранителей, защищающих промышленные установки от перегрузки, значение K_0 выбираем равным 1,25. Следовательно,

$$K_0 I_{вст} = 1,25 \cdot 15 = 18,7 \text{ А}, \quad I_{доп} = 70 \text{ А},$$

т. е. условие соответствия защиты выполняется.

Выбранное сечение необходимо проверить на механическую прочность. Для переносных электроустановок (см. приложение 17.6) по механической прочности сечение должно быть не менее $2,5 \text{ мм}^2$.

17.21. Определить сечение жилы кабеля и выбрать плавкую вставку предохранителя, если прожекторная установка в задаче 17.20 находится на расстоянии 25 м от питающего пункта.

Решение. Сечение жилы кабеля по заданной величине потери напряжения в этом случае будет равно

$$S = \frac{3 \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 25}{54 \cdot 5,5 \cdot 220} = 2,3 \text{ мм}^2.$$

Сечение жилы кабеля по допустимому нагреву выбираем для $I_p = 13,6 \text{ А}$ в соответствии с приложением 17.2 равным $1,5 \text{ мм}^2$, для которого $I_{доп} = 19 \text{ А}$.

Из условия механической прочности наименьшее сечение жилы кабеля составляет $2,5 \text{ мм}^2$ (см. приложение 17.6). Из трех полученных сечений выбираем большее ($S = 2,5 \text{ мм}^2$) с допустимым током $I_{доп} = 21 \text{ А}$.

Из условий $I_{вст} \geq I_p$ по приложению 17.3 выбираем предохранитель, номинальный ток плавкой вставки которого $I_{вст} = 15 \text{ А}$. По условию соответствия защиты $I_{доп} \geq K_0 I_{вст}$, где $K_0 = 1,25$; $I'_{доп} = 1,25 \cdot 15 = 18,75 \text{ А}$, что меньше $I_{доп} = 21 \text{ А}$.

Следовательно, условия соответствия защиты удовлетворяются.

17.22. Как изменится сечение жилы кабеля и ток плавкой вставки предохранителя, если питание прожекторной установки в задаче 17.20 будет осуществлено от трехфазной линии трехжильным медным кабелем (рис. 17.22)?

Ответ. $S = 4 \text{ мм}^2$; $I_{вст} = 10 \text{ А}$.

17.23. Четырехпроводную линию трехфазной осветительной сети цеха с напряжением 380 В предполагается выполнить проводами марки АПВ (алюминиевый в полихлорвиниловой изоляции), проложенными в одной трубе. Расчетная электрическая мощность потребителя $P = 18 \text{ кВт}$ при $\cos \varphi = 1$. Длина линии от трансформаторной подстанции ТП до распределительного щитка 50 м.

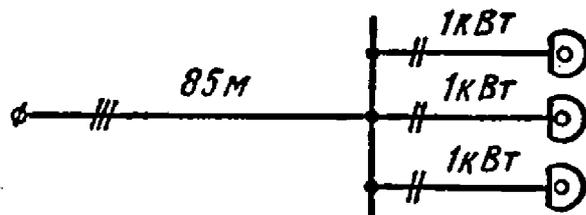


Рис. 17.22

Определить сечение провода и выбрать плавкие вставки предохранителей для двух значений температуры окружающей среды: нормальной $t_1 = 25^\circ\text{C}$ и повышенной $t_2 = 40^\circ\text{C}$, если относительная допустимая потеря напряжения $\Delta U_* = 2,5\%$.

Решение. Для расчета проводов по допустимой потере напряжения определим величину этой потери:

$$\Delta U = \Delta U_* U = 0,025 \cdot 220 = 5,5 \text{ В.}$$

Определим сечение фазного провода по заданной величине потери напряжения:

$$S = \frac{Pl}{3\gamma \Delta U U \cos \varphi} = \frac{18 \cdot 10^3 \cdot 50}{3 \cdot 32 \cdot 5,5 \cdot 220 \cdot 1} = 7,7 \text{ мм}^2.$$

Для того чтобы провести расчет проводов по нагреву, необходимо определить рабочий ток фазы:

$$I_p = \frac{P}{3U \cos \varphi} = \frac{18 \cdot 10^3}{3 \cdot 220 \cdot 1} = 27,2 \text{ А.}$$

Пользуясь приложением 17.2, выбираем провод сечением 6 мм^2 с допустимым током $I_{\text{доп}} = 30 \text{ А}$.

Из двух полученных сечений выбираем большее ($S = 7,7 \text{ мм}^2$), которому соответствует нормированное сечение провода 10 мм^2 с допустимым током 39 А (см. приложение 17.2).

Выбор плавкой вставки предохранителя производится из условия $I_{\text{вст}} \geq I_p$. В данном случае $I_p = 27,2 \text{ А}$. По приложению 17.4 можно выбрать предохранитель типа ПР-2 с плавкой вставкой на номинальный ток $I_{\text{вст}} = 35 \text{ А}$. Проверим соответствие номинального тока плавкой вставки $I_{\text{вст}}$ и допустимого тока $I_{\text{доп}}$ для выбранного сечения провода.

Необходимо, чтобы $I_{\text{доп}} \geq K_0 I_{\text{вст}}$. Для предохранителей, защищающих промышленные установки от перегрузки, значение K_0 выбираем равным $1,25$ (см. приложение 17.5). Следовательно, $K_0 I_{\text{вст}} = 1,25 \cdot 35 = 43,75 \text{ А}$, $I_{\text{доп}} = 39 \text{ А}$, т. е. условие соответствия защиты не выполняется.

Выбираем ближайшее большее из стандартных сечений провода $S = 16 \text{ мм}^2$, для которого $I_{\text{доп}} = 55 \text{ А}$. В этом случае условие соответствия защиты выполняется. Сечение нейтрального провода принимаем равным примерно половине сечения фазного провода: $S_N = 10 \text{ мм}^2$.

При эксплуатации проводов с обычной резиновой или полихлорвиниловой изоляцией в условиях повышенной температуры $t = 40^\circ\text{C}$ сечение выбирается с учетом температурного коэффициента (см.: Электротехнический справочник, 1962, т. 1, § 2.4) $k_t = 0,71$. По приложению 17.2 выбираем сечение 10 мм^2 . Это сечение удовлетворяет условиям допустимой потери напряжения.

17.24. Четырехжильный кабель с алюминиевыми жилами, проложенный в земле, питает группу строений из трех жилых домов, как указано на рис. 17.24. Нагрузка каждого дома равна 12 кВт при $\cos \varphi = 0,9$. Номинальное напряжение линии 380 В .

Определить сечение кабеля магистральных участков и номинальные токи плавких вставок предохранителей Π_1 и Π_2 , если линия выполняется кабелем переменного сечения, а расчетная температура окружающей среды первого участка $t_1 = 35^\circ\text{C}$, второго участка $t_2 = 15^\circ\text{C}$.

Решение. Рабочий ток магистрального участка 1—2

$$I'_p = 2 \frac{12 \cdot 10^3}{3 \cdot 220 \cdot 0,9} = 40,5 \text{ А.}$$

По приложению 17.3 выбираем четырехжильный кабель с сечением жил 6 мм^2 и допустимым током $I_{\text{доп}} = 46 \text{ А}$.

Для защиты магистрального участка 1—2 можно выбрать предохранитель типа ПР-2 или КП с плавкой вставкой на номиналь-

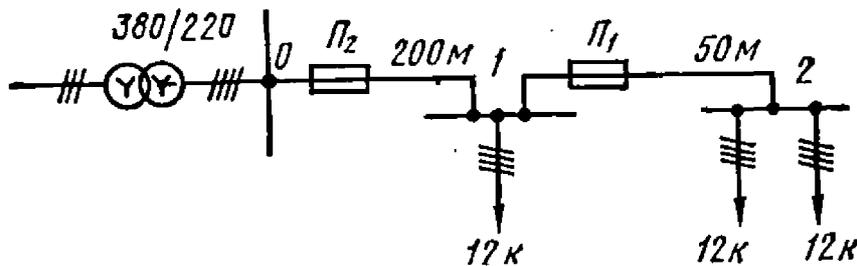


Рис. 17.24

ный ток $I_{\text{вст}} = 45 \text{ А}$. Согласно приложению 17.5, коэффициент соответствия защиты от перегрузки кабелей с бумажной изоляцией $K_0 = 1$. Произведение $K_0 I_{\text{вст}}$ для участка 1—2 равно 45 А , а допустимая нагрузка $I_{\text{доп}} = 46 \text{ А}$, поэтому условие соответствия защиты $I_{\text{доп}} \geq I_{\text{вст}}$ выполняется.

Рабочий ток магистрального участка 0—1

$$I''_p = \frac{3}{2} I'_p = \frac{3}{2} 40,5 = 60,6 \text{ А.}$$

Поправочный коэффициент k_t на температуру земли $t = 35^\circ\text{C}$ равен $0,83^*$.

Номинальный ток плавкой вставки предохранителя Π_2 должен удовлетворять условиям $I_{\text{вст}} \geq I''_p$, $I_{\text{доп}} \geq K_0 I_{\text{вст}}$ и обеспечивать селективность (избирательность) защиты. По первым двум условиям номинальный ток плавкой вставки предохранителя Π_2 можно выбрать по приложению 17.4 равным 60 А .

Для обеспечения селективного действия защиты двух последовательно стоящих предохранителей номинальные токи их плавких вставок должны отличаться на две ступени шкалы. Следовательно, номинальный ток плавкой вставки предохранителя Π_2 по приложению 17.3 выбираем равным $I_{\text{вст}} = 80 \text{ А}$ (для предохранителей типа ПР-2-100 или КП-100). Выбранное сечение кабеля магистрального участка 0—1 проверяется по условиям $I_{\text{вст}} \geq I_p$ и $I_{\text{доп}} > K_0 I_{\text{вст}}$.

* См.: Электротехнический справочник, 1962, т. 1, § 12.3.

При $K_0 = 1$ $I_p = 60,6$ А и $I_{вст} = 80$ А, выбранное сечение жилы 16 мм² и допустимый ток 90 А удовлетворяют этим условиям.

17.25. Для сушки обмоток электродвигателей применяется нагревательная установка общей мощностью 10 кВт. Установка получает питание по трехжильному кабелю длиной 75 м. Допустимая относительная потеря напряжения равна 5% . Номинальное напряжение в начале линии 220 В.

Определить сечение трехжильного кабеля с бумажной изоляцией, проложенного открыто по стене, и выбрать плавкие вставки предохранителей.

Ответ. а) Кабель с медными жилами: $S = 6$ мм², $I_{вст} = 35$ А, б) кабель с алюминиевыми жилами: $S = 10$ мм², $I_{вст} = 35$ А:

17.26. Для привода вентилятора производственного помещения, расположенного на расстоянии 50 м от распределительного щитка, установлен трехфазный асинхронный двигатель АО-82-8 со следующими паспортными данными: $P_n = 20$ кВт, $U_n = 220$ В, $\cos \varphi_n = 0,82$, $\eta_n = 0,88$; кратность пускового тока $K_I = 5$.

Рассчитать сечение трехжильного алюминиевого кабеля с резиновой изоляцией, проложенного открыто по стене, и выбрать плавкую вставку предохранителя. Определить мощность и $\cos \varphi$ в начале линии, питающей двигатель. Коэффициент загрузки двигателя $K_0 = 1$. Реактивным сопротивлением кабеля пренебречь.

Решение. Рабочий ток двигателя

$$I_p = \frac{P}{\sqrt{3} \cos \varphi \eta} = \frac{20 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,82 \cdot 0,88} = 73 \text{ А.}$$

Допустимый ток кабеля $I_{доп}$ должен быть больше рабочего тока двигателя I_p , поэтому по приложению 17.2 выбираем сечение 25 мм², для которого $I_{доп} = 75$ А.

Для подбора плавкой вставки предохранителя определим максимальный ток в жиле кабеля в момент пуска:

$$I_{\max} = K_I I_p = 5 \cdot 73 = 365 \text{ А.}$$

Для того чтобы плавкая вставка не расплавилась за время пуска двигателя, необходимо выполнить условие

$$I_{вст} > I_{\max} / 2,5.$$

В данном случае

$$I_{\max} / 2,5 = 365 / 2,5 = 146 \text{ А.}$$

По приложению 17.4 выбираем плавкую вставку с номинальным током 150 А.

Проверим условия соответствия защиты, для чего выберем по приложению 17.5 коэффициент соответствия для защиты от коротких замыканий $K_0 = 0,33$.

Тогда $K_0 I_{вст} = 0,33 \cdot 150 = 49,5$ А.

Следовательно, $I_{доп} > K_0 I_{вст}$ и условие соответствия защиты выполняется.

Проверим сечение кабеля по потере напряжения.
Сопrotивление одной жилы

$$R_x = l/\gamma S = 50/(32 \cdot 25) = 0,0625 \text{ Ом.}$$

Потеря напряжения на фазу

$$\Delta U_\phi \approx R_x I_p \cos \varphi = 0,0625 \cdot 73 \cdot 0,82 = 3,73 \text{ В.}$$

Потеря линейного напряжения

$$\Delta U = \sqrt{3} \Delta U_\phi = \sqrt{3} \cdot 3,73 = 6,5 \text{ В,}$$
$$\Delta U_\bullet = \frac{\Delta U}{U} 100\% = \frac{6,5}{220} 100\% = 2,95\%.$$

Потеря мощности в кабеле

$$\Delta P_x = R_x \cdot 10^{-3} \cdot 3 I_p^2 = 0,0625 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 73^2 = 1 \text{ кВт.}$$

Мощность в начале линии

$$P_c = P_n/\eta + \Delta P_x = \frac{20}{0,88} + 1 = 23,7 \text{ кВт.}$$

Напряжение в начале линии

$$U_c = U_n + \Delta U = 220 + 6,5 = 226,5 \text{ В.}$$

Коэффициент мощности в начале линии

$$\cos \varphi = \frac{P_c}{\sqrt{3} U_c I_p} = \frac{23,7 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 226,5 \cdot 73} = 0,83.$$

17.27. В двухмашинном агрегате типа А+П (двигатель асинхронный + генератор постоянного тока) установлен асинхронный двигатель типа А61-2 со следующими номинальными данными: $P_n = 14$ кВт, $U_n = 380$ В, $\cos \varphi_n = 0,89$, $\eta_n = 0,87$; кратность пускового тока двигателя $K_I = 5,5$. Отделение от распределительного щитка к двигателю выполнено кабелем марки АСБГ (трехфазный с алюминиевыми жилами), проложенным в канале пола.

Определить номинальный ток плавких вставок предохранителей и подобрать сечение кабеля.

Ответ. $S = 4$ мм², $I_{вст} = 60$ А.

17.28. Для привода цехового порталного крана металлургического завода установлен двигатель постоянного тока типа ДП-82 со следующими паспортными данными: $P_n = 66$ кВт, $I_n = 172$ А, $U_n = 440$ В, $n_n = 500$ об/мин. Двигатель работает в повторно-кратковременном режиме. Продолжительность рабочего периода 2,4 мин, продолжительность цикла 6 мин.

Определить сечение питающего кабеля с полихлорвиниловой изоляцией. Выбрать плавкую вставку предохранителя, если кратность пускового тока двигателя $K_I = 2$.

Решение. При повторно-кратковременном, кратковременном и подобных режимах работы электроустановок с общей продолжи-

тельностью $t_{\text{ц}} = 10$ мин и продолжительностью рабочего периода не более $t_{\text{р}} = 4$ мин в качестве расчетной токовой нагрузки для выбора сечения жил кабеля по нагреву следует принимать расчетную токовую нагрузку $I'_{\text{р}}$, приведенную к длительному режиму.

Для медных проводов сечением более 10 мм^2 и для алюминиевых проводов сечением более 16 мм^2 расчетные токовые нагрузки $I'_{\text{р}}$ определяются путем умножения рабочего тока $I_{\text{р}}$ на коэффициент $\frac{\sqrt{\text{ПВ}}}{0,875}$, где ПВ — выраженная в относительных единицах продолжительность рабочего периода (продолжительность включения).

Определим продолжительность включения ПВ в относительных единицах: $\text{ПВ} = t_{\text{р}}/t_{\text{ц}} = 4/10 = 0,4$.

Найдем расчетный ток нагрузки жилы кабеля, приведенный к длительному режиму, принимая $I_{\text{р}} = I_{\text{н}} = 172 \text{ А}$:

$$I'_{\text{р}} = I_{\text{р}} \frac{\sqrt{\text{ПВ}}}{0,875} = 172 \frac{\sqrt{0,4}}{0,875} = 124 \text{ А}.$$

Сечение жилы кабеля по приложению 17.2 выбираем из условия $I_{\text{доп}} \geq I'_{\text{р}}$ равным 35 мм^2 с $I_{\text{доп}} = 140 \text{ А}$.

Номинальный ток плавкой вставки определим из условия $I_{\text{вст}} \geq I_{\text{р}}$. По приложению 17.4 при $I_{\text{р}} = 172 \text{ А}$ можно выбрать $I_{\text{вст}} = 200 \text{ А}$.

Проверим условие соответствия защиты. По приложению 17.5 для защиты силовых сетей от коротких замыканий выбираем $K_0 = 0,33$. Тогда $K_0 I_{\text{вст}} = 0,33 \cdot 200 = 66 \text{ А}$.

Следовательно, $I_{\text{доп}} > K_0 I_{\text{вст}}$ и условие соответствия выполняется.

17.29. Для привода лебедки установлен асинхронный двигатель с фазным ротором типа АК-52-2, имеющий следующие номинальные данные: $P_{\text{н}} = 4,5 \text{ кВт}$, $U_{\text{н}} = 380 \text{ В}$, $\cos \varphi_{\text{н}} = 0,86$, $\eta_{\text{н}} = 0,86$; кратность пускового тока $K_I = 1,5$.

Определить сечение жил кабеля и номинальный ток плавких вставок предохранителей.

Ответ. $S = 1,5 \text{ мм}^2$, $I_{\text{вст}} = 10 \text{ А}$.

17.30. В ремонтной мастерской на расстоянии 10 м от распределительного щитка установлен сварочный трансформатор мощностью 20 кВт, $\cos \varphi = 0,53$. Номинальное напряжение сети 380 В.

Определить сечение жил алюминиевого кабеля и номинальный ток плавких вставок предохранителей. Относительная допустимая потеря напряжения 5%.

Ответ. $S = 25 \text{ мм}^2$, $I_{\text{вст}} = 100 \text{ А}$.

17.31. Магистральная линия силовой сети 380 В питает пять короткозамкнутых асинхронных двигателей, установленных в сборочном цехе. Линия выполнена трехжильным кабелем с алюминиевыми жилами и резиновой изоляцией, проложена открыто (рис. 17.31).

Определить сечение жил кабеля и номинальный ток плавких вставок предохранителей P_1 и P_2 . При расчете принять коэффициент загрузки двигателей $K_{\text{з}} = 0,8$, коэффициент одновременности работы двигателей $K_{\text{од}} = 0,9$.

Паспортные данные двигателей даны в табл. 17.1.

Таблица 17.1

Двигатели	P_H , кВт	I_H , А	K_I
D_1	1,7	4,3	6
D_2	7	15,5	4,5
D_3	10	19,5	5
D_4	7	13,8	6
D_5	4,5	9,4	6

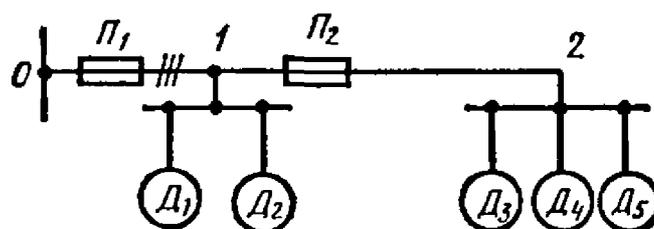


Рис. 17.31

Решение. Определим пусковые токи двигателей:

$$I_{1\text{пуск}} = 6 \cdot 4,3 = 25,7 \text{ А}, \quad I_{2\text{пуск}} = 4,5 \cdot 15,5 = 69,8 \text{ А},$$

$$I_{3\text{пуск}} = 97,5 \text{ А}, \quad I_{4\text{пуск}} = 83 \text{ А}, \quad I_{5\text{пуск}} = 56,4 \text{ А}.$$

Рабочий ток линии 1—2

$$I'_p = K_{\text{од}} \sum_1^{n-1} (K_3 I_H) = 0,9 (0,8 \cdot 9,4 + 0,8 \cdot 13,8 + 0,8 \cdot 19,5) = 30,8 \text{ А}.$$

Максимальный ток линии 1—2, возникающий при пуске третьего двигателя,

$$I_{\text{max}} = K_{\text{од}} \sum_1^n K_3 I_H + I_{3\text{пуск}} = 0,9 (0,8 \cdot 9,4 + 0,8 \cdot 13,8) + 97,5 = 114,2 \text{ А}.$$

Номинальный ток плавкой вставки предохранителя Π_2 выбираем из условий

$$I_{\text{вст}} \geq I'_p, \quad I_{\text{вст}} \geq \frac{I_{\text{max}}}{2,5},$$

$$I_{\text{вст}} > 30,8 \text{ А}, \quad I_{\text{вст}} > 45,6 \text{ А}.$$

По приложению 17.4 выбираем предохранитель типа КП-100 с номинальным током плавкой вставки 60 А.

Сечение жил кабеля 1—2 определяем из условий

$$I_{\text{доп}} \geq I'_p, \quad I_{\text{доп}} \geq K_0 I_{\text{вст}},$$

$$I_{\text{доп}} > 30,8 \text{ А}, \quad K_0 I_{\text{вст}} = 0,33 \cdot 60 = 20 \text{ А},$$

где $K_0 = 0,33$ (см. приложение 17.5).

По приложению 17.2 выбираем кабель с сечением жил 10 мм^2 и допустимым током 42 А .

Рабочий ток линии $0-1$

$$I''_p = I'_p + K_{од} (K_3 I_{н1} + K_3 I_{н2}) = 30,8 + 0,9 (0,8 \cdot 4,3 + 0,8 \cdot 15,5) = 44,8 \text{ А}.$$

Максимальный ток линии $0-1$

$$I_{\max} = K_{од} K_3 (I_{н1} + I_{н2} + I_{н4} + I_{н5}) + I_{зпуск} = \\ = 0,9 \cdot 0,8 (4,3 + 15,5 + 13,8 + 9,4) + 97,5 = 128,2 \text{ А}.$$

Номинальный ток плавкой вставки предохранителя Π_1

$$I_{вст} \geq I''_p, \quad I_{вст} \geq \frac{I_{\max}}{2,5},$$

$$I_{вст} > 44,8 \text{ А}, \quad I_{вст} > 51,1 \text{ А}.$$

Выбираем предохранитель типа КП-100 с номинальным током плавкой вставки 100 А (см. приложение 17.4), так как для обеспечения селективности две последовательно стоящие вставки должны отличаться на две ступени шкалы.

Сечение жил кабеля линии $0-1$ выбираем из условий

$$I_{доп} \geq I''_p, \quad I_{доп} > 44,8 \text{ А}, \quad I_{доп} \geq K_0 I_{вст},$$

где $K_0 = 0,33$ (см. приложение 17.4);

$$K_0 I_{вст} = 0,33 \cdot 100 = 33 \text{ А}; \quad I_{доп} > 33 \text{ А}.$$

Выбираем кабель с сечением жилы 16 мм^2 и допустимым током 60 А (см. приложение 17.2).

17.32. В проектируемом механическом цехе должны быть установлены 10 асинхронных двигателей: 6 двигателей типа АО-51-4 ($P_n = 4,5 \text{ кВт}$, $U_n = 220 \text{ В}$, $\eta_n = 85,5\%$, $\cos \varphi_n = 0,85$, $K_I = 6$) и 4 двигателя типа АО-41-4 ($P_n = 1,7 \text{ кВт}$, $U_n = 220 \text{ В}$, $\eta_n = 81\%$, $\cos \varphi_n = 0,82$, $K_I = 5$).

Определить сечение жил трехжильного кабеля с бумажной изоляцией, проложенного от главного распределительного щитка до силовой сборки, от которой питаются эти двигатели. Коэффициент загрузки двигателей $K_3 = 0,9$, коэффициент одновременности $K_{од} = 0,85$. Подобрать плавкие вставки предохранителей.

Ответ. $S = 25 \text{ мм}^2$, $I_{вст} = 100 \text{ А}$.

17.33. Силовая магистраль напряжением 380 В от трансформатора до распределительного щитка имеет осветительную и двигательную нагрузки. Мощность осветительной нагрузки $P_{осв} = 30 \text{ кВт}$, мощность двигателей $P_{дв} = 58 \text{ кВт}$, средний коэффициент мощности нагрузки двигателей $\cos \varphi = 0,7$, $\eta = 80\%$. Наибольший ток перегрузки линии получается при запуске двигателя мощностью 10 кВт , у которого $I_n = 19,5 \text{ А}$, $K_I = 6,5$.

Определить сечение медных жил четырехжильного кабеля, проложенного открыто. Рассчитать плавкие вставки предохранителей.

Ответ. $S = 70 \text{ мм}^2$, $I_{вст} = 200 \text{ А}$.

17.34. Два цеха машиностроительного завода, которые могут быть отнесены к электроприемникам 1-й категории, получают питание от двух подстанций. Нагрузка цехов и расстояние цехов от подстанций даны на схеме сети (рис. 17.34). Номинальное напряжение электроприемников 380 В.

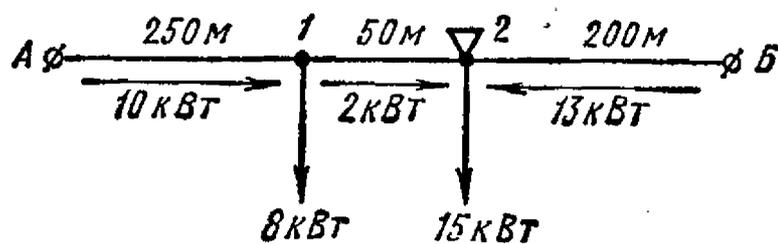


Рис. 17.34

Определить сечение алюминиевых жил трехжильного кабеля, если относительная допустимая потеря напряжения $\Delta U_* = 5\%$, а в аварийном режиме $\Delta U_* = 10\%$. Линия выполнена проводом одинакового сечения.

Решение. Определим суммарную нагрузку потребителей:

$$P = P_1 + P_2 = 23 \text{ кВт.}$$

Мощность источника А

$$P_A = \frac{\Sigma(Pl)}{l} = \frac{8 \cdot 250 + 15 \cdot 200}{500} = 10 \text{ кВт.}$$

Мощность источника В

$$P_B = P - P_A = 23 - 10 = 13 \text{ кВт.}$$

Раздел активных мощностей будет в точке 2.

Определим сечение проводов линии А—1—2:

$$S_1 = \frac{\Sigma(Pl)}{\gamma \Delta U U} = \frac{(10 \cdot 250 + 2 \cdot 50) \cdot 10^3}{32 \cdot 19 \cdot 380} = 11,3 \text{ мм}^2,$$

$$\Delta U = \frac{5 \cdot 380}{100} = 19 \text{ В.}$$

По приложению 17.3 выбираем кабель с сечением жил 16 мм² и допустимым током $I_{\text{доп}} = 90 \text{ А}$.

Определим сечение проводов линии 2—В:

$$S_2 = \frac{P_B l}{\gamma \Delta U U} = \frac{13 \cdot 200 \cdot 10^3}{32 \cdot 19 \cdot 380} = 11,3 \text{ мм}^2.$$

Выбираем кабель того же сечения, что и для линии А—1—2. Проверим этот кабель на нагрев.

Наибольший ток $I_{\text{max}} = \frac{13 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380} = 19,7 \text{ А}$, его величина меньше $I_{\text{доп}}$.

Значение тока в аварийном режиме, когда один из пунктов питания отключен,

$$I_{\text{авар}} = \frac{23 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380} = 35 \text{ А.}$$

Потеря напряжения составляет

$$\Delta U = \frac{\Sigma (Pl)}{\gamma S U} = \frac{(23 \cdot 250 + 15 \cdot 50) \cdot 10^3}{32 \cdot 16 \cdot 380} = 33,2 \text{ В,}$$

или

$$\Delta U_* = \frac{33,2}{380} 100\% = 8,76\%.$$

17.35. Предприятие получает питание от районной подстанции через понизительный трансформатор ТМ-3200/10 по трехфазной линии передачи напряжением 10 кВ и протяженностью 4 км (рис. 17.35). Линия выполнена проводом марки АС-70. Расчетная мощность нагрузки $P_n = 2400$ кВт при $\cos \varphi_n = 0,75$ и $\eta_n = 0,97$.

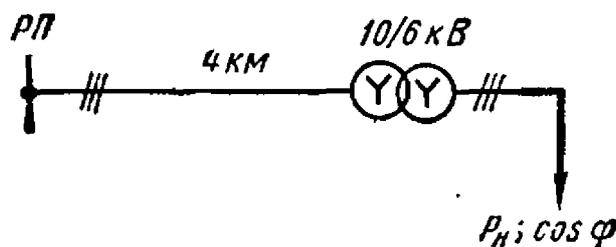


Рис. 17.35

На сколько увеличится пропускная способность линии передачи, если коэффициент мощности повысить до 0,92?

Решение. Номинальный ток трансформатора

$$I_n = \frac{3200}{\sqrt{3} \cdot 10} = 185 \text{ А.}$$

Рабочий ток нагрузки

$$I_p = \frac{2400}{\sqrt{2} \cdot 10 \cdot 0,75} = 185 \text{ А.}$$

При увеличении коэффициента мощности до 0,92 ток нагрузки на вторичной стороне трансформатора

$$I_n = \frac{2400}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 0,92 \cdot 0,97} = 155 \text{ А.}$$

Трансформатор можно догрузить по току на $185 - 155 = 30$ А, а по активной мощности на

$$\Delta P = \sqrt{3} \cdot 10 \cdot 30 \cdot 0,92 \cdot 0,97 = 460 \text{ кВт.}$$

Тогда активная нагрузка трансформатора составит

$$P'_n = P_n + \Delta P = 2400 + 460 = 2860 \text{ кВт.}$$

Ток на стороне низшего напряжения

$$I_{н1} = \frac{2860}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 0,92 \cdot 0,97} = 185 \text{ А.}$$

17.36. Насколько возрастет пропускная способность линии передачи при переходе с напряжения 6 кВ на напряжение 10 кВ?

Сечение проводов линии остается неизменным. Относительная допустимая потеря напряжения ΔU_* и $\cos \varphi$ в обоих случаях одинаковы.

Решение. Относительная потеря напряжения

$$\Delta U_* = \frac{2Pl}{\gamma S U^2} \cos \varphi = K \frac{P}{U^2}.$$

Так как относительная допустимая потеря напряжения не меняется, то

$$K \frac{P_1}{U_1^2} = K \frac{P_2}{U_2^2},$$

т. е.

$$P_2 = P_1 \frac{U_2^2}{U_1^2} = \frac{100}{36} P_1 = 2,8 P_1.$$

Пропускная способность линии увеличится в 2,8 раза.

Приложение 17.1

Технические данные пусковых реостатов РП и РЗП

Габарит реостата	Тип реостата	Мощность электродвигателя P_H , кВт			Предельный ток, А	Число ступеней	Число элементов сопротивления	Размеры, мм	Вес, кг
		$U_R = 110В$	$U_H = 220В$	$U_H = 440В$					
I	РП-2511	0,52—2,5	0,52—3,7	1,0—3,7	30	4	2	180×215×231	5,5
II	РЗП-2	—	—	5,6	—	—	—	—	—
II	РЗП-2А	3,0—3,7	4,2—7,0	—	40	7	6	255×419×273	12
III	РЗП-3	—	—	7,0	40	7	12	255×419×273	14
III	РЗП-3А	5,0—7,0	8,5—10,5	—	120	8	8	317×466×327	21
III	РЗП-3А	8,5—10,5	13,5—15,0	13,5	120	8	16	317×466×327	27
IV	РЗП-4	13,5—15,0	—	—	200	12	6	475×586×455	52
IV	РЗП-4А	15,0—19,0	19,5—21,0	—	200	12	10	475×586×515	55
IV	РЗП-4Б	—	30,0—42,0	20,5—29,0	200	12	14	475×586×575	60
IV	РЗП-4В	—	42,0	42,0	200	12	18	475×586×635	65

Допустимые длительные токовые нагрузки в амперах на изолированные провода и силовые кабели с медными или алюминиевыми (в знаменателе) жилами при прокладке сети в помещении (при температуре земли 15° С, воздуха 25° С)

Сечение жилы, мм ²	Провода (ТПРФ) и кабели с резиновой или полихлорвиниловой изоляцией (СРГ, АСРГ, АНРГ, ВРГ, АВРГ, АВРБГ и др.), проложенные открыто		Провода с резиновой или полихлорвиниловой изоляцией (ПР, АПР, ПРТО, ПВ и др.), проложенные в одной трубе		Кабели с бумажной изоляцией (СБГ, АСБГ, ААБТ и др.), проложенные открыто (в канале по стенам и т. п.)		
	двух-жильные	трех-жильные	трех-жильные	четырёх-жильные	двух-жильные	трех-жильные	четырёх-жильные
1,5	19/—	19/—	17/—	16/—	—	—	—
2,5	27/21	25/19	25/19	25/19	30/23	28/22	—
4	38/29	35/27	35/28	30/23	40/31	37/29	35/27
6	50/38	42/32	42/32	40/30	55/42	45/35	45/35
10	70/55	55/42	60/47	50/39	75/55	60/46	60/45
16	90/70	75/60	80/60	75/55	95/75	80/60	80/60
25	115/90	95/75	100/80	90/70	130/100	105/80	100/75
35	140/105	120/90	125/95	115/85	150/115	125/95	120/95
50	175/135	145/110	170/130	150/120	185/140	155/120	145/110
70	215/165	180/140	210/165	185/140	225/175	200/155	185/140
95	260/200	220/170	255/200	225/175	275/210	245/190	215/165

Допустимые длительные токовые нагрузки в амперах на кабели с медными или алюминиевыми (в знаменателе) жилами при прокладке сети вне помещений (при температуре земли 15° С, воздуха 25° С)

Сечение жилы, мм ²	Кабели с бумажной изоляцией в свинцовой или алюминиевой оболочке (СБ, СП, СБВ, АСБ, ААБ и др.), проложенные в земле		Сечение жилы, мм ²	Кабели с бумажной изоляцией в свинцовой или алюминиевой оболочке (СБ, СП, СБВ, АСБ, ААБ и др.), проложенные в земле	
	трехжильные	четырёхжильные		трехжильные	четырёхжильные
2,5	40/31	—	10	95/75	85/65
4	55/42	50/38	16	120/90	115/90
6	70/55	60/46	25	160/125	150/115

Предохранители до 500 В переменного и постоянного тока

Тип	Номинальный ток патрона, А	Номинальный ток плавкой вставки, А	Тип	Номинальный ток патрона, А	Номинальный ток плавкой вставки, А
ПР-2	15	6, 10, 15	ПНБ-2	100	60, 80, 100
	60	15, 20, 25, 35, 45, 60		150	100, 125, 150
	100	60, 80, 100		200	150, 200
	200	100, 125, 160, 200	КП	25	6, 10, 15, 20, 25
	40	15, 25, 40		60	15, 20, 25, 35, 45, 60
	60	40, 60		100	30, 40, 50, 60, 80, 100
				200	80, 100, 120, 150, 200
				350	200, 250, 300, 350

Примечание. ПР-2 — предохранитель без наполнителя с разборным патроном, ПНБ-2, КП — предохранители с наполнителем.

Наименьшие значения коэффициента K_0 при защите сетей автоматами и предохранителями

Характеристика сети	Автомат имеет максимальный расцепитель			
	только мгновенного действия (отсечки) $I_a = I_{уст}$	с нерегулируемой обратной зависимостью от тока характеристикой $I_a = I_{расц}^*$	с регулируемой обратной зависимостью от тока характеристикой $I_a = I_{сраб}^{**}$	для предохранителей
1-я группа сетей (защита от перегрузки)				
1. Проводники с резиновой или аналогичной по тепловым характеристикам изоляцией (АПР, АРД, АПРТО, АПВ, АСРБГ, АНРБГ, ПРП, АППВ, АПН и др.) в жилых и общественных зданиях, служебно-бытовых помещениях промышленных предприятий и др.	1,25	I (для проводов всех марок)	I	1,25
2. Кабели с бумажной изоляцией (АСБГ, ААБГ, СБГ, АБГ и др.) в любых помещениях	I	—	0,8	I
2-я группа сетей (защита от коротких замыканий)	0,22	I	0,67	0,33

* Независимо от наличия или отсутствия отсечки.
 ** При наличии на автомате отсечки ее кратность тока срабатывания не ограничивается.

Минимальные сечения токопроводящих жил кабелей и проводов

Наименование проводников	Минимальное сечение жил, мм ²	
	медных	алюминиевых
Изолированные провода внутри и снаружи осветительных арматур общего освещения:		
внутри помещений	0,5	—
вне помещений	1	—
Кабели шланговые для передвижных электроприемников	2,5	—
Незащищенные изолированные провода в наружных электропроводках:		
по стенам, конструкциям или опорам на изоляторах	2,5	4
под навесами на роликах	1,5	2,5
Кабели и защищенные изолированные провода для стационарной прокладки	1	2,5
Голые провода в наружных проводках во всех случаях	4	10
Голые провода для воздушных линий	6	16

Приложение 17.7

Характеристика голых алюминиевых проводов

Марка провода	Токовая нагрузка, А		Активное сопротивление r_0 при 20° С, Ом/км
	вне помещений	внутри помещений	
А-16	105	75	1,96
А-25	135	105	1,27
А-35	170	130	0,91
А-50	215	165	0,63
А-70	265	210	0,45

ЛИТЕРАТУРА

1. Электротехника/Под ред. проф. В. С. Пантюшина. М., 1976.
2. И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. Справочник по математике. М., 1965.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Глава 1. Линейные электрические цепи постоянного тока	5
Глава 2. Простейшие нелинейные электрические цепи постоянного тока	25
Глава 3. Неразветвленные электрические цепи синусоидального тока	37
Глава 4. Разветвленные электрические цепи синусоидального тока . .	59
Глава 5. Электрические цепи синусоидального тока с магнитной связью. Четырехполюсники	79
Глава 6. Трехфазные цепи	88
Глава 7. Переходные процессы в простейших электрических цепях . .	103
Глава 8. Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях	114
Глава 9. Магнитные цепи с постоянной магнитодвижущей силой . . .	126
Глава 10. Магнитные цепи с переменной магнитодвижущей силой . . .	143
Глава 11. Трансформаторы	154
Глава 12. Электрические измерения	163
Глава 13. Основы электроники	174
Глава 14. Машины постоянного тока	187
Глава 15. Трехфазные асинхронные двигатели	200
Глава 16. Синхронные машины	211
Глава 17. Принципы выбора электродвигателей. Аппаратура управления и защиты электротехнических устройств	226
Литература	252

**СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ
И ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОНИКИ**

Под редакцией проф. **В. С. Пантюшина**

Редактор Е. А. Орехова
Художественный редактор Т. М. Скворцова
Переплет художника А. И. Шаварда
Технический редактор Л. А. Григорчук
Корректор Г. И. Кострикова

ИБ № 1539

Изд. № Эр-253 Сдано в набор 07.08.78. Подп. в печать 19.10.78. Формат 60×90^{1/16}.
Бум. тип. № 3. Гарнитура литературная. Печать высокая. Объем 16 усл. печ. л.
14,49 уч.-изд. л. Тираж 90000 экз. Зак. № 2981. Цена 65 коп.

Издательство «Высшая школа», Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени Первая Образцовая
типография имени А. А. Жданова Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-54, Валовая, 28.